

Do Ensino-Aprendizagem da Álgebra ao Ensino de Equações do 1º Grau: Representações Múltiplas

Salvino Izidro de Araujo Segundo

Coautor: Silvanio de Andrade

Universidade Estadual da Paraíba

Resumo: O nosso trabalho investiga as dificuldades com construção, aquisição, compreensão e utilização dos conceitos algébricos por parte dos alunos, com atenção voltada ao Ensino-Aprendizagem de equações do 1º grau na sala de aula, na perspectiva das representações múltiplas, buscando colaborar para a superação das dificuldades encontradas por alunos no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo mencionado. Esta colaboração e reflexão serão oferecidas por meio de uma proposta pedagógica, futuramente preconizada, que tem como essência “*do ensino-aprendizagem da álgebra ao ensino de equações do 1º grau: representações múltiplas*” em busca de um ensino-aprendizagem de álgebra que valorize a construção, aquisição e compreensão do conteúdo em questão com o apoio da ferramenta “representações múltiplas”, diante da relatividade dos modos de operação, normalmente encontrados em sala de aula, no que se refere à metodologia de ensino por parte dos professores. Inicialmente, em um levantamento da história do ensino da álgebra, ficou evidenciado, a necessidade de haver uma metodologia de ensino que priorize a construção do conhecimento, para isso realizamos um levantamento de pesquisas no campo da Educação Matemática na área da álgebra.

Palavras-chave: Álgebra. Representações Múltiplas. Educação Matemática.

Introdução

Um dos pontos que iniciamos a pesquisa é a questão da dificuldade dos alunos com a álgebra, tanto pela questão prática do nosso dia a dia como do nosso conhecimento em sala de aula, mas até mesmo pelas pesquisas que são feitas e abordadas na área da Educação Matemática podemos perceber o fato da existência de dificuldades dos alunos com os conteúdos algébricos.

Essas dificuldades não são de hoje, são de décadas passadas e provavelmente também serão de décadas futuras e são independentes da época e do foco das abordagens dadas nas pesquisas na área da Educação Matemática.

As dificuldades que nos referimos estão direcionadas principalmente as dificuldades apresentadas pelos alunos, na sala de aula, com construção, aquisição, compreensão e utilização dos conceitos algébricos. Atualmente encontramos alunos com dificuldades em compreender os conceitos trabalhados pelo professor na sala de aula ao que se refere à álgebra, assim como adquirir e utilizar esses conceitos de forma adequada.

Mas porque acontecem essas dificuldades? De onde elas vêm? O que faz com que elas surjam? São vários fatores. A princípio dois fatores nos chamam atenção. Um desses fatores são os conhecimentos prévios, de conteúdos anteriores, a álgebra que os alunos precisariam ter e que às vezes estão limitados como, por exemplo, é comum na escola, seja ela pública ou privada, termos um currículo de ensino que inicia um ensino com os conteúdos aritméticos e depois os conteúdos algébricos, isto é, o aluno começa a aprender operações com números para depois aprender as operações com incógnitas. Mas se o aluno já tiver dificuldades em operar com esses números como, por exemplo, ter dificuldades de adicionar dois números reais, ele também, provavelmente, vai ter dificuldades de adicionar duas incógnitas. Ou seja, quando o aluno tem dificuldades nos conteúdos prévios relacionados à álgebra, pode limitar o aluno e gerar dificuldades dentro da álgebra.

Outro fator que influência também essa questão das dificuldades dos alunos é a metodologia empregada pelo professor em sala de aula, a forma como o professor não só transmite, assim como ele constrói esses conceitos algébricos. Essa metodologia é o nosso ponto chave, é esse ponto que vamos tomar como base, nessas dificuldades, para que a gente possa realizar a nossa pesquisa. Desta forma vamos considerar a metodologia empregada pelo professor em sala de aula ao ministra o conteúdo de álgebra.

Além das dificuldades dos alunos, outro ponto no nosso trabalho são as representações múltiplas. Essas representações são as representações verbais, numéricas, tabulares, algébricas e geométricas. São várias representações que agrupadas e trabalhadas em conjunto teremos as representações múltiplas.

No caso dessas representações supracitadas, elas são consideradas como representações externas, ou seja, quando exposto verbalmente um pequeno problema para o aluno como, por exemplo, se eu somar as parcelas $7 + 7 + 7$ e dividir a soma por três (3) qual o resultado que vou obter? Apesar de ser apenas uma expressão, aparentemente numérica, ao realizar uma exposição verbal do problema, então temos uma representação verbal, enquanto que ao realizar a escrita do problema na forma de $(7 + 7 + 7)/3$ passo a ter uma representação numérica do problema

Juntando essa questão da dificuldade do aluno, observando a metodologia empregada pelo professor em sala de aula com foco nessas representações surgiu uma pergunta: *como gerenciar o desenvolvimento de um conteúdo em um ensino-aprendizagem que contribua para a construção, aquisição e compreensão do conteúdo com o uso das representações múltiplas?*

Essa é a pergunta que estamos procurando não só dar uma resposta mas, também, trazer uma reflexão para o professor em sala de aula.

Álgebra da sua história ao seu ensino

Tomando como base a álgebra podemos considerar os acontecimentos na sua história, no decorrer dos séculos, no desenvolvimento da sua escrita, assim como o desenvolvimento do ensino da álgebra. Temos a perspectiva da área da Educação Matemática, logo se faz necessário observarmos como foi o processo do desenvolvimento do ensino no decorrer das décadas, da álgebra, para que possamos continuar do ponto que as pesquisas estão em diante e não simplesmente fazer de conta que o ensino da álgebra na existe e estamos criando algo novo. Pretendemos oferecer subsídios para uma reflexão para os professores demais profissionais na área da álgebra.

A álgebra surgiu há vários séculos antes de Cristo, provavelmente com os babilônios, em que não é possível identificar uma data precisa. Na história da álgebra há uma divisão de três estágios baseados no desenvolvimento da escrita algébrica.

O primeiro estágio é chamado de álgebra retórica (retórica significa bem argumentar), era um estágio que se fazia necessário saber argumentar de forma eficaz. Nesse período, da álgebra retórica, tudo era realizado em forma de prosa, não havia os símbolos que costumamos encontrar de forma natural em sala de aula e nos livros de matemática nos dias atuais. O seguinte problema: *um quadrado de lado M , qual é o seu perímetro?* Teríamos, atualmente, a resposta $4M$, enquanto na álgebra retórica o problema se apresentaria da seguinte forma: *um quadrado de lado EME , qual é o seu perímetro?* Bem como a sua solução deste problema também seria apresentada na forma de prosa.

Neste estágio não existia a questão de representar um lado de um polígono por uma letra, ou de expressar uma quantidade por meio de um algarismo, ou seja, tudo o que era feito nesse período da álgebra retórica era na forma de prosa, seja a explicitação do problema bem como todo o processo da sua resolução.

Vários matemáticos que influenciaram o desenvolvimento da álgebra viveram nessa época como, por exemplo, Tales de Mileto (625 – 574 a.C.), Pitágoras de Samos (560 – 480 a.C.) e Arquimedes de Siracusa (287 – 212 a.C.) e vários outros que trabalharam justamente com essa álgebra totalmente na forma de prosa.

Com o passar dos séculos, surgiu o segundo estágio da álgebra, a álgebra sincopada (sincopada é a supressão de fonemas). Algumas operações mais usuais na álgebra, como as operações que chamamos de básicas que são a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão e outras operações como a potência de expoente dois (2) expressando um termo ao quadrado, começaram a ser representado por certa simbologia. Essa simbologia, ou símbolos, começaram a ser inseridos na escrita da álgebra, acontecendo uma supressão de fonemas, ao invés de escrever “o quadrado de um termo” passou-se a utilizar a simbologia Δ^Y , ocorrendo assim o surgimento da notação algébrica, mas isso só veio acontecer por volta do século III d.C. Um dos principais influenciadores para que isto acontecesse foi Diofanto.

A passagem do primeiro para o segundo estágio da álgebra não foi algo imediato como se fosse uma lei imposta: “a partir de certa data vai começar a funcionar a álgebra sincopada”. Isso foi um processo que duraram décadas e até mesmo séculos, pois enquanto alguns começavam a utilizar a álgebra sincopada muitos outros ainda se prendiam na álgebra retórica. Portanto, podemos encontrar um período de tempo em que haja matérias, não só de pesquisa mas também de desenvolvimento da álgebra, que se apresente tanto com a forma retórica como na forma sincopada ao encontrar algumas notações.

Passado alguns séculos, surgiu o terceiro e último estágio da álgebra, chamado de álgebra simbólica. Essa álgebra simbólica é a álgebra em que nós vivemos atualmente, sendo a escrita da álgebra expressada por notações. Ela iniciou-se por volta do ano de 1500, mas só teve uma maior estabilidade a partir do século XVII em diante com contribuições de Isaac Newton, Euler, Laplace e outros que utilizavam a álgebra simbólica.

Falamos da história da álgebra no sentido do desenvolvimento da sua escrita e notação, mas não podemos deixar de lado a questão do desenvolvimento do ensino, já que nossa perspectiva é na direção da Educação Matemática.

Foi desenvolvida a escrita, bem como a notação, para que a sociedade pudesse ter uma maior facilidade de escrever e operar de forma adequada diante dos conceitos da álgebra. Mas, também, passou a surgir à necessidade de ter um desenvolvimento no ensino da álgebra para que essa álgebra não fosse apenas um processo mecânico, manipulador de símbolos, como acontecia há algumas décadas atrás.

A partir do século XX começou a ficar um pouco mais evidente o questionamento de “como se ensinar?”, ou seja, mesmo existindo o ensino da álgebra nos currículos escolares, a álgebra era passada em sala de aula para os alunos de uma forma que priorizava o “repetir”, diante das regras, da memorização dos procedimentos, ou seja, um ensino na perspectiva procedural, mecânico.

A álgebra com várias regras, processos mecânicos, memorização e muitas notações passou a ser mais complexa para os alunos. Essa álgebra que se encontrava no currículo escolar de certa forma afastava os alunos da própria álgebra.

Assim, surgiu o questionamento: O que poderia ser feito para que essa álgebra gerasse novos conhecimentos e perdurasse? Ou seja, era preciso não ter apenas uma álgebra “fácil de ser trabalhada”, mas haver uma álgebra compreensível, que o aluno compreendesse e continuasse dentro do campo da álgebra.

A partir do século XX a questão não era mais a produção da álgebra como uma ferramenta de manipulação de símbolo, e a partir do século mencionado começou a surgir por parte dos mais variados profissionais questionamentos sobre “como se ensina” e “como se aprende”. Por volta da década de 60, com as ideias do construtivismo de Piaget e do sócio-construtivismo de Vigotski, surgiu a questão da cognição, do questionamento de como o aluno aprende. Começaram a surgir pesquisas nessa área, de como o aluno aprende, no intuito de fazer uma reflexão sobre a metodologia que o professor empregava em sala de aula, que normalmente era utilizada a questão do aluno está sempre manipulando símbolos, metodologia de ensino que era identificada por pesquisadores pelo termo de *ensino tradicional*.

Com o surgimento do construtivismo e do sócio-construtivismo representados principalmente por Piaget e Vigotski, respectivamente, passando a atribuir também importância à ideia da construção dos conceitos algébricos em sala de aula, essa perspectiva ganhou força com o passar dos anos, tanto no meio das pesquisas acadêmicas como na área da Educação Matemática.

Na década de 80 temos a resolução de problema e na década de 90 foram ampliados os horizontes, trazendo uma álgebra de significados, procurando dar significado a álgebra e cada vez mais relacionando o “como se ensina” e o “como se aprende” havendo uma confluência entre o ensino e a aprendizagem, o que nos levou a utilizarmos, na nossa pesquisa, o termo Ensino-Aprendizagem, pois não observamos o ensino separado da aprendizagem, na sala de aula acontece uma confluência dos dois.

Ideias sobre as representações múltiplas

Como mencionado anteriormente às representações múltiplas, algumas dessas representações são: a representação algébrica, a representação numérica, a representação verbal e a representação geométrica. Um dos autores que trazem de uma forma mais direta sobre essas representações são Friedlander e Tabach (2001), cujos autores utilizaremos como base para explicitar as representações.

Friedlander e Tabach (2001) trazem a ideia de quatro (4) representações. A primeira que eles trazem é a representação verbal, que de acordo com os autores essa representação verbal é muito utilizada principalmente na explicação da solução de um problema. Às vezes nos deparamos com a situação, de sala de aula, de resolvermos um problema e o aluno perguntar se a solução encontrada é a solução do problema, explicamos verbalmente as condições do problema bem como se a solução encontrada satisfaz as condições do problema em questão.

Essa representação verbal além de ser utilizada na explicitação da resolução de um problema ela também é muito utilizada na explicitação do problema, na contextualização do problema. Essa representação verbal é uma comunicação do nosso próprio idioma e que faz muitas vezes que o aluno saia um pouco dessa notação algébrica, essa linguagem algébrica, que para o aluno é muito formal e rigoroso para uma linguagem mais comum do seu dia a dia e isso é umas das vantagens da representação verbal.

Mas a representação verbal não é constituída apenas de vantagens, tal representação também tem uma lacuna, lacuna essa que é o nosso idioma. O nosso idioma é constituído de ambiguidades, palavras com mais de um sentido, então às vezes quando o professor expressa algo verbalmente para o aluno o professor pode está querendo alcançar um objetivo e não ser alcançado por que o aluno interpretou de forma errônea como, por exemplo, quando o professor fala dois números inteiros, como sete (7) e três (3), e solicita para o aluno realizar a diferença entre esses dois números, o professor está querendo transmitir para o aluno a realização da operação de subtração realizando 7 subtraindo 3, mas a “diferença” para o aluno pode ser no sentido de “não ser igual”, o aluno pode ver no seu campo cognitivo que 7 e 3 já são diferentes, não só na sua escrita como na representação da sua quantidade e com isso questionar no seu interior porque o professor pede para fazer a sua diferença se eles já são diferentes?

A representação verbal apesar de nos auxiliar e haver vantagens com a mesma pode criar essa lacuna devido o nosso idioma vernáculo, no nosso caso o português, ter algumas palavras que podem representar mais de um sentido.

Além da representação verbal, nós temos a representação numérica e a algébrica, que ambas andam com certa confluência.

É comum vermos no currículo escolar ensinar primeiro a representação numérica, ou seja, ensinar primeiro a operar com números e depois operar com as incógnitas chegando à representação algébrica, mesmo que isso não seja uma regra rígida.

Um exemplo de trabalhar com a representação numérica é a questão da tentativa e erro, ou seja, você tem um problema do qual atribui um valor e verifica, de acordo com as condições do problema, se aquele valor atribuído satisfaz como solução do problema. Quando se começa a gerar várias tentativas e erros, conseguindo colocar tais tentativas e erros do mesmo problema em uma tabela, então passamos a ter uma representação tabular que é uma organização da representação numérica. Mas a partir da representação tabular podemos verificar alguns padrões que acontecem no problema em questão, e podemos chegar a uma representação algébrica através da generalização. A representação numérica pode ser uma ponte para a representação algébrica.

A última representação comentada por Friedlander e Tabach é a representação geométrica. No caso dessa representação ela pode ser muito viável quando o aluno tem uma facilidade visual. Mas a dificuldade que pode ser gerada por tal representação é a questão da precisão. Em um gráfico nem sempre podemos conseguir ter a precisão de uma representação algébrica.

Cada uma dessas representações possuem vantagens e lacunas na sua utilização, então nós indicamos que essas representações sejam trabalhadas mutuamente, ou seja, com várias delas para que uma representação preencha a lacuna deixada pela outra representação, com isso se tem a ideia das representações múltiplas, ou seja, as várias representações.

Entendendo a álgebra

Um dos autores que trabalhamos para entender a álgebra foram Lins e Gimenez (1997). A pergunta a princípio que poderia ser uma fácil, simples, de responder é: *o que é álgebra?*

De acordo com Lins e Gimenez (1997) muitas das concepções do que é álgebra está relacionado à atividade algébrica, ou seja, quando se está fazendo alguma coisa com a álgebra

e dessas concepções, algumas delas está ligada aos conteúdos. Ao perguntar a um professor em sala de aula o que é álgebra ele começa a dizer os conteúdos que fazem parte da álgebra; o professor responde dizendo que a álgebra é as equações do 1º grau, os sistemas lineares, as funções. Ele começa a mencionar os conteúdos que estão ligados a álgebra.

O que acontece é que se eu começo a dizer os conteúdos dentro da álgebra, para explicitar o que seria a álgebra vai haver conteúdo que teremos dificuldade de explicitar como, por exemplo, gráficos; podemos dizer que os gráficos fazem parte da álgebra porque podem representar funções e as funções fazem parte da álgebra, mas os gráficos, visualmente, poderiam ser dito que não faz parte da álgebra.

Em uma questão como essa qual seriam realmente os conteúdos que fazem parte da álgebra que pudéssemos construir um currículo escolar para essa álgebra? Então não conseguimos definir explicitamente todos os conteúdos que fazem parte e os que não fazem parte da álgebra.

Outra situação, de acordo com Lins e Gimenez (1997), são os processos de nomenclatura, a visão “letrista”, nessa perspectiva a álgebra é tudo aquilo que trabalha com incógnitas e variáveis, que normalmente é representado por alguma “letra” do nosso alfabeto. Nessa visão a questão $(7+7+7)/3 = 7$ não é álgebra, porque não possui na sua escrita alguma incógnita ou variável. Mas se um aluno escrever $(7+7+7)/3 = 7$ e realizar um pensamento na forma algébrica? Nesse processo está sendo deixado de lado o cognitivo, o interior do aluno, vendo somente a nomenclatura. Desta forma, surgiram outras concepções que valorizava o cognitivo e não apenas o externo.

Trazemos, de acordo com o Lins e Gimenez, que é a atividade algébrica é um processo de dar significado a álgebra em que:

A álgebra consiste em um conjunto de afirmações para os quais é possível produzir significados em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade (LINS; GIMENEZ, 1997)

Acreditamos que não só essa definição do Lins & Gimenez, mas também poderemos encontrar outras concepções sobre o que seria álgebra e que poderiam aprimorar mais ainda essa ideia.

Vigotski e a sala de aula

A partir do momento que começamos a compreender melhor o que é a álgebra, iniciamos uma busca por um teórico que possa nos auxiliar. O teórico que trazemos é

Vigotski, pois o mesmo nos ajuda a compreender melhor o que seria as representações múltiplas. Um dos pontos que Vigotski aborda na sua teoria é a questão da zona de desenvolvimento proximal em que ela tem dois níveis, um deles é o nível de desenvolvimento real, aquele em que o aluno consegue fazer sozinho determinada atividade, seja aplicado em sala de aula ou no meio social no seu dia-a-dia, que no caso estamos trazendo para dentro da sala de aula. Outro é o nível de desenvolvimento potencial em que o aluno consegue fazer as atividades com a ajuda de outra pessoa mais capaz, seja essa pessoa um colega ou o próprio professor em sala de aula. A distância entre esses dois níveis é chamada, por Vigotski, de zona de desenvolvimento proximal.

É indicado que o professor trabalhe dentro dessa zona de desenvolvimento proximal, pois se o professor trabalha abaixo do nível de desenvolvimento real o professor vai estar ensinando algo que o aluno já sabe, então seria de certa forma, um desperdício de tempo e de oportunidade para o aluno aprender algo novo. Mas se o professor ensina acima do nível de desenvolvimento potencial dificilmente o aluno vai ter capacidade ou habilidade suficiente para compreender o que o professor está ensinando.

Portanto o ideal é que o professor trabalhe dentro dessa zona de desenvolvimento proximal, em que cada vez que um conteúdo que estava no nível de desenvolvimento potencial e passa a ser o nível de desenvolvimento real para o aluno, essa zona sofre uma variação. É essa questão da variação na zona de desenvolvimento proximal que trazemos de Vigotski para trabalhar com as representações múltiplas.

Quando o professor está em uma representação verbal e passa para uma representação numérica e o aluno compreende esse movimento, então ele está saindo de um nível para outro fazendo essa variação na zona de desenvolvimento proximal e trabalhando com essa teoria de Vigotski. Desta forma temos um auxílio do teórico para compreendermos melhor como fazer essa transição entre as representações, bem com as conexões entre as mesmas.

Vigotski também fala que o conceito está predisposto a sofrer modificações, ou seja, o que ensinamos em sala de aula, em termos de conceito, está predisposto a sofrer modificações, os conceitos são passivos a sofrer modificações.

Se os conceitos podem sofrer modificações, em que essas modificações podem ser fundamentadas ou originadas a partir da representação e da metodologia do professor em sala de aula, ou seja, através dos recursos disponíveis que o professor utiliza em sala de aula podemos ter modificações nos conceitos de forma coerente. Logo devemos tratar desses recursos.

Os recursos utilizados em sala de aula passam a ser importante para a construção dos conceitos, mas também deve ser ponderada a maneira como trabalhar com esses recursos, ou seja, não adianta disser que será trabalhado com as representações múltiplas e só jogar elas na sala de aula, mas sim ser ponderado como vai ser feito esse trabalho. Os recursos utilizados na nossa pesquisa serão a resolução de problemas e as representações múltiplas.

O elo entre trabalhar com a resolução de problemas e usar as representações múltiplas é a mediação, ou seja, não devemos apenas aplicar essas representações em sala de aula de qualquer forma, mas sim na perspectiva da resolução de problemas.

Aplicação em Sala de Aula

Será realizada uma aplicação de uma proposta pedagógica em sala de aula. Trataremos da aplicação da proposta por meio de Blocos, em que o professor-pesquisador passará de um Bloco para outro à medida que cada Bloco for completado, independente do número de aulas destinado a cada Bloco.

O objetivo é de produzir uma proposta pedagógica de ensino-aprendizagem baseada na construção, aquisição e compreensão do conteúdo de equações do 1º grau, independente de sua duração.

A metodologia de sala de aula será a de resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau com o uso da ferramenta representações múltiplas, explorando diversas situações e formas de resolução com os alunos, em que os problemas serão tratados um a um. Os alunos iniciarão o trabalho de forma individual e só posteriormente, no mesmo encontro, os alunos trabalharão em equipe.

Optamos por essa metodologia em sala de aula por termos o objetivo de proporcionar ao professor-pesquisador a possibilidade de observar o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial dos alunos, e desta forma observar o nível de questões a serem trabalhadas em situações de sala de aula posterior, condizente com a zona de desenvolvimento proximal apresentada pelos alunos.

Bloco 01: Construindo os primeiros conceitos de incógnita, equações do 1º grau e os princípios da igualdade.

Na aritmética, principalmente quando o professor leciona expressões numéricas, facilmente encontramos situações de problemas que trabalham com valores definidos

envolvendo as operações elementares (adição, subtração, multiplicação e divisão) no intuito de encontrar o valor final. Temos o propósito de trabalhar com a álgebra partindo da aritmética, desta forma iniciaremos o primeiro Bloco com problemas que utilizem um valor desconhecido, juntamente com as operações elementares, chegando a um resultado já predefinido, que no caso do conteúdo de equações do 1º grau com uma incógnita se trata das equações do tipo $ax + b = c$, sendo $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, em que esse valor desconhecido é a incógnita. Muitos dos problemas em que os alunos se deparam na sua vida cotidiana podem ser resolvidos com esse tipo de equação.

Esses problemas poderão servir de base para a construção e/ou o desenvolvimento do pensamento frente às primeiras ideias do significado de incógnita, do conceito de Equações do 1º grau e as propriedades dos princípios da igualdade (aditivo e multiplicativo).

Lembrando que a incógnita é um valor fixo desconhecido, a princípio, que se busca saber seu valor na resolução de um problema; a equação do 1º do grau com uma incógnita é uma igualdade entre duas expressões matemáticas que se verifica para determinado valor da incógnita; o princípio aditivo trata de dois pontos: 1- adição de um mesmo número aos dois membros da equação, 2- subtração de um mesmo número aos dois membros da equação; o princípio multiplicativo trata de dois pontos: 1- multiplicação dos dois membros da equação pelo mesmo número (diferente de zero), 2- divisão dos dois membros da equação pelo mesmo número (diferente de zero).

Neste Bloco os alunos serão induzidos, pelo professor-pesquisador, a trabalhar o conjunto de problemas por meio da tentativa e erro, utilizando a ferramenta representação numérica e representação tabular. Cada problema constará de investigações, sugerindo a alteração dos dados tanto pelo professor-pesquisador, bem como pelos alunos, das situações expostas nos problemas e da pergunta chave (a pergunta a ser respondida).

Conjunto de alguns problemas propostos para o Bloco 01:

Questão 01.1: A idade de Marcelo somado com 17 anos é 35 anos. Qual é a idade de Marcelo?

Questão 01.2: Maria nasceu em janeiro 2001. Em janeiro de 2010, o dobro da idade de Maria mais a idade de Marcos eram 25 anos. Quantos anos tinha Marcos em janeiro de 2010?

Questão 01.3: Durante o ano Aline juntou umas economias para comprar uma bicicleta no valor de R\$ 426,00 e um par de patins. Qual é o preço dos patins, sabendo que o dobro do preço dos patins com o preço da bicicleta é R\$ 734,00?

Questão 01.4: Na casa de João há um reservatório com capacidade para 190 litros de água, mas que havia apenas 125 litros. João resolveu encher o reservatório com um balde e para isso usou cinco (5) baldes cheios para completar o reservatório. Qual é a capacidade de litros do balde?

Questão 01.5: Um pote cheio de azeite pesa 5 kg. Com azeite pela metade, pesa 2,75 kg. Quanto pesa o pote vazio?

Bloco 02: Uma ponte entre a aritmética e a álgebra.

Após a resolução dos problemas do Bloco 01, ao trabalhar indiretamente com as primeiras ideias de incógnita e de equações do 1º grau utilizando a representação numérica e a representação tabular por meio da tentativa e erro, trataremos neste Bloco 02 de forma direta as incógnitas, os princípios aditivos e multiplicativos e as equações do 1º grau.

Essa abordagem será por meio da resolução dos problemas anteriores observando padrões existentes nos problemas propostos e a partir desses padrões realizando generalizações, utilizando a representação algébrica. Essas observações serão realizadas com base nas interpretações matemáticas do determinado fenômeno apresentado nos problemas.

Neste mesmo Bloco, procuraremos mediar entre os alunos, utilizando a representação verbal, para que eles possam fluir da representa numérica para a representação algébrica diante do auxílio da resolução de um conjunto de problemas extras, em que tais problemas serão baseados nas investigações em sala de aula dos problemas propostos inicialmente.

Após inferirmos a compreensão dos alunos sobre as equações do 1º grau frente às representações numérica e algébrica, concluiremos a possibilidade de uma construção do conhecimento por meio da representação geométrica ao se utilizar da reta numérica e do gráfico de uma reta em um plano cartesiano (gráfico de uma equação do 1º grau), mostrando a confirmação dos resultados obtidos na resolução dos problemas anteriores.

Portanto, pretendemos com esses dois Blocos iniciais construir os conceitos inerentes ao conteúdo inicial de equações do 1º grau; após, a possível construção do conhecimento, traremos para a turma os devidos conceitos, de forma escrita, de equação do 1º grau e de incógnita, em que tais conceitos podem ser os apresentados por meio do livro didático adotado na escola ou de preferência do professor. Conseqüentemente eles também já terão conhecimento de resolução de equações do 1º grau.

Bloco 03: Fluindo entre as representações

Neste Bloco além de mobilizar os conceitos e processos de resolução de equações evidenciados nos Blocos anteriores, utilizaremos problemas em que os alunos terão livre arbítrio para optar pela representação numérica, algébrica ou geométrica para resolver os problemas em questão, mas solicitaremos, posteriormente, a resolução do mesmo problema por meio de uma segunda representação, distinta da escolhida inicialmente pelo aluno.

Esta será uma maneira do professor-pesquisador inferir a possibilidade do aluno fluir entre as representações e ter possivelmente construído um conhecimento referente às equações do 1º grau.

Conjunto de alguns problemas propostos para o Bloco 03:

Questão 03.1: A soma dos lados de um retângulo (perímetro) é 36cm. Sabendo-se que a largura é 6cm menor que o comprimento, quanto mede cada lado desse retângulo?

Questão 03.2: Seu Manoel ao receber R\$70,00 pensou assim: se eu somar esse dinheiro à metade do que tenho guardado, posso pagar a primeira das quatro prestações iguais da TV. A TV custa R\$ 600,00. Quanto seu Manoel tem guardado?

Questão 03.3: O médico disse a Sandro: na próxima vez que você voltar aqui quero que esteja no seu peso ideal. Assim, seu peso ideal é $\frac{3}{4}$ do seu peso atual mais 2kg. Qual é o seu peso atual se o seu ideal é de 77kg?

Ao mesmo tempo em que procuraremos ver a possibilidade do aluno fluir entre as representações neste Bloco, também mediremos entre os alunos com os conceitos de fração e perímetro, principalmente no caso da turma não dispor, ainda, destes conceitos.

Bloco 04: Construindo os primeiros conceitos de Sistema de equações do 1º grau

Aprimoraremos os conhecimentos de equações do 1º grau por meio de problemas que apresentem várias incógnitas, havendo relações entre ambas às incógnitas de tal forma que possa ser resolvido os problemas por meio de uma equação de 1º grau com uma incógnita. Desta forma, estaremos indiretamente construindo a ideia de sistema de equações do 1º grau com resolução por meio do processo de substituição.

Conjunto de alguns problemas propostos para o Bloco 04:

Questão 04.1: Salvino pensou em três números consecutivos, cuja soma é 42. Quais foram os números que Salvino pensou?

Questão 04.2: Miguel e Carlos jogam juntos no mesmo time de futebol. No último campeonato, Miguel e Carlos, marcaram juntos 39 gols. Miguel marcou 5 gols a mais que Carlos. Miguel marcou quantos gols no campeonato?

Questão 04.3: João e Maria realizaram economias durante o ano para poderem realizar compras ao final do ano. Com suas economias, João e Maria, compraram um liquidificador, um fogão e uma geladeira por R\$ 1050,00. O preço do fogão foi o quádruplo do preço do liquidificador. O preço da geladeira foi o triplo do preço do fogão. Qual foi o preço do liquidificador?

Questão 04.4: A comunidade do Bairro Vida Bela resolveu realizar um bingo. A urna do bingo contém 63 bolas. Cada bola é de uma única cor; as cores das bolas são azul, vermelha e amarela. O número de bolas azuis é o dobro das vermelhas, e o número das amarelas é o triplo das azuis. Quantas bolas de cada cor existem na urna?

Questão 04.5: José fez umas compras no valor de R\$ 415,00 no mercadinho do Bairro e, por ser amigo de Mario que é o dono do mercadinho, dividiu o valor das compras em três prestações de valores diferentes. A segunda prestação foi o dobro da primeira e a terceira foi R\$ 15,00 a mais que a segunda. Qual é o valor de cada prestação que José irá pagar a Mario o dono do mercadinho?

Bloco 05: Este Bloco passa a ser o fechamento do conteúdo, explicitando o conteúdo de forma escrita para os alunos ao realizar uma descrição dos conceitos inerentes ao conteúdo de equações do 1º grau e, portanto, proporcionar subsídios a mais para os alunos revisarem o conteúdo em casa.

Considerações Finais

Após investigarmos – frente a um levantamento bibliográfico – a existência das dificuldades dos alunos com a construção, a aquisição e a compreensão dos conceitos inerentes ao conteúdo de álgebra, no subtópico de equações do 1º grau, bem como da indicação de pesquisadores do uso das ideias inerentes às representações múltiplas no ensino-aprendizagem, chegamos até o presente momento com o pensamento de que gerenciar o desenvolvimento do conteúdo mencionado em um ensino-aprendizagem que contribua para a construção, aquisição e compreensão com o uso das representações múltiplas pode possibilitar resultados expressivos no meio educacional.

Estamos oferecendo para o professor que baseia a sua prática de sala de aula na manipulação simbólica, resolução e correção de listas de exercícios, transmitindo para o aluno a responsabilidade de memorizar regras e processos mecanizados, sem a necessidade de identificar e ressaltar o porquê das regras, a possibilidade de uma reflexão que possa

direcioná-lo a trilhar novos caminhos com prioridade em um ensino-aprendizagem com compreensão.

Uma das áreas decisivas para a aprendizagem da matemática no ensino fundamental é a álgebra; o conteúdo que trabalhamos na nossa pesquisa é o de equações do 1º grau, na área da álgebra, mas o mais importante é que estamos sugerindo não o ensino de um conteúdo, mas sim uma proposta de ensino-aprendizagem que valorize a compreensão, isto é, que o professor em sala de aula priorize a construção do conhecimento.

Mesmo pretendendo apresentarmos uma proposta pedagógica para o ensino-aprendizagem das equações do 1º grau, ressaltamos que não necessariamente o professor não precisará realizar alterações na mesma ao utilizá-la em sala de aula, pois não estamos trazendo uma proposta com uma resposta acabada e imutável para o ensino-aprendizagem do conteúdo, mas sim um caminho a ser refletido e/ou seguido e mutável de acordo com os objetivos a serem almejados pelo professor em sala de aula.

Por experiência própria do autor, observamos que muitas das pesquisas na área da álgebra não são do conhecimento do professor que está em sala de aula nos dias atuais; uma aplicação da pesquisa em sala de aula pode proporcionar uma disseminação dos estudos da área, propiciando uma aproximação do professor com os pesquisadores, bem como de uma reflexão dos professores a respeito de sua prática em sala de aula e os resultados alcançados por esta prática.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Silvanio de. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. Rio Claro: UNESP, 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).

ARAÚJO SEGUNDO, Salvino Izidro de. **Ensino-aprendizagem de equação do 1º grau com uma incógnita**. 2008. 29 f. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2009.

FRIEDLANDER, Alex; TABACH, Michal. Promoting multiple representations in algebra. In.: Yearbook 2001: **The Roles of Representation in School Mathematics**. Estados Unidos, p. 173-185.

KEPPKE, Charston Lima. **Álgebra nos currículos do ensino fundamental**. 2007. 181 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – PUC, São Paulo, 2007.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

OLIVEIRA, Marta Kolh de. **Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento. Um processo sócio-histórico**. 4 ed. São Paulo: Scipione, 1997.

PANOSSIAN, Maria Lucia. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino**. 2008. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – FEUSP, São Paulo, 2008.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. **Analisando o desempenho de alunos no Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP**. 2001. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC, São Paulo, 2001.

_____. **Multisignificados de equação e o ensino de matemática: desafios e possibilidades**. São Paulo: Blucher Acadêmico, 2008.

SAUL, Mark. Algebra: What are teaching?. In.: Yearbook 2001: **The Roles of Representation in School Mathematics**. Estados Unidos, p. 35-43.

SCARLASSARI, Nathalia Tornisiello. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental**. 2007. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNICAMP, Campinas, 2007.

VIGOTSKI, Liev Semiónovitch. **Pensamento e linguagem**. Tradução Jefferson Luiz Camargo. 3 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

_____. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.