

A construção do conceito de fração: um estudo comparativo entre alunos do 1º ano do ensino médio e alunos do 8º ano do ensino fundamental

Fernanda Andréa Fernandes Silva¹

Mônica Lins²

Resumo

Esta pesquisa teve por objetivo comparar os desempenhos dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, obtidos ao resolverem questões que abordavam o conceito de fração, com os do 8º ano do Ensino Fundamental da escola estadual de Taquarana/AL, pesquisados por Nunes & Siva (2009). Para isso, o estudo se propôs responder a seguinte questão de pesquisa: “Os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Taquarana/AL, evoluíram na aprendizagem do conceito de fração em relação aos alunos do 8º ano, desta mesma escola, pesquisados por Nunes & Silva (2009)? Procuramos sustentação teórica nas idéias de Vergnaud (1996), e Nunes et al (2003, apud Merlini 2005). E realizamos um estudo diagnóstico, quantitativo e qualitativo, com 15 alunos da referida escola; concluindo que estes parecem apresentar dificuldades em construir o conceito de fração, devido ao ensino deste, privilegiar alguns significados em detrimento de outros.

Palavras-chave: fração; significados; estratégias.

INTRODUÇÃO

A aprendizagem formal do conceito de fração inicia-se no 4º ano do Ensino Fundamental, por necessidade de uma ampliação do conjunto dos números naturais. E de acordo com os PCNs (1997), pressupõe algumas rupturas das idéias dos alunos construídas no campo dos naturais, demandando tempo para ser apropriado.

Além disso, pesquisas na área como Bezerra (2001), Santos (2005), Merlini(2005), Teixeira (2008), entre outros vem demonstrando que para a aprendizagem do conceito de fração implica, necessariamente, que sejam trabalhados, de forma significativa, todos os significados ou subconceitos interligados ao conceito. E Nunes et al (2003, apud Merlini

¹ Professora de Matemática do Colégio da Polícia Militar de Alagoas. Mestranda da Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). fernandaandrea@ig.com.br

² Profa Adjunta do Departamento de Educação da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Coordenadora do Curso de Graduação em Licenciatura em Pedagogia; Professora dos Cursos de Graduação em Licenciaturas Diversas; Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UFRPE. Doutora em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

2005) propõe uma classificação destes significados como sendo: número, operador multiplicativo, parte-todo, quociente e medida.

Devido a sua complexidade, o conceito de fração, é visto por Lopes (2008) como sendo um conhecimento a ser aprofundado durante todo o Ensino Fundamental e Médio, através de atividades que favoreçam as relações entre as idéias que entrelaçam o conceito em diversos contextos. Sendo sua aprendizagem propícia ao desenvolvimento cultural, matemático e cognitivo do aluno.

Tendo esses estudos como referência, Nunes & Silva (2009) realizaram uma pesquisa diagnóstica, com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas da cidade de Taquarana/Al, sendo uma municipal e a outra estadual, com o objetivo de traçar as estratégias utilizadas por eles ao resolverem questões que abordavam o conceito de fração, de acordo com a classificação proposta por Nunes et al (2003, apud Merlini 2005), levando em conta, duas variáveis: *a característica da quantidade* (quantidades contínuas e discretas) e *a forma de representação do problema* (as representações icônicas e não icônicas). Além disso, também tinha como objetivo observar se o aluno pesquisado tinha mais facilidade em resolver problemas que envolvessem quantidades contínuas, ou ainda, se a presença do ícone facilitava a sua compreensão. Portanto, foi realizada uma análise quantitativa e qualitativa visando analisar os índices de acertos e erros, e as estratégias que levaram aos erros.

Buscando dar continuidade a este trabalho, este estudo tem como questão de pesquisa verificar se “os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Taquarana/Al, evoluíram na aprendizagem do conceito de fração em relação aos alunos do 8º ano, desta mesma escola, pesquisados por Nunes & Silva (2009)?” Para isso, nosso objetivo é comparar quantitativo e qualitativamente os desempenhos destes alunos, para definir se houve uma evolução da aprendizagem desse conceito.

REFERENCIAL TEÓRICO

Vergnaud (1996) considera que inúmeros fatores podem influenciar na formação e no desenvolvimento de um conceito; e que estes se entrelaçam, formando o que denominou de campo conceitual, sendo nas situações-problema a melhor forma deste emergir.

Todavia, o estudo do desenvolvimento de um campo conceitual requer que um conceito seja visto, como uma composição de três conjuntos (Vergnaud 1996):

S – conjunto de situações que tornam o conceito significativo;

I – conjuntos de invariantes (objetos, propriedades, relações);

R – conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar os invariantes.

Segundo o autor acima citado, os conceitos matemáticos só têm sentido para o indivíduo, se tiverem como base um conjunto de situações que não devem ser analisadas sob um ponto de vista apenas, não sendo recomendado que o conceito seja reduzido unicamente à sua definição.

Essa pesquisa procurou investigar o conceito de fração coordenando a interação entre os três conjuntos da terna: *Situações, Invariantes e Representações*.

O *conjunto de situações*, em nosso estudo refere-se à classificação teórica de problemas proposta por Nunes et al (2003, apud Merlini 2005), contemplando os cinco significados: *Número, Parte-todo, Medida, Quociente e Operador Multiplicativo*.

O *conjunto de Invariantes* relativos às propriedades do conceito: equivalência e ordem; refere-se aos objetos e relações que podem ser reconhecidos pelo aluno para analisar e dominar as situações.

E o *conjunto de representações* refere-se aos signos e símbolos matemáticos: $-$, a e b naturais com b diferente de zero, pictórica, porcentagem ou forma decimal.

METODOLOGIA

Tendo como referência a Teoria de Vergnaud (1996), a classificação sobre o significado de fração proposta por Kieren citado por Teixeira (2008) e a classificação proposta por Nunes, citado por Merlini (2005); esse estudo diagnóstico foi realizado com 15 alunos, da Escola Estadual de Taquarana, de uma turma composta por 30 (trinta) alunos, cuja idade varia entre 13 (treze) e 15 (quinze) anos. O instrumento utilizado na coleta de dados do estudo foi um questionário, utilizado por Nunes & Silva (2009), que é composto de 19 (dezenove) questões que abordaram o conceito de fração nos significados: *número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo*; as variáveis: *contínua ou discreta* e as representações: *figural* (representação icônica) ou *não figural* (representação não icônica) e os invariantes *ordem e equivalência*.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A partir dos resultados encontrados, realizamos uma análise quantitativa e qualitativa. Na análise quantitativa buscamos comparar entre as turmas especificadas, o índice de acertos totais, de acertos por significado e por variáveis: quantidades *contínuas e discretas*, representação *icônica e não icônica* e dos invariantes *ordem e equivalência*. Na análise qualitativa foram categorizados os erros cometidos pelos alunos pesquisados, analisando as estratégias que levaram aos erros, pois estes tiveram índices superiores aos acertos.

ANÁLISE QUANTITATIVA

A análise quantitativa tem como referência 18 itens de questões que abordam os significados da fração: *parte-todo, medida, número, operador multiplicativo, e quociente*; as variáveis: quantidade – *contínua e discreta*; e representação – *icônica e não-icônica*. E 04 itens de questões que abordam os invariantes da fração: *ordem e equivalência*.

Na análise dos 18 itens de questões correspondente aos significados da fração e as variáveis, o máximo de respostas corretas que poderíamos obter seriam 270 acertos. A tabela abaixo apresenta os dados gerais da turma pesquisada comparados com os coletados por Nunes & Silva (2009, pág. 38), dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, da mesma escola.

Tabela 4.1.1: Total e percentual dos acertos dos alunos do 8ºano do Fundamental II e 1º ano do Ensino Médio

	Total de acertos	% de acertos
1º	95 de 270	35,18
8º	62 de 270	22,96
DIFERENÇA	33	12,22

Analisando a tabela 4.1.1 podemos verificar que houve um índice baixo de acerto dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, sendo 95 respostas corretas de um total de 270, correspondendo a um percentual de 35,18% que comparados aos dos alunos do 8ºano do Fundamental II, representa uma diferença de apenas 12,22%.

E conforme a tabela 4.1.2, podemos inferir que o total de acertos, da turma pesquisada, não é equitativo em relação aos cinco significados da fração.

Tabela 4.1.2: Descrição dos acertos das questões dos alunos do 1ºano do Ensino Médio

	Número	Parte-todo	Quociente	Medida	Op. Mult.	Total de acertos
1º ANO	6 de 30	10 de 60	34 de 60	13 de 60	32de 60	95 de 270
%Acertos	20%	21,67%	56,67%	21,67%	53,33%	35,18%

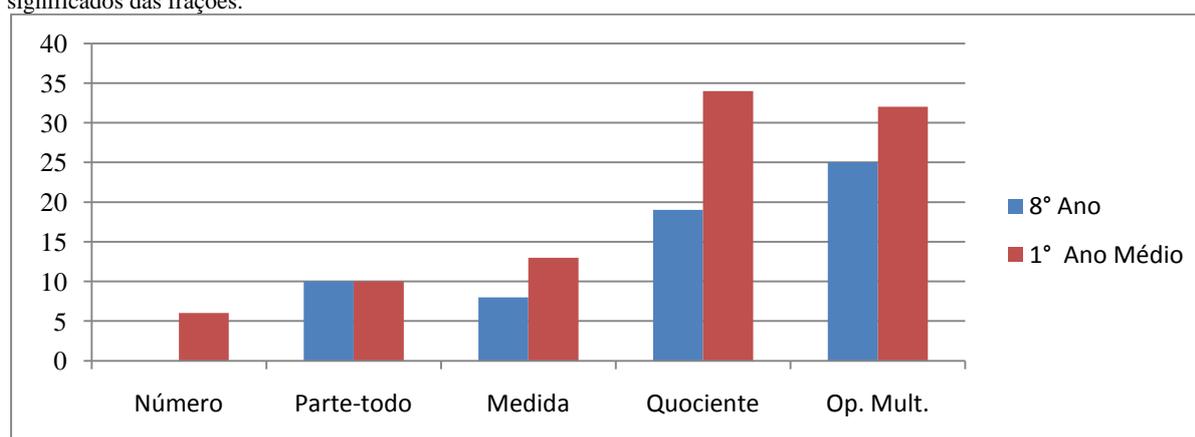
Este fato também ocorreu na pesquisa de Nunes & Silva (2009), como podemos observar na tabela 4.1.3 a seguir:

Tabela 4.1.3: Descrição dos acertos das questões dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental

	Número	Parte-todo	Quociente	Medida	Op. Mult.	Total de acertos
8º ANO	0 de 30	10 de 60	19 de 60	8 de 60	25 de 60	62 de 270
% Acertos	0%	21,67%	23,33%	13,33%	41,67%	22,22%

Ao comparar o desempenho dos alunos do 1º ano do Ensino Médio e 8º ano do Ensino Fundamental¹ em relação aos significados das frações, demonstramos que os significados *quociente* e *operador multiplicativo* foram os que apresentaram melhor resultado, entre os alunos do 8º ano e 1º ano de acordo com o gráfico a seguir:

Gráfico 1: Comparação do desempenho dos alunos do 1º ano do Ensino Médio e 8º ano do Ensino Fundamental em relação aos significados das frações.



Esse resultado pode ter ocorrido devido a esses significados possibilitarem uma ação mais imediata do uso de algoritmos e o significado *quociente* ser ligado a partilha, divisão, que é mais frequente no cotidiano dos alunos (Santos, 2005).

No que se refere ao significado *número*, esse obteve o menor percentual de acerto no 1º ano do Ensino Médio, apenas seis respostas corretas e nenhum acerto entre os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Podendo ser decorrente de uma exploração insuficiente deste, por parte dos professores (Nunes et al, citado por Merlini (2005)).

Na análise das respostas dos alunos do 1º ano, quanto às variáveis *contínuas* e *discretas*, com *representação icônica* e *sem representação icônica*, podemos observar, de

¹ Todos os dados referentes ao 8º ano do Ensino Fundamental foram obtidos na pesquisa de Nunes & Silva (2009).

acordo com a Tabela 4.1.4, que o ícone não foi um item facilitador nas questões que envolviam as variáveis *contínuas* e *discretas* e que houve um maior número de acertos nas questões que envolviam quantidades discretas.

Tabela 4.1.4: Acertos das questões a partir das variáveis de pesquisa 1° ANO

	Repr		I	ÑI	TOTAL
	Qtde				
1° ANO	C		22 de 75 29,33%	29 de 75 38,67%	51 de 150 34%
	D		21 de 60 35%	23 de 60 38,33%	44 de 120 36,67%
TOTAL			43 de 135 31,85%	52 de 135 38,52%	95 de 270 35,19%

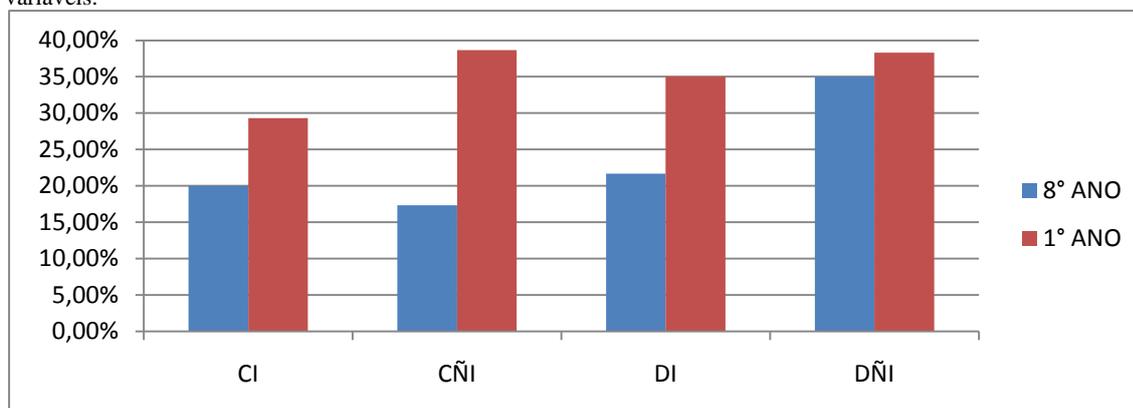
Legenda:

C – Quantidade Contínua
I – Representação Icônica

D – Quantidade Discreta
ÑI – Representação não icônica

Comparando com os resultados encontrados por Nunes & Silva (2009) com os alunos do 8° ano (ensino fundamental) e os alunos do 1° ano (ensino médio), de acordo com gráfico 2, observamos que quanto as quantidades contínuas, os alunos do 8° ano tiveram melhor desempenho nas questões que envolveram *representação icônica*, e quanto às quantidades discretas ambas as turmas, obtiveram maior índice nas questões que não apresentam ícone.

Gráfico 2: Comparação do desempenho dos alunos do 1°ano do Ensino Médio e 8°ano do Ensino Fundamental em relação às variáveis.



Legenda:

C – Quantidade Contínua
I – Representação Icônica

D – Quantidade Discreta
ÑI – Representação não icônica

Tendo como objetivo comparar as respostas das duas turmas quanto aos significados da fração e as variáveis: quantidades contínuas e discretas; e as *representações icônicas* e *não icônicas*, foi elaborada a tabela 4.1.5 contendo o desempenho desses alunos em relação às

variáveis – quantidades contínuas e discretas, representação icônica e não icônica, dentro de cada um dos significados de fração.

Tabela 4.1.5: comparação do desempenho dos alunos do 8º ano e 1º ano com relação aos significados e às variáveis

SIGNIF		NÚMERO		PARTE-TODO		QUOCIENTE		MEDIDA		OP. MULT.	
		I	ÑI	I	ÑI	I	ÑI	I	ÑI	I	ÑI
8º ANO	C	0	0	2	3	2	5	3	3	8	2
	D	-	-	2	3	6	6	2	0	2	13
1º ANO	C	0	6	3	3	5	10	3	4	11	6
	D	-	-	2	2	10	9	5	1	4	11

É importante ressaltar que as amostras de ambas as turmas correspondiam a 15 alunos, portanto, cada célula da tabela acima, poderia ter, no máximo, 15 respostas corretas.

Com o significado *número*, o que se percebe é que os alunos do 1º ano continuam sem aproveitamento quanto à quantidade contínua icônica, entretanto obtiveram índice de acertos na quantidade contínua não icônica, porém ainda baixo, devendo ao fato dos alunos apresentarem dificuldades de conceber fração como um número racional escrito na forma $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$, como também constatado na pesquisa de Merlini (2005), Nunes & Silva (2009).

No que se refere ao significado *parte-todo*, constata-se que os resultados obtidos são semelhantes aos do 8º ano, revelando que apesar de ser demonstrado através de pesquisas ser o significado mais trabalhado pelos professores e livros didáticos, estes não enfatizam a conservação da área nas partes divididas. Além disso, se não compreendido adequadamente pode levar a dupla contagem, relacionando parte-parte, fato este que leva muitos alunos ao erro, como por exemplo, no 1º ano, que foi o segundo pior índice obtido.

O significado *quociente* apresentou um índice bem superior de acertos quando comparados aos dos alunos do 8º ano, podendo ser pelo fato do uso do algoritmo e estar mais relacionado a situações de divisão, partilha, próximos do cotidiano do aluno.

Quanto ao significado *medida*, os alunos do 1º ano apresentaram o mesmo índice dos encontrados no 8º ano, apenas na quantidade contínua icônica, sendo superior nas demais variáveis.

E, o significado *operador multiplicativo*, no que se refere à quantidade contínua icônica e à quantidade discreta não icônica, o 1º ano obteve o maior índice de acertos, 11 no total. O 8º ano, considerando o mesmo significado na quantidade discreta não icônica, também obteve o maior índice de acerto, 13 no total.

Podemos então concluir que no que tange os significados da fração envolvendo as variáveis: quantidades contínuas e discretas e as *representações icônicas e não icônicas*, que os resultados obtidos com os alunos do 1º ano do Ensino Médio demonstraram uma ausência de equidade entre esses significados, sendo o significado número o que apresenta menor índice de acertos. Assim sendo, ao comparar estes resultados com os obtidos por Nunes & Silva (2009), com os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, podemos verificar que não houve, em relação a estes parâmetros um avanço neste conceito.

Para a análise dos invariantes da fração, utilizamos 04 itens de questões, sendo, 01 item para o invariante ordem e 03 para o invariante equivalência. Conforme a Tabela 4.1.6, podemos comparar o desempenho entre as turmas pesquisadas, e afirmar que apenas na questão que envolve o invariante ordem, o 1º ano do Ensino Médio, obtém um total de acertos superior aos dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, tendo obtido índice menor, para as demais questões que abordam o invariante equivalência. Porém para a questão 15 observamos uma tendência de sucesso entre as turmas pesquisadas, talvez seja pelo fato desta apresentar um ícone.

Tabela 4.1.6: Desempenho dos alunos do 8º ano e 1º ano com relação aos invariantes do conceito de fração

Invar SÉRIE	ORDEM	EQUIVALÊNCIA			TOTAL
	Questão 19	Questão 5A	Questão 15	Questão 17	
8º ANO	2 de 15	12 de 15	14 de 15	4 de 15	32 de 60
1º ANO	5 de 15	6 de 15	12 de 15	0 de 15	23 de 60

ANÁLISE QUALITATIVA

O objetivo da análise qualitativa é verificar as estratégias que resultaram em erro, pois o percentual geral de acerto foi muito baixo; e compará-las às encontradas por Nunes & Silva (2009). A Tabela 4.2.1 mostra o total de acertos, erros e brancos encontrados nas turmas pesquisadas e a diferença entre eles.

Tabela 4.2.1: distribuição das respostas obtidas na pesquisa

SÉRIE	TOTAL DE ACERTOS	TOTAL DE ERROS	TOTAL DE BRANCOS
8º ANO	62 de 270 22,96%	195 de 270 72,22%	13 de 270 4,81%
1º ANO	95 de 270 35,18%	170 de 270 62,96%	5 de 270 1,86%
DIFERENÇA	12,22%	9,27%	2,95%

Em ambas as turmas pesquisadas a quantidade de erros é muito superior a de acertos, enquanto que o baixo índice de questões em branco revela o interesse dos alunos em buscar uma solução para as questões propostas.

A nossa análise qualitativa constou de 170 (cento e setenta) respostas que foram categorizadas, conforme categorias propostas por Merlini (2005) e utilizadas por Nunes & Silva (2009), conforme Tabela 4.2.2.

Tabela 4.2.2: Relação das Categorias de Análise

CATEGORIA	NOME DA CATEGORIA
E1	Relação Parte-parte
E2	Inversão do numerador com o denominador
E3	Quociente remete para o Parte-todo
E4	Interpretação da fração literalmente
E5	Desprezo da conservação da área
E6	Utilização dos dados do problema
E7	Denominador maior que numerador
E8	Números sobrepostos
E9	Utilização de operação
E10	Pictórica
E11	Inconsistente

Algumas respostas ao serem categorizadas foram classificadas em mais de uma categoria sendo, portanto, analisados 200 erros, do 1º ano do Ensino Médio, conforme Tabela 4.2.3 que compara a quantidade de erros encontrados por categoria entre as turmas pesquisadas.

Tabela 4.2.3: Comparação entre as categorias de erros cometidos por alunos do 8º e do 1º ano.

SÉRIE	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	TOTAL
8º ANO	46	32	08	01	11	14	07	20	39	02	55	235
1º ANO	40	42	11	06	08	30	03	15	12	05	28	200

Na nossa análise das respostas dadas pelos alunos, pudemos verificar que existe um alto índice de erros relacionados às categorias E1 (Relação parte-parte) e E2 (Inversão do numerador pelo denominador), sendo particularmente encontrados com maior frequência como respostas dadas as questões que envolvem o significado parte-todo e medida. Refletindo o baixo índice de acertos nestes significados. O erro do tipo E1 está relacionado a uma falsa compreensão do significado parte-todo pelos alunos que ao invés de relacionar a parte ao todo, relaciona as partes entre si. E o erro E2, pode ter ocorrido pelo fato do aluno entender a

situação, mas ao utilizar a fração desconhecer a relação que existe entre numerador e denominador.

A categoria E3 (Quociente remete para o Parte-todo) está diretamente relacionada às questões que abordam o significado quociente, que em nossa pesquisa obteve o maior índice de acertos. Corresponde a estratégia em que se despreza uma das duas grandezas envolvidas. A maior ocorrência deste tipo de erro se deu na questão que envolve o significado quociente na quantidade contínua icônica.

As categorias E4 e E8 juntas perfazem um total de 21 erros, estão particularmente relacionadas às questões que envolvem o significado número. O erro do tipo E4 é aquele em que o aluno interpreta a fração literalmente e o do tipo E8 é aquele em que o aluno trata a fração como dois números naturais sobrepostos. Esses dois tipos de estratégias são responsáveis pelos baixos índices de acertos do significado número.

O desprezo da conservação da área das partes corresponde à categoria E5 e foi um erro muito encontrado na questão que envolvia o significado parte-todo na quantidade contínua icônica.

A categoria E6 corresponde à estratégia que o aluno utiliza para resolver o problema elaborando sua resposta a partir dos dados do problema, na ordem em que aparecem. Está ligada a categoria E9 (Utilização de operação) no sentido da tentativa de encontrar uma resposta para a questão. Os erros enquadrados nestas duas categorias somam-se 42.

Na categoria E7 constam apenas 03 erros que possivelmente deve-se ao fato de os alunos não apresentarem mais tantas dificuldades em admitir uma fração com denominador maior que o denominador.

A categoria E10 corresponde aos erros que os alunos cometeram utilizando algum tipo de desenho. Os 28 erros que não se enquadraram nas categorias anteriores correspondem à categoria E11.

Pudemos então concluir que entre os alunos do 1º ano do Ensino Médio não existe regularidade nas estratégias utilizadas para questões que envolvem um mesmo significado.

Comparando as respostas encontradas na pesquisa com as dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental (Nunes & Silva, 2009), concluímos que os alunos não avançaram quanto às estratégias utilizadas por estes, permanecendo sem apresentar uma regularidade de estratégias que permitam resolver problemas que envolvam um mesmo significado de fração.

CONCLUSÃO

Na análise quantitativa buscamos comparar entre as turmas especificadas, o índice de acertos totais, de acertos por significado e por variáveis: quantidades contínuas e discretas, representação icônica e não icônica e dos invariantes ordem e equivalência. Concluímos que os alunos do 1º ano do Ensino Médio demonstraram uma ausência de equidade entre os significados da fração, sendo o significado *número* o que apresenta menor índice e o significado *quociente* o maior índice de acertos. E quanto às questões que envolvem os invariantes: ordem e equivalência, obtiveram no geral, índices inferiores de acertos comparados aos da turma anteriormente pesquisada. Assim sendo, ao comparar estes resultados com os obtidos por Nunes & Silva (2009), entre os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, podemos verificar que não houve, em relação a estes parâmetros, um avanço neste conceito.

Na análise qualitativa buscamos categorizar as estratégias que levaram aos erros cometidos pelos alunos pesquisados e pudemos concluir que entre os alunos do 1º ano do Ensino Médio não existe regularidade nas estratégias utilizadas para questões que envolvem um mesmo significado. E quando comparadas os desempenhos encontrados em nossa pesquisa com os dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, concluímos que os alunos não avançaram quanto às estratégias utilizadas por estes, permanecendo sem apresentar uma regularidade de estratégias que permitam resolver problemas que envolvam um mesmo significado de fração.

Voltando a nossa questão de pesquisa: “Os alunos do 1ºano do Ensino Médio da Escola Estadual de Taquarana/AL, evoluíram na aprendizagem do conceito de fração em relação aos alunos do 8º ano, desta mesma escola, pesquisados por Nunes & Silva (2009)?” Podemos concluir de acordo com o exposto acima, que os alunos não avançaram em seus conhecimentos à respeito do conceito de fração, apesar de se encontrarem agora, cursando o Ensino Médio. Enfim, parece que os alunos apresentam dificuldades em construir o conceito de fração, devido ao ensino deste conteúdo privilegiar alguns significados em detrimento de outros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEZERRA, F.J. **Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula.** 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2001.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília, DF, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Sistema Nacional de Avaliação Básica.** Brasília, DF, 2002.

LOPES, A. J. **O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes ensinar Frações.** BOLEMA, Rio Claro, n. 31, pág. 1-22. 2008

MERLINI, V.L., et al. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental.** Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2005.

NUNES, M. F.; SILVA, F. A. F. **Os significados do conceito de fração: um estudo diagnóstico com alunos do 8º ano do ensino fundamental.** Monografia de especialização em Educação Matemática- Universidade Estadual de Alagoas. Arapiraca, 2009.

SANTOS, A. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental.** Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2005.

TEIXEIRA, A. M. **O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo.** Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2008.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: Tradução de Maria José Figueiredo. **Didáctica das matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget, 1996. P.155-191.