

# **Atividades Investigativas em Geometria Dinâmica: o caso dos triângulos**

Thales de Lelis Martins Pereira<sup>1</sup>

Regina Coeli Moraes Kopke<sup>2</sup>

## **Resumo**

Propõe-se neste artigo apresentar fragmentos da pesquisa de dissertação em mestrado em educação matemática. Justifica-se a escolha por atividades de geometria que propiciam um ensino baseado em situações exploratória e investigativa, advindos do trabalho com o software livre de geometria dinâmica GeoGebra. Apresenta-se a perspectiva de conhecimento que orienta o processo de ensino e aprendizagem identificado no desenrolar de toda a pesquisa, entendendo que diferentes atores fazem parte de um coletivo pensante no qual o conhecimento é produzido. Propõe-se, ainda ilustrar este artigo com uma das atividades investigativas desenvolvidas em uma escola da rede estadual de Juiz de Fora, Minas Gerais, com um grupo de 15 alunos, composto por 1 aluno do 9º. ano do ensino fundamental, 7 alunos do 2º. ano e 5 alunos do 3º. ano do ensino médio.

**PALAVRAS-CHAVE:** educação matemática; geometria dinâmica; software GeoGebra; atividades investigativas; triângulos.

Ao iniciar este texto, propõe-se apresentar fragmentos que constituem a pesquisa de dissertação de mestrado, em curso, do autor. Descrever alguns pontos da proposta de investigação, os alunos envolvidos na pesquisa e os procedimentos metodológicos que vêm sendo utilizados para obtenção de parte dos dados até o momento é outro ponto que se quer divulgar aqui.

Acredita-se que a escolha do assunto tratado nesta pesquisa - o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no ensino de matemática, em especial o ensino aprendizagem de geometria - está relacionado à trajetória do autor, a qual se justifica a partir de suas inquietações em torno do ensino e da aprendizagem de geometria.

Como tutor à distância pela universidade, - na qual foi formado e, atualmente desenvolve sua pesquisa de mestrado - a UFJF, desde 2009 e atuando nas disciplinas

---

<sup>1</sup> Mestrando em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais (Mestrado Profissional em Educação Matemática). E-mail: thales44br@yahoo.com.br

<sup>2</sup> Docente do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais. Orientadora do autor. E-mail: regina.kopke@uff.edu.br

Geometria Básica I e II, teve a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos em relação à utilização do *software* GeoGebra<sup>3</sup>. Este, como um programa de geometria dinâmica gratuito e multiplataforma (há versões tanto para o sistema operacional *Windows* quanto para o *Linux*), consiste como ponto relevante para sua escolha dentro da pesquisa.

Ao dar ênfase às atividades com o *software* GeoGebra, em especial no ensino e aprendizagem de geometria, acredita-se que isto acarreta alterações no processo educativo. Para Kenski (2007) não há dúvida que as TICs trazem mudanças consideráveis e positivas para a educação, transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, em que, anteriormente, predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor.

Busca-se na pesquisa uma reflexão em torno da construção de atividades voltadas para a utilização do *software* GeoGebra e a implementação de um espaço colaborativo<sup>4</sup> para envolvimento dos alunos e conseqüente motivação e aprendizado mais elaborados da geometria.

A metodologia pretendida na pesquisa é a qualitativa e o pesquisador e próprio professor das turmas almeja analisar as interações no trabalho com a geometria dinâmica, a partir das atividades propostas no espaço colaborativo com a utilização do referido *software*, configurando uma ferramenta na busca por compreender os conteúdos geométricos.

A partir das experiências anteriores na especialização e disciplinas de graduação, além dos estudos, reflexões sobre a literatura e no caminhar dos objetivos pretendidos, o autor tende a chegar, em sua pesquisa, à seguinte questão:

**Que contribuições o trabalho com o *software* GeoGebra em uma escola pública e as interações entre alunos e professor em um espaço colaborativo de geometria para o ensino fundamental e médio, podem trazer para a compreensão de conceitos na geometria?**

Procura-se criar e desenvolver, em um grupo de 12 alunos, composto por 1 aluno do 9º. ano do ensino fundamental, 7 alunos do 2º. ano e 4 alunos do 3º. ano do ensino médio, um

---

<sup>3</sup> Criado por Markus Hohenwarter (Áustria) em 2001, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Fonte: <http://www.geogebra.org/cms/>

<sup>4</sup> Menciona-se aqui o termo ‘espaço colaborativo’ referente ao espaço preparado no endereço [sites.google.com](https://sites.google.com/site/espacocolaborativo/) para receber o grupo de alunos, disponibilizando atividades e arquivos para interação e reflexão: <https://sites.google.com/site/espacocolaborativo/>

ambiente colaborativo e favorável à prática de atividades investigativas, que busca de forma contínua, a compreensão de conceitos ligados à geometria plana, por parte dos alunos envolvidos.

De acordo com Ponte et al (2006) as atividades de geometria, desde os primeiros anos de escolaridade, propiciam um ensino baseado em situações exploratória e investigativa. Apontam também contribuições das investigações geométricas para a matemática:

As investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações. A exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação, evidenciar conexões matemáticas e ilustrar aspectos interessantes da história e da evolução da Matemática. (PONTE ET AL, 2006, p.71)

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998) o estudo dos conceitos geométricos constitui parte do currículo de Matemática no ensino fundamental e desenvolve um pensamento que permite ao aluno, compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive:

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.(PCN/Matemática, 1998, p.51)

A escolha pelo *software* de geometria dinâmica é decorrente do envolvimento que o autor utiliza durante sua atuação como tutor à distância, em que todo o dinamismo oferecido pelo *software* facilita a exploração de conjecturas e manipulações de construções geométricas, como enfatizam Ponte et al (2006):

Começamos pela utilização de programas de Geometria Dinâmica, uma opção curricular atualmente bastante enfatizada. Esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal. Vários estudos empíricos destacam também que, na realização de investigações, a utilização dessas ferramentas facilita a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo, explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos do processo. (PONTE ET AL, 2006, p.83)

Acredita-se que a utilização das TICs pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de matemática, para que se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, fazendo do professor um condutor no papel de desempenhar e encadear situações de aprendizagem.

O trabalho com computadores pode mostrar uma nova relação professor-aluno, marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração. Isto define uma visão mais elaborada da atuação do professor, deixando de se considerar um profissional pronto e detentor de um saber e passando a acreditar em uma formação permanente ao longo de sua vida profissional.

Como resposta à mudança e aos espaços criados para o diálogo, procura-se buscar metodologias alternativas para o ensino. O uso das TICs nas pesquisas em Educação Matemática constitui um importante pilar na construção de aulas investigativas, com o uso, como aqui, de *softwares* de geometria dinâmica.

Busca-se um olhar para autores como Bairral (2007), Borba e Penteado (2001), que enaltecem o uso das TICs no ensino e aprendizagem de matemática. As múltiplas aberturas que se encontra no lidar com os computadores e *softwares* de geometria dinâmica, a metodologia e a relação de envolvimento entre professor e aluno no desenrolar das atividades mediadas pelas TICs, são pontos que os referidos autores acreditam ser um processo dentro da pesquisa.

A perspectiva de conhecimento que orienta o processo de ensino e aprendizagem identificado no desenrolar de toda a pesquisa vai ao encontro da noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias (BORBA E PENTEADO, 2001), entendendo que, os diferentes atores, fazem parte de um coletivo pensante no qual o conhecimento é produzido.

No caminhar da pesquisa, na qual este artigo se espelha, os seguintes elementos foram constituídos: a composição das atividades, a escolha das ferramentas metodológicas, como o *Google sites* e o *software* GeoGebra, a composição do grupo de alunos pesquisados, o processo de acompanhamento da turma durante 10 encontros, as anotações envolvendo as observações das aulas e descrições das atividades investigativas realizadas na sala de informática.

Diante do número de atividades investigativas trabalhadas, apresentam-se aqui alguns pontos sobre o ocorrido em dois encontros presenciais com o grupo de alunos em relação a seguinte atividade, descrita a seguir.

### **Atividade investigativa - O desafio das 3 árvores**

Uma lenda diz que três irmãos receberam o seguinte testamento: *‘... Ao meu filho mais velho, deixo um pote com moedas de ouro, ao meu filho do meio, deixo um pote com moedas de prata e ao meu filho caçula deixo um pote com moedas de bronze. Os três potes foram enterrados em minha fazenda de acordo com o seguinte esquema, na metade do caminho entre o pote com moedas de ouro e o pote com moedas de bronze plantei uma primeira árvore, na metade do caminho entre o pote com moedas de bronze e o pote com moedas de prata plantei uma segunda árvore, e na metade do caminho entre o pote com moedas de prata e o pote com moedas de ouro plantei uma terceira e última árvore ...’*



Figura 01 – Ilustração da fazenda

**Pergunta:** Onde devemos escavar para encontrar cada pote?

Sugestão. Você pode inserir a figura no software GeoGebra e começar nomeando o local onde estão as árvores como sendo os pontos A, B e C.

A 1ª construção obtida (Figura 02): identificam-se os dados do exercício, realiza-se a construção de um triângulo DEF, determina-se o ponto médio de seus lados e traça-se o esquema apresentado na Figura 02.

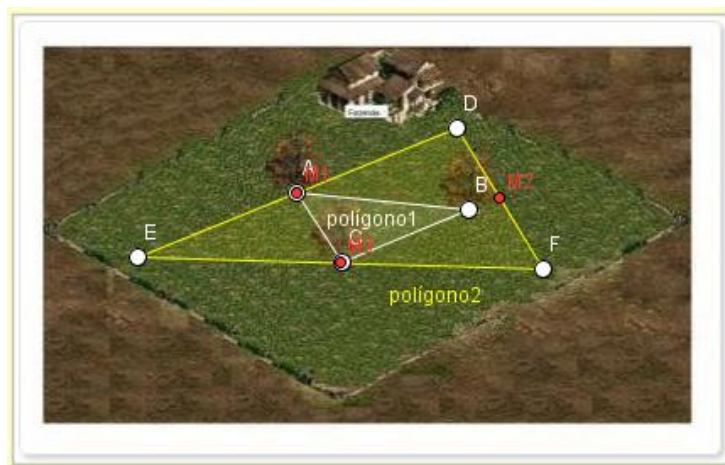


Figura 02 – 1ª construção obtida

Ação no GeoGebra: Movimentam-se os pontos D, E e F na busca por sobrepor os pontos em vermelho aos pontos A, B e C.

A 2ª construção obtida (Figura 03): observam-se regularidades entre as medidas determinadas em um triângulo qualquer quando se determinam os pontos médios de seus respectivos lados. Propõe-se a utilização da circunferência como recurso geométrico para determinar os vértices do triângulo desejado e observa-se a figura obtida:

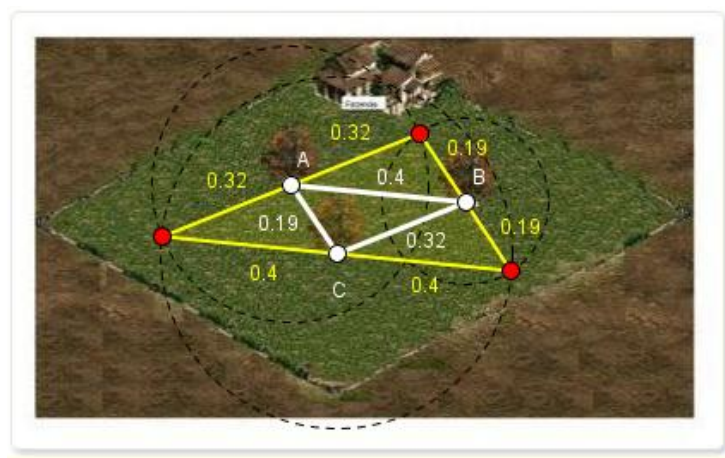


Figura 03 – 2ª construção obtida

A 3ª construção obtida (Figura 04): menciona-se a construção de duas semi-retas saindo de um mesmo ponto (D) e interceptando os pontos A e C. Utiliza-se da construção de duas circunferências para determinar os pontos F e E.

Observações:

(i)- Ponto E é decorrente da interseção entre a semi-reta AD e a circunferência de centro em A e interceptando o ponto D.

(ii)- Ponto F é decorrente da interseção entre a semi-reta CD e a circunferência de centro em C e interceptando o ponto D.

Determina-se o segmento EF e obtém-se o seu ponto médio (G), figura obtida:

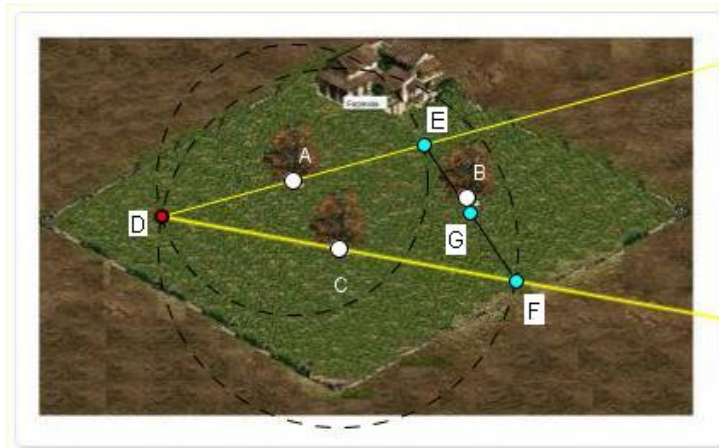


Figura 04 – 3ª construção obtida

Ação no GeoGebra: Movimenta-se o ponto D na busca por sobrepor o ponto G ao ponto B.

A 4ª construção obtida (Figura 05): observa-se o paralelismo entre os lados de um triângulo qualquer e os lados do triângulo formado pelos pontos médios dos lados desse triângulo. Criam-se os pontos M1, M2 e M3 sobrepostos respectivamente as três árvores, triângulo M1M2M3. Faz-se uma reta paralela ao lado M1M3 interceptando o ponto M2, uma reta paralela ao lado M1M2 interceptando o ponto M3 e uma reta paralela ao lado M3M2 interceptando o ponto M, determina-se à interseção entre as retas paralelas, pontos A, B e C, figura obtida:

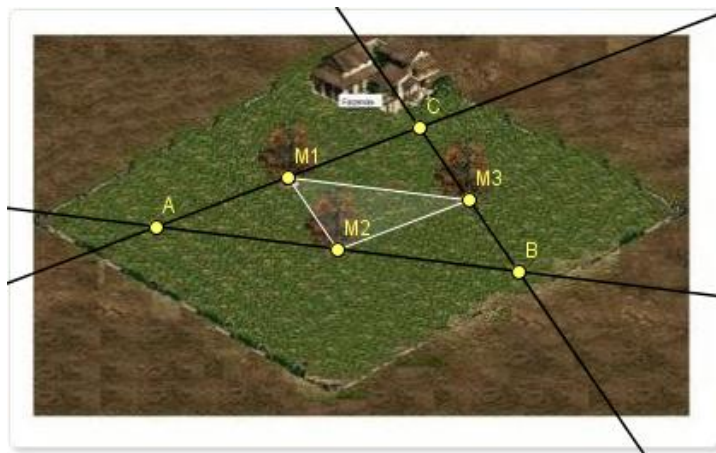


Figura 09 – 4ª construção obtida

### **Algumas considerações - o trabalho com as atividades investigativas**

Para Ponte et al (2006) o significado para investigar não deve ser confundido com a aplicação de problemas muito sofisticados, mas a formulação de problemas que possam estimular o aluno, os quais não se tem respostas prontas, ou seja, questões que se mostrem no início um pouco confusas, mas que no decorrer das investigações procura-se clarificar e estudar de modo organizado.

Diversos estudos na educação mostram que investigar constitui uma etapa considerável na construção de conhecimento. De acordo com Ponte et al (2006) não é evidente o modo de promover nos alunos (e nos professores) as atitudes e as competências necessárias para o trabalho de investigações.

Ponte (2003) considera pertinente refletir sobre os conceitos de investigar, ensinar e aprender e analisar o modo como se podem interligar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e na atividade profissional do professor desta disciplina. Na perspectiva de Ponte (2003) investigar:

[...] não é mais do que procurar conhecer, procurar compreender, procurar encontrar soluções para os problemas com nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância para todos os cidadãos e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos. (PONTE, 2003, p.2)

No trabalho com as atividades investigativas, o professor não poderá estar preocupado com o tempo escolar, além da exigência de um planejamento bem aprimorado. E tão logo introduza essa prática em sua sala de aula, terá que exercitar de sua paciência, pois seus alunos não estarão acostumados com essa maneira alternativa de ensino.

A atividade investigativa ilustrada neste artigo buscou despertar o interesse dos alunos, frente à utilização do *software Geogebra* e às tecnologias utilizadas no trabalho com a matemática, em especial com a geometria. Acredita-se que esse trabalho pode desencadear novas ações para o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação no ensino e aprendizagem de matemática.

A descontração e inteira participação dos alunos nas atividades demonstraram o quanto é importante essa ligação da tecnologia com o ambiente escolar. Lançar mão dessas ações acaba por provocar uma mudança na prática do professor, mostrando o quanto à docência é complexa, independentemente do uso das Tecnologias de Informação (TI), indo ao encontro



do pensamento de Borba e Penteadó (2001) sobre todos os elementos envolvidos na proposta pedagógica, os recursos disponíveis, as características da disciplina que se ensina, as normas de funcionamento da escola, os alunos, seus pais, a direção, a supervisão e outros.

Acredita-se, que aulas de matemática, devam acontecer permeadas pela participação dos alunos; mas os docentes devem estar preparados, para direcioná-los a uma reflexão, para explorar toda a riqueza existente na matemática.

## **REFERÊNCIAS**

BAIRRAL, M. A. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais de aprendizagem**. Seropédica, RJ: Editora Universidade Rural, 2007.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática,2)

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 8ª edição – Campinas: Papyrus, 2003.

\_\_\_\_\_. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. 6ª edição – Campinas: Papyrus, 2007.

**PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS**, Matemática: Ensino de quinta a oitava séries / Secretária de Educação Fundamental. - Brasília: MEC / SEF, 1998.

PONTE, J. P. (2003). **Investigar, ensinar e aprender**. Actas do ProfMat 2003 (pp.25-39). Lisboa: APM. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)>. Consultado em 22 de julho de 2011.

PONTE, J. P.; BROCARDÓ, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.