

Média Aritmética nos Livros Didáticos de Matemática: Uma análise a partir da Teoria dos Campos Conceituais

José Ivanildo Felisberto de Carvalho¹

Verônica Gitirana²

Resumo

A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1991) tem contribuído de forma significativa com o campo da Educação Matemática. Este estudo analisou a abordagem da média aritmética nas dez coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD 2011, com base na no tripé que compõe a Teoria dos Campos Conceituais. Os resultados apresentam limitações na exploração pelos livros didáticos dos elementos que constituem um campo conceitual, a saber: invariantes, significados e representações. Com relação aos invariantes identificou-se uma exploração com foco nas propriedades *a média é influenciada por cada um e por todos os valores* e a *média não precisa, necessariamente, coincidir com um dos valores a partir do qual foi calculada*. O significado mais explorado foi *a média como elemento representativo de um conjunto de dados*. As representações gráficas e tabulares ainda são deixadas de lado por algumas coleções.

Palavras chave: média aritmética, livros didáticos, teoria dos campos conceituais, anos finais do ensino fundamental.

INTRODUÇÃO

Gráficos e tabelas são comumente utilizadas pelos meios de comunicação com objetivos de oferecer uma representação mais visual das informações e alcançar um maior entendimento dos dados pelos cidadãos. No entanto, as medidas estatísticas mais entendidas pelos cidadãos são as frequências, outras medidas como as médias, desvio padrão, importantes para entender os dados são ainda pouco exploradas e compreendidas.

Dentre as medidas estatísticas, a média aritmética constitui-se como uma importante mensuração numérica descritiva. Segundo Mokros e Russell (1995, p.37), a média “é um objeto matemático de complexidade não reconhecida, que engana pela simplicidade do algoritmo de solução”.

Além disso, é típico o ensino da média aritmética a partir do algoritmo, enfatizando o uso apenas procedimental da fórmula matemática. Desta forma, a compreensão do

¹ UFPE – ivanfcar@hotmail.com

² UFPE – veronica.gitirana@gmail.com

conceito vê-se afetada. A literatura atual aponta que é mais benéfico para os estudantes compreender a diversidade de significados inerentes ao conceito de média do que tê-la apenas como o resultado de uma fórmula matemática (CORTINA, 2002; BAKKER, 2006).

Os documentos oficiais recomendam, a mais de uma década, a inserção de tópicos relativos ao Tratamento da Informação no trabalho com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) incluindo a média aritmética. Nesse sentido, a média como medida estatística já consta das abordagens da maioria dos livros didáticos. E, portanto, revela-se a importância de analisar tais abordagens, principalmente com foco nos livros já aprovados pelo Programa Nacional de Livro Didático – PNLD, para aquisição e uso das escolas públicas do Brasil. Neste contexto, este artigo traz uma discussão da pesquisa de mestrado que investigou a abordagem de média nos livros de matemática aprovados pelo PNLD 2011.

O CAMPO CONCEITUAL DA MÉDIA ARITMÉTICA

Uma vez que a pesquisa tem como objetivo fazer uma análise da abordagem de média utilizou-se a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1991) por auxiliar na compreensão da formação conceitual da média aritmética. Esta Teoria considera a formação de um conceito a partir do tripé de três conjuntos:

S: conjunto das *situações* que dão sentido ao conceito;

I: conjunto de *invariantes* (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;

R: conjunto de *representações simbólicas* (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

Análise da literatura sobre média nos levou a sintetizar alguns significados atribuídos por diversas situações ao conceito de média, conjuntamente com os invariantes já discutidos em trabalhos de Strauss e Bichler (1988). Percebeu-se também a importância

de algumas representações para este conceito. Trazemos essa síntese por meio do diagrama abaixo, o qual iremos discutir.

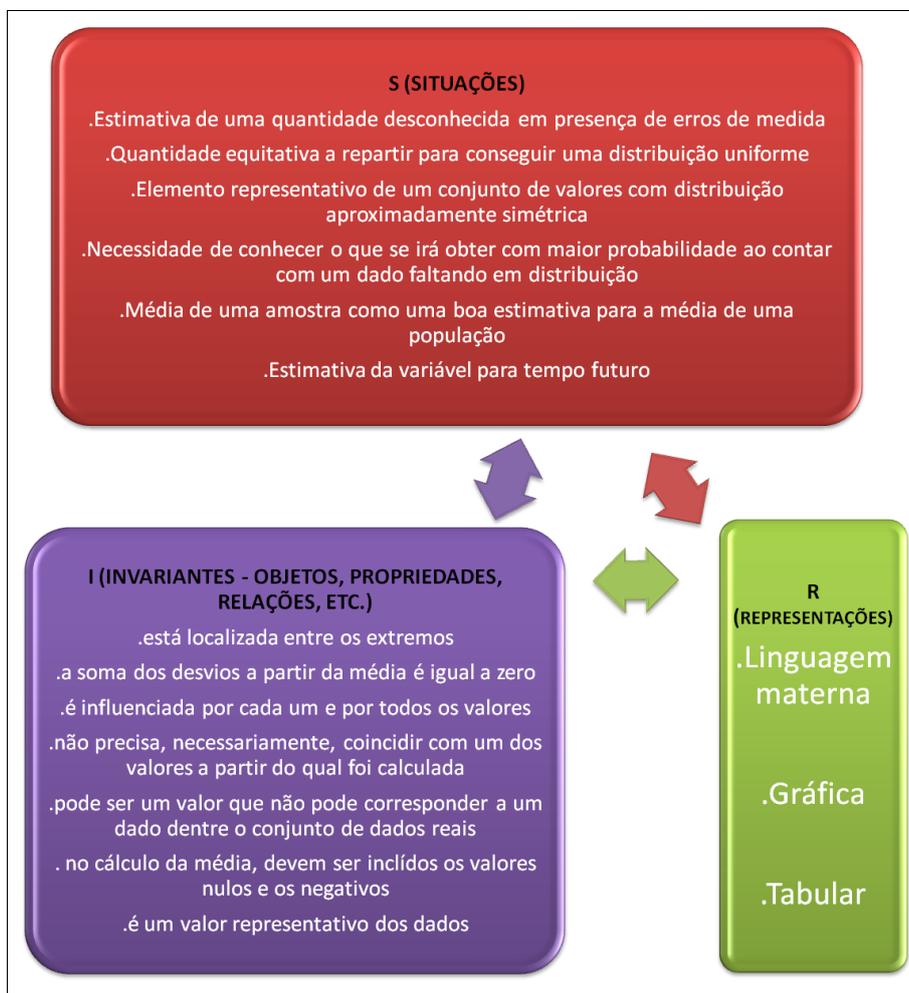


Figura 1: Exemplo de Campo Conceitual da Média Aritmética

REFERENCIAL TEÓRICO

Estudo realizado por Strauss e Bichler (1988) investigou propriedades importantes para a construção do conceito de média, a saber:

P1 - A média está localizada entre os valores extremos;

P2 - A soma dos desvios a partir da média é igual a zero; P3 - A média é influenciada por cada um e por todos os valores;

P4 - A média não precisa, necessariamente, coincidir com um dos valores a partir do qual foi calculada;

P5 - A média pode ser um valor que não pode corresponder a um dado dentro o conjunto de dados reais;

P6 - O cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos;

P7 - A média é um valor representativo dos dados, ou seja, é o valor que está mais próximo de todos (aspecto espacial).

Batanero (2000) elenca quatro significados em que o conceito de média aritmética progressivamente emerge:

1. Estimacão de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição – cálculo da melhor estimativa de um valor desconhecido (S1).
2. Necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme (S2).
3. Servir de elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica (S3).
4. Valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população (S4).

Anjos e Gitirana (2008) constataram que, das propriedades da média, poucas são exploradas de forma satisfatórias pelos livros didáticos do PNLD 2008, além do que, as que atingem maiores índices de abordagem, não são exploradas da forma esperada, com vistas a uma compreensão da média enquanto conceito estatístico. Pesquisas revelam um bom domínio do algoritmo da média pelos estudantes, mas também revelam dificuldades de compreensão conceitual dos mesmos sobre diversos aspectos do conceito de média (STRAUSS E BICHLER, 1988; MELO, 2010).

METODOLOGIA

Dentro da perspectiva de obtenção de um panorama geral da abordagem da média aritmética nos livros, decidiu-se por uma estatística censitária, na qual todos os quatro volumes pertencentes a todas as coleções aprovadas no PNLD 2011 foram analisados, perfazendo um total de 40 volumes de 10 coleções de livros didáticos, cada uma com 4 volumes. Foram contabilizadas 454 atividades dentro e fora dos capítulos e/ou secções destinados ao Tratamento da Informação. Apesar de denominar atividades, nelas incluímos exemplos, exercícios a resolver, exercícios resolvidos e explicações teóricas. Observamos

todas as atividades que trabalham com as medidas de tendência central – mesmo quando a atividade solicitava apenas o cálculo.

Respaldo na Teoria dos Campos Conceituais montamos um banco de dados a partir da análise das atividades classificando a abordagem ou não dos invariantes prescritos, os significados envolvidos, as representações exploradas, o tipo de contexto, o tipo de variável envolvida. Neste artigo apresentaremos os resultados dos conjuntos dos invariantes, significados e representações. Para análise dos invariantes tomamos por base os estudos de Strauss e Bichler (1988) descritos acima. Em relação aos significados, assumimos os apresentados por Batanero (2000) já descritos e ainda acrescentamos mais três significados conforme descrição abaixo:

- A média de uma amostra como uma boa estimativa para a média de uma população – a partir de um curso realizado com Vergnaud no ano de 2010 (S5).
- a média como uma estimativa da variável para tempo futuro – a partir da análise das atividades (S6).
- a média com significado procedimental – para os casos em que a atividade solicita apenas o procedimento de cálculo sem contextualização (S7).

No que concerne às representações utilizadas nas atividades, as categorias de análise foram construídas mediante o contato com as atividades, a saber: Linguagem materna; Representação gráfica e Representação tabular.

DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Dentro dos capítulos destinados ao Tratamento da Informação podemos observar ao comparar o PNLD 2011 com o piloto realizado com o PNLD 2008 que existe um aumento das coleções que abordam a média em quatro ou três anos. Constatamos também que no PNLD 2011 desaparecem as coleções que não abordam a média em nenhum momento, além do que, fica explícita a mudança de enfoque na abordagem da média trabalhada nos capítulos ou seções de Tratamento da Informação ao longo dos anos nas referidas obras do PNLD. Citamos, por exemplo, as coleções que trabalham a média em três anos, no PNLD 2008 tinham frequência de 6,25% das coleções, no entanto no PNLD 2011 temos 50% das

coleções. Também no caso da média ser abordada nos quatro anos salta no PNLD 2008 de 6,25% para 20% no PNLD 2011.

Apresentamos a figura da frequência absoluta das atividades no geral (dentro e fora dos capítulos de TI) por ano e por coleção:

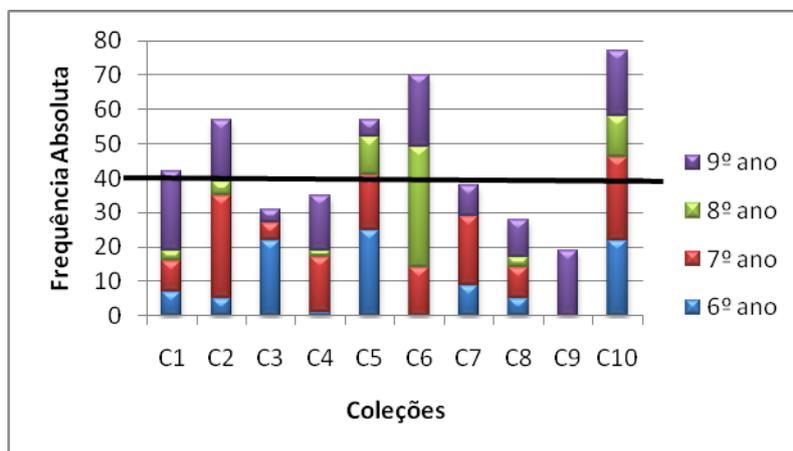


Figura 2: Frequência absoluta das atividades de média por ano e por coleção

Quando comparamos as atividades por ano e por coleção, observamos que não existe um consenso de quando se deve abordar a média. Podemos constatar que seis coleções abordam a média nos quatro anos, mesmo que em determinados anos a frequência de atividades seja muito baixa. Três em três anos e uma em um único ano. O traço na cor preta indica a média de 45,4 atividades por coleção. A coleção que mais se distancia da média é a C9 em que faz a abordagem apenas em um volume.

Com relação à exploração dos invariantes segue figura da distribuição das propriedades por coleção. Foi feito um boxplot da frequência (variável quantitativa) de atividades que exploram cada invariante. O boxplot nos fornece uma indicação clara dos valores extremos ou atípicos, denominados de *outlier*. A presença dos *outliers* (superiores) indica as propriedades que são trabalhadas numa quantidade bem maior. Assim, as propriedades 3 e 4 são exploradas com destaque em relação à exploração das demais propriedades em todas as coleções.

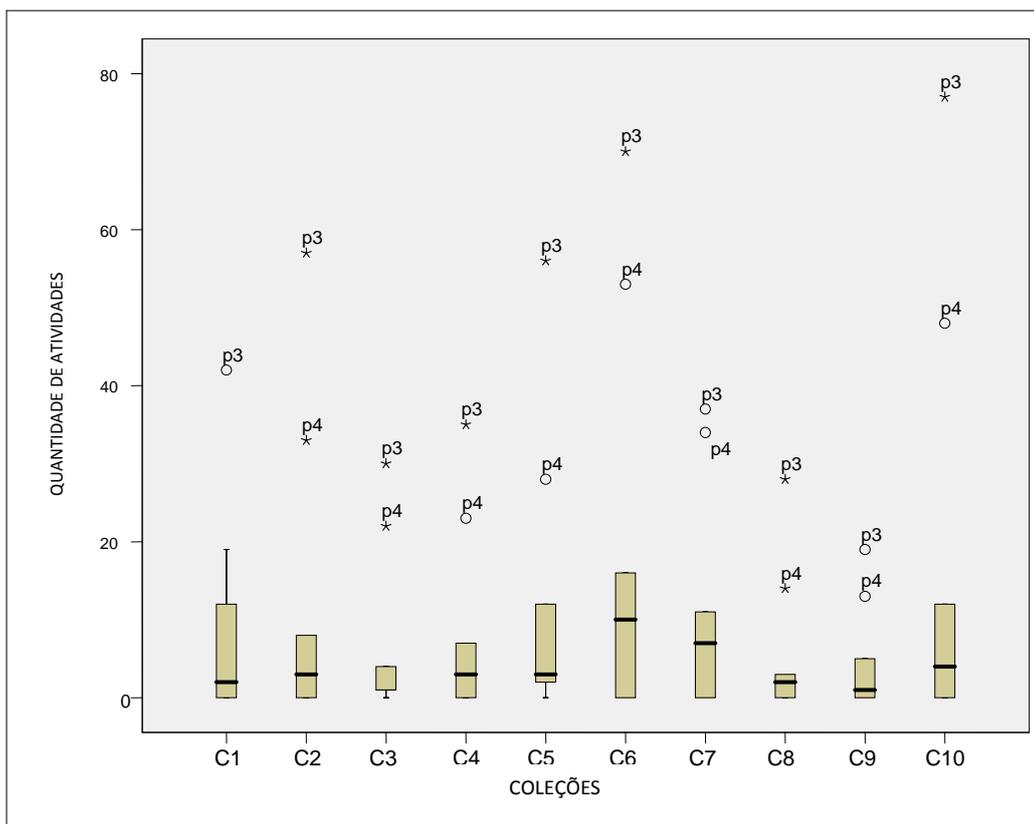


Figura 3: Distribuição das propriedades por coleção

O boxplot mostra também a pouca exploração de outras propriedades em todas as coleções. O traço na caixa indica a mediana. Nas coleções C6 e C7, a mediana fica em torno de 10 atividades, nas outras coleções a mediana fica abaixo de 10 atividades.

Destacamos neste artigo, a propriedade 3 - *A média é influenciada por cada um e por todos os valores*. A referida propriedade ressalta que se um valor do conjunto de dados for modificado, a média será alterada. E se um valor for adicionado, ou excluído do conjunto, a média também será alterada; exceção para os casos em que esse valor seja igual à média. No total de atividades analisadas, 99,3% utilizaram esta propriedade. Considerando que dentre essas atividades temos as atividades que trabalham apenas o cálculo procedimental. Procuramos, então, reanalisar as atividades e identificar aquelas que exigem outras habilidades, tais como o trabalho com o cálculo inverso, ou seja, dado o valor médio, encontrar um dos valores que faltam, bem como a discussão do que significa isto. Em suma, aquelas em que haja reflexão sobre essa propriedade. Desta forma, encontramos que apenas 18,7% das atividades que mobilizam a referida propriedade, o fazem de forma mais significativa. A atividade abaixo explicita tal propriedade envolvendo outras habilidades além do simples algoritmo do cálculo.



Figura4: A média é influenciada por cada um e por todos os valores.

(Fonte: Coleção 24935, 2009, vol.7, p. 89).

Esta atividade estimula o aluno a refletir sobre a distribuição dos dados e a representatividade da média. Além disso, permite o aluno refletir sobre a influência de um valor muito destoante do grupo para a média.

Apesar de muitas vezes, uma coleção trazer a reflexão de uma propriedade a grande maioria das atividades pouco promovem reflexão das propriedades.

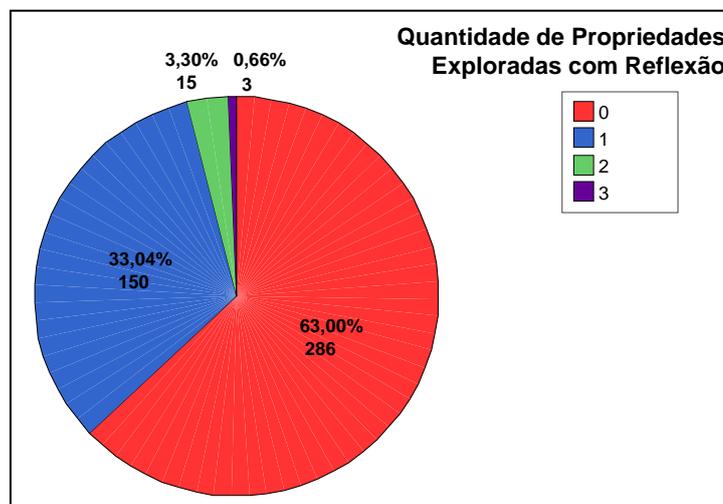


Figura 5: Porcentagem e total de atividades por quantidade de propriedades exploradas

Os resultados mostram que 63% das atividades analisadas não promovem reflexão das propriedades analisadas. Portanto, apenas 37% das atividades propostas buscam tal promoção. Olhando tal distribuição por coleção temos:

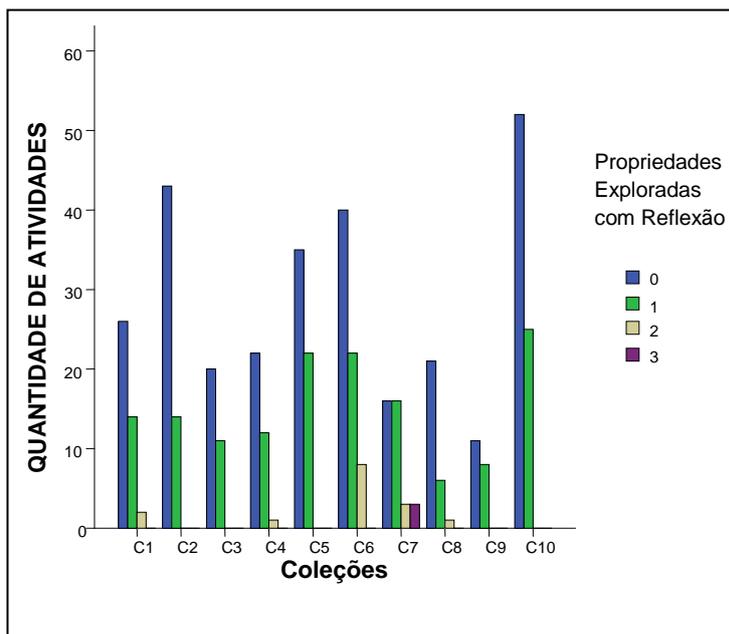


Figura 6: Total de atividades de propriedades exploradas com reflexão por coleção

Em 9 das coleções, a quantidade de atividades que não se promove reflexão sobre nenhuma das propriedades é maioria absoluta.

No que diz respeito aos significados, apresentamos a figura da frequência absoluta dos significados por coleção.

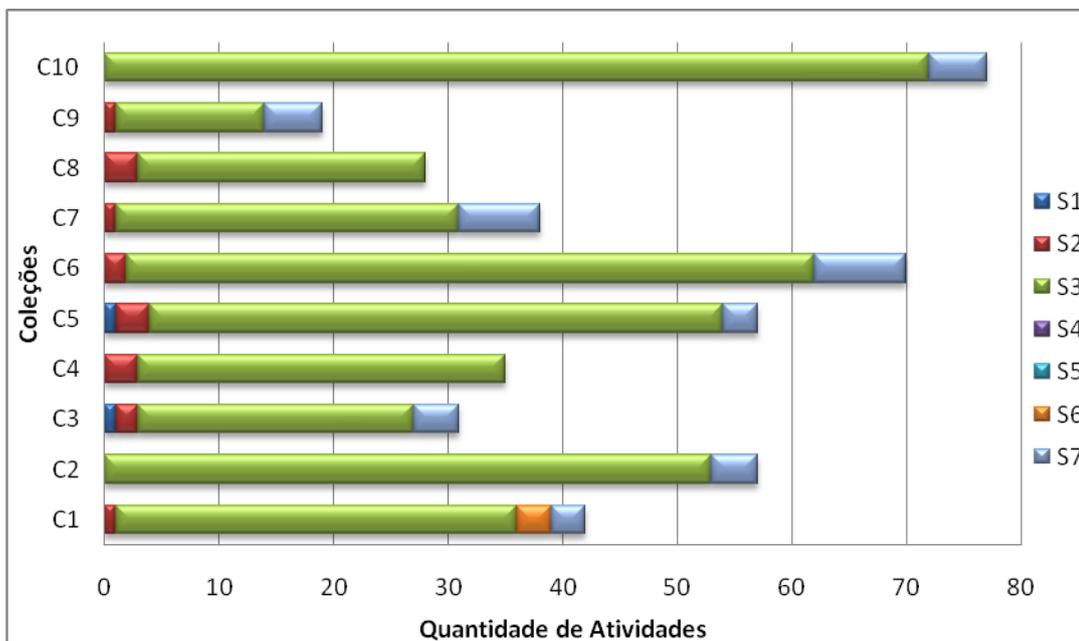


Figura 7: Frequência absoluta dos significados por coleção

Observamos que a tendência das coleções está na ênfase do significado da média como *um elemento representativo de um conjunto de dados*. O fato deste significado (S3) ser trabalhado por todas as coleções, é um bom sinal, pois enfatiza o caráter representativo desta medida. Outra significação explorada por oito das dez coleções é o *significado procedimental*, apenas C4 e C8 não apresentam atividades do tipo puramente algorítmica. C1, C3 e C5 são as coleções que perpassam por quatro significados. Ainda em C1 identificamos e classificamos o significado da média como uma *estimativa da variável para tempo futuro* (S6), para os casos em que a média é utilizada como uma extrapolação temporal – essa é uma estratégia muito utilizada pelas companhias de energia quando não conseguem ter acesso ao medidor de energia em um dado mês. Observamos também que quatro coleções desenvolvem apenas dois significados. Deve-se atentar para este fato, uma vez que trabalhar apenas um ou dois significados pode comprometer a compreensão dos estudantes com relação ao campo conceitual de média aritmética. Pois, de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, a compreensão de um conceito perpassa por compreender uma diversidade de significados assumidos pelo mesmo em diversas situações.

Completando o triple temos o conjunto das representações, no qual apresentamos a figura da porcentagem de abordagem por coleção.

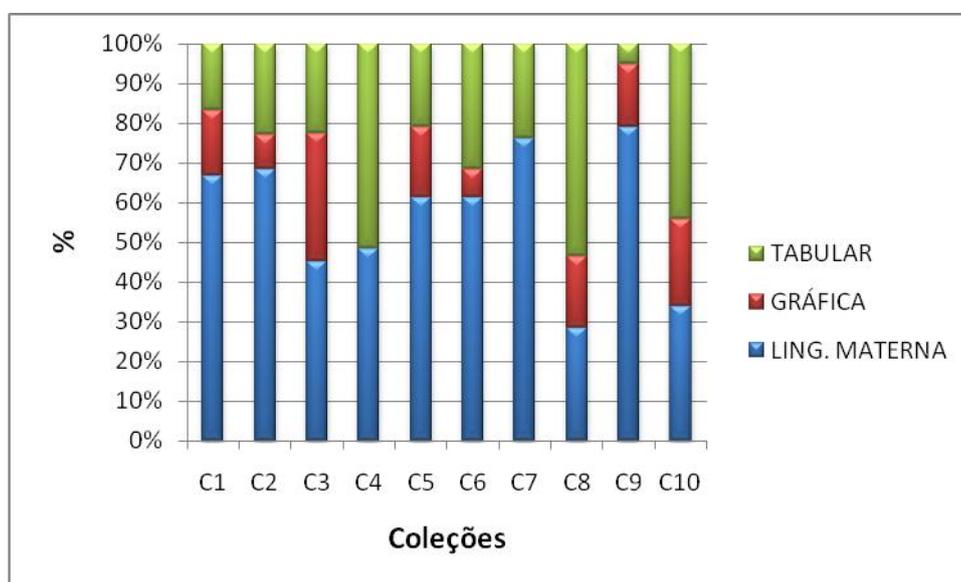


Figura 8: Frequência relativa das representações por coleção

Podemos confirmar que a representação mais utilizada no total das 454 atividades é a linguagem materna, mas essa mesma tendência se confirma quando olhamos coleção por coleção. Com ressalva para as coleções C4 e C8, na C4 as representações estão distribuídas equilibradamente entre a linguagem materna e a tabular; já na C8 a representação tabular

excede os 50% das atividades da referida coleção. As 10 coleções desenvolvem atividades tanto com a representação em linguagem materna como com a tabular. No entanto, duas coleções não desenvolvem nenhuma atividade utilizando a representação gráfica, a saber: C4 e C7.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante de todos os resultados encontrados, constatamos que a abordagem da média aritmética nos livros didáticos dos anos finais aprovados pelo PNLD 2011 apresenta avanços, mas também limitações. Avança quando todas as coleções abordam de alguma forma a média, e amplia na distribuição da abordagem em maior quantidade de volumes.

No que tange aos conjuntos dos invariantes, significados e representações, os livros apresentam limitações na exploração dos elementos destes conjuntos. O campo conceitual da média construído pela abordagem oferecida nos livros didáticos apresenta ainda limitações para a compreensão da média como uma medida estatística. Há ainda poucas atividades na composição da abordagem das coleções que propiciem a compreensão por parte do aluno da função estatística da média aritmética. Este estudo aponta para a necessidade de caminhar para melhores abordagens didáticas com a média aritmética nos anos finais com ampliação e melhor exploração dos significados assumidos pela média enquanto medida estatística. Percebemos que é possível o desenvolvimento de um trabalho nos livros didáticos que possibilite a construção do conceito de média ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental focado no conjunto das situações, invariantes e representações, base da teoria defendida por nós e por Vergnaud (1991).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANJOS, D.; GITIRANA, V. Exploração do conceito de média nos em livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental. **Anais do 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT**, 2008, PP.1-9.

BAKKER, A; GRAVEMEIJER, K. P. E. **An Historical Phenomenology of mean and median**. Educational Studies in Mathematics, vol. 62, p.149–168, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 5ª a 8ª série**. Brasília: MEC-SEF. 1998.

BATANERO, C. **Significado y comprensión de las medidas de posición central.** Departamento de Didáctica de La Matemática, Universidade de Granada. UNO, 2000, 25, p. 41-58. Disponível em <<http://www.ugr.es/~batanero>>. Acessado em 07 de dezembro de 2009.

CORTINA, J.L. **Developing instructional conjectures about how to support student understanding of the arithmetic mean as a ratio.** Anais da 6ª Conferência Internacional de Educação Estatística – ICOTS6. 2002. Disponível em <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/2a2_cort.pdf>. Acessado em 15 de dezembro de 2010.

MELO, M. C. M. **Fazendo média: compreensões de alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife/PE, 2010.

MOKROS, J; RUSSELL, S. J. Children's Concepts of Average and Representativeness. **Journal for Research in Mathematics Education**, 26(1), p.20-39, 1995.

STRAUSS, S; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, vol. 19, 64-80. 1988.

VERGNAUD, G. **A teoria dos campos conceituais.** Recherches em didactique des mathématiques, vol. 10`23, 133-170, Grenoble, La Pensée Sauvage éditions, 1991. In: Didáctica das Matemáticas. Direcção de Jean Brun. Horizontes Pedagógicos. 1996.