

Modelagem matemática da pandemia do Covid-19 como estratégia de superação da encapsulação do ensino

Mathematical modeling of the Covid-19 pandemic as a strategy to overcome the encapsulation of school learning

Franco Alves Lavacchini Ramunno

Colégio Bandeirantes; Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
franco.ramunno@colband.com.br

Mariana Marangoni Carezzato

Colégio Bandeirantes, Universidade Estadual de Campinas
mariana.carezzato@colband.com.br

Renato Pacheco Villar

Colégio Bandeirantes, Universidade Estadual de Campinas
renato.villar@colband.com.br

Resumo

Atualmente, as propostas pedagógicas têm-se voltado para o desenvolvimento das habilidades do século XXI. Entretanto, a matemática, apesar de sua forte relação com o mundo real, ainda costuma ser tratada de forma isolada do mundo, gerando a encapsulação escolar. Isso faz com que os alunos tenham dificuldade em relacionar a matemática da sala de aula às situações presentes no cotidiano. A modelagem matemática se apresenta como uma alternativa para a desencapsulação do ensino na medida em que materializa a matemática da sala de aula em problemas reais. Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo investigar se o uso da modelagem matemática em uma sequência didática proposta em uma disciplina eletiva no Ensino Médio, contextualizada na pandemia do Covid-19, pode contribuir para a desencapsulação do ensino de matemática. Foram identificadas evidências de que os alunos conseguiram aplicar modelos matemáticos (exponencial e logístico) e relacioná-los de forma crítica ao contexto da pandemia.

Palavras-chave: modelagem matemática, ensino médio, Covid-19, modelos populacionais, encapsulação do ensino.

Abstract

Currently, pedagogical proposals have turned to the development of 21st century skills. However, mathematics, despite its strong relationship with the real world, is still usually treated in isolation from the world, generating school encapsulation. This makes it difficult for students to relate classroom mathematics to everyday situations. Mathematical modeling presents itself as an alternative to the decapsulation of teaching as it materializes classroom

mathematics into real problems. In this context, this work aims to investigate whether the use of mathematical modeling in a didactic sequence proposed in an elective course in High School, contextualized in the Covid-19 pandemic, can contribute to the decapsulation of mathematics teaching. Evidence was found that students were able to apply mathematical models (exponential and logistical) and relate them critically to the context of the Covid-19 pandemic.

Key words: mathematical models, high school, Covid-19, population models, encapsulation of school learning.

Introdução

Como forma desenvolver as “habilidades do século XXI”, reformas curriculares ocorridas nos últimos 20 anos têm se pautado na adoção de currículos regidos por competências, que pretendem, em tese, superar um currículo centrado apenas na acumulação de conhecimentos específicos e formais, desconectados de qualquer ação ou função associadas a esses conhecimentos (CHIZZOTTI, 2012).

É nesse contexto educacional que estão imersas as discussões sobre Educação no Brasil, marcadas pela formulação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (MEC, 2015) e pela Lei nº 13.415, que estabelece a estruturação do “Novo Ensino Médio” (BRASIL, 2017). Nesses documentos, propõe-se a estruturação dos currículos com base em competências e habilidades, organizadas, no segmento do Ensino Médio, em áreas do conhecimento.

Além dessa organização, o Novo Ensino Médio propõe que, das 3000 horas mínimas obrigatórias, a BNCC corresponderia a 60% da carga horária desse segmento, sendo os 40% restantes destinados a Itinerários Formativos, que consistiriam em trilhas que os estudantes poderiam escolher tanto para se aprofundarem em alguma(s) área(s) do conhecimento, quanto para realizar uma formação técnica (BRASIL, 2018).

Essas mudanças buscam tanto aproximar a dinâmica da sala de aula ao cotidiano do aluno, quanto incentivar o aluno a se responsabilizar pelo seu próprio processo de aprendizagem e desenvolvimento, participando das escolhas destas trilhas.

Para compor uma das possibilidades de itinerários formativos, foi proposta a disciplina eletiva “Matemática Aplicada na Solução de Problemas”, cujos objetivos envolvem o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos ao enfrentarem problemas ou desafios reais, geralmente mais associados à outras disciplinas como geografia, biologia, física, entre outras. As propostas pedagógicas desenvolvidas nessa disciplina buscam estimular o uso de da modelagem matemática inter-relacionados a outras áreas do conhecimento humano. Segundo Bassanezi (2014) a modelagem matemática pode ser definida como a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p.16).

Neste sentido, a modelagem matemática se apresenta como um caminho na desencapsulação do ensino de matemática, materializando em problemas reais aplicações da matemática aprendida ao longo da Educação Básica e contribuindo “para o desenvolvimento de um novo modelo de educação menos alienado e mais comprometido com as realidades dos indivíduos e sociedades” (BASSANEZI, 2014. p. 15).

A matemática, apesar de sua forte relação com o mundo real, costuma ser tratada de forma isolada desse mundo, gerando a encapsulação escolar. Este fato faz com que os alunos tenham

dificuldade em estabelecer relação entre o aprendido na sala de aula e as situações e estímulos presentes em seu dia a dia (ENGESTRÖM, 2002). Neste sentido, conteúdos curriculares como função, gráficos ou modelos matemáticos no geral não parecem ter relação direta com a realidade dos alunos. Logo, sempre que possível, é necessário explicitar a relação entre conteúdo escolar com o que acontece fora dos muros da escola.

Neste sentido, este trabalho tem como objetivo investigar se o uso da modelagem matemática em uma sequência didática contextualizada na pandemia do Covid-19 pode contribuir para a desencapsulação do ensino de matemática, tendo como pergunta de pesquisa:

A modelagem matemática se apresenta como uma alternativa eficaz para a formação de um cidadão crítico que consegue compreender e discernir as informações divulgadas pela grande mídia sem ser ludibriado?

Desenrolar das atividades

A sequência didática analisada neste trabalho consiste na segunda parte da disciplina eletiva “Matemática aplicada na solução de problemas”, oferecida desde 2018 em uma escola particular da cidade de São Paulo. Dos 512 alunos matriculados no 3º ano do ensino médio em 2020, 218 (42,5%) optaram pela disciplina mencionada, que apresenta como objetivos o desenvolvimento de habilidades matemáticas, aplicação e uso do *software* Excel na solução de problemas reais. De acordo com Borba e Penteado (2005), o uso de softwares tem se tornado cada vez mais um auxílio pedagógico valioso, não só para a inclusão digital, mas também como motivadores e facilitadores do ensino.

Por causa da pandemia causada pelo Covid-19, neste ano a disciplina foi realizada parte presencial (início 1º bimestre) e parte à distância (final do 1º bimestre e todo o 2º bimestre) no sistema ERE (Ensino Remoto Emergencial). Neste cenário, foi necessário adaptar o curso já que os alunos trabalhariam remotamente com apoio dos professores apenas por meios digitais (videoconferência, fóruns de dúvidas e e-mails). Além disso, o projeto final da disciplina, que se propõe a analisar modelos matemáticos de crescimento populacional foi adaptado para contemplar o que estava acontecendo fora dos muros da escola, incluindo como contexto a modelagem da própria pandemia presente diariamente nos noticiários, jornais impressos e revistas.

Em anos anteriores, o projeto consistia em aplicar os modelos de crescimento populacional (Exponencial e Logístico) para populações de diversos países, porém, durante o período de pandemia, a Modelagem Matemática se mostrou fundamental na previsão de cenários e na tomada de decisões por agentes públicos ao redor do mundo. Sendo assim, verificou-se que havia a oportunidade de que os alunos analisassem de forma crítica esse período atípico e entendessem melhor os fatos e opiniões divulgados interna e externamente. A motivação para incorporação da temática no projeto foi a divulgação intensa, realizada principalmente no início da pandemia, sobre o crescimento do número de casos de forma exponencial em veículos de imprensa, por exemplo, no portal G1, “Crescimento exponencial e curva epidêmica: entenda os principais conceitos matemáticos que explicam a pandemia de coronavírus” (MODELLI; PINHEIRO, 2020; grifos nossos) ou no Jornal Folha de São Paulo, “Ministério da Saúde alerta hospitais sobre pico do coronavírus: No pior cenário, país terá crescimento exponencial de casos em 2 semanas e meia, quando a doença atingirá um platô” (COLLUCCI, 2020, grifos nossos).

Como motivação inicial desse projeto, foi apresentada uma seção da tese proposta por Thomas Malthus (1872) em seu trabalho original *An Essay on the Principle of Population*. A

partir da leitura dessa seção, os alunos foram levados a identificar hipóteses, postulados, resultados e limitações das ideias de Malthus.

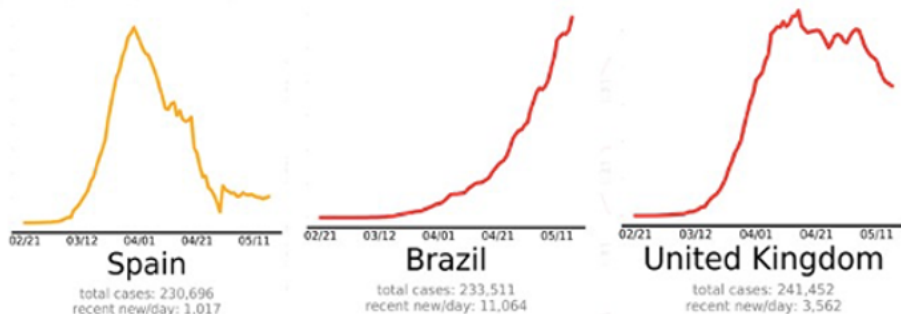
Na sequência do curso, foi apresentado um conjunto de dados da população brasileira entre 1872 e 2020 para que os alunos modelassem o seu crescimento tanto a partir da função exponencial (teoria Malthusiana), quanto a partir do modelo de Verhulst ou modelo Logístico. Diferentemente do modelo de Malthus, o modelo de Verhulst considera a capacidade do meio, que pode ser traduzida como número máximo de indivíduos para os quais há recursos suficientes.

Utilizando os dois modelos, os alunos compararam os valores estimados aos dados reais utilizando erros percentuais, estimando também a população brasileira para 2100, como forma de evidenciar a diferença entre os modelos a longo prazo.

Para apresentação do projeto final, foram utilizados vídeos de especialistas com elevada quantidade de visualizações no início do período de pandemia, um do biólogo Atila Iamarino (IAMARINO, 2020) e do físico Prof. Dr. Roberto de Andrade Martins (MARTINS, 2020), que discutiam de formas diferentes as previsões para a progressão do número de casos da pandemia de Covid-19. Os alunos responderam questões sobre as premissas e aproximações feitas pelos modelos apresentados nos vídeos e compararam as previsões com os dados reais, já que o questionário foi aplicado dois meses depois da divulgação dos vídeos.

Posteriormente, os alunos aplicaram, em grupos, os modelos exponencial e logístico para os dados da progressão da pandemia de um entre seis países previamente selecionados em uma planilha modelo, fornecida pelos professores e cujos dados referentes ao período entre dez/2019 e maio/2020 foram coletados da plataforma internacional *Worldometer*¹. Além disso, foram disponibilizadas para os alunos as curvas de novos casos da doença por dia dos países citados.

Figura 1: Exemplos de curvas fornecidas para os alunos da progressão de Covid-10 em três países.



Fonte: <https://www.endcoronavirus.org/countries> - Acesso em mai/2020

Os alunos aplicaram os modelos para o país escolhido e elaboraram uma apresentação incluindo os resultados obtidos, a contextualização do país, os fatores que podem ter contribuído para o combate eficaz ou não da doença e uma análise sobre o modelo aplicado.

Para análise das produções dos alunos, buscou-se identificar nas respostas dos alunos evidências de que conseguiram, a partir de uma situação real, aplicar modelos matemáticos, interpretar seus resultados e relacioná-los de forma crítica com o que estava sendo divulgado nos noticiários. Assim, procurou-se constatar se os alunos conseguiram responder aos

¹ Disponível em <https://www.worldometers.info/coronavirus>, acesso jun/2020.

questionamentos iniciais: “o modelo exponencial pode explicar o crescimento do número de casos numa pandemia?” e “é possível aplicar modelos de crescimento populacional para prever o número de casos de Covid-19?”.

Resultados e Discussão

Na atividade referente ao texto original de Malthus, foi identificado que os alunos foram capazes de compreender as limitações de um modelo matemático, bem como as premissas que não foram consideradas nele e que poderiam gerar diferenças entre a previsão e o real. A resposta do aluno FH² para a questão “O postulado de Malthus referente a taxa de natalidade continha equívocos? Elenque 2 itens que não foram previstos por Malthus relacionados a esse postulado (políticas públicas, eventos históricos, etc)” é ilustrativa da compreensão destacada anteriormente:

Malthus não previu vários fatos históricos do infográfico que levaram a alteração de seu postulado, entre eles: grandes guerras como a 1ª Guerra Mundial, que matou mais de 16 milhões de pessoas, e crises financeiras e econômicas como a crise de 1929 que gerou uma diminuição histórica na taxa de fertilidade (FH, 2020; grifos nossos).

Nessa resposta, destaca-se a relação de fatores geopolíticos, econômicos e sociais como principais pontos levantados pelo aluno, o que está de acordo com Bassanezi (2015):

Aplicar a matemática a questões de Biologia ou de Humanidades, por exemplo, não é muito diferente do que tradicionalmente se tem feito com a Física. A matematização de uma realidade pode começar com o uso de modelos conhecidos modificados para se adaptar ao novo tema ou área, introduzindo variáveis ou hipóteses de acordo com as necessidades do novo desafio.” (BASSANEZI, 2015. p. 13)

Na atividade relacionada aos vídeos, destaca-se a resposta do aluno FH para a pergunta “Quais as premissas e aproximações dos modelos de previsão apresentados no vídeo?”, na qual é possível verificar que o aluno conseguiu relacionar as imprecisões nas estimativas apresentadas com aspectos que invalidam as hipóteses adotadas nesses modelos: quantidade variável de leitos disponíveis e produção de vacinas e novos medicamentos para combate ao Covid-19.

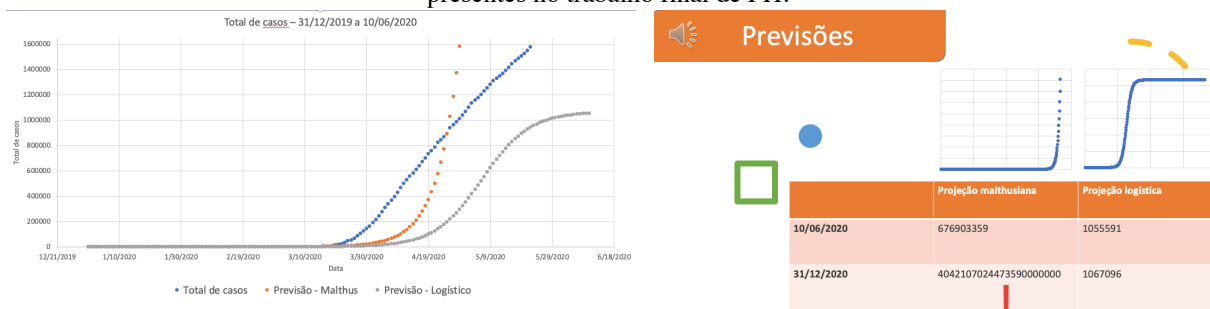
Os modelos de previsão apresentados no vídeo trabalham com a premissa de que o número de leitos permanecerá constante nos próximos meses, o que é um erro, pois é possível observar um esforço muito grande por parte da sociedade global em habilitar e disponibilizar novos leitos. Além disso, os modelos apresentados também utilizam como premissa o fato de que não ocorrerá grandes avanços científico como a produção de vacinas e medicamentos eficientes no combate ao coronavírus (FH, 2020; grifos nossos).

Por fim, os alunos deveriam aplicar os modelos estudados para prever o número de casos do novo coronavírus, verificar se os modelos utilizados são ou não adequados para esta finalidade e discutir até que ponto o crescimento do número de casos pode ser considerado exponencial.

Para ilustrar, apresentamos os resultados obtidos por FH e por MAR para a aplicação dos modelos, bem como a análise da viabilidade realizada por eles.

² Para garantir o anonimato dos alunos citados neste artigo, foi utilizado código que faz referência aos alunos.

Figura 1: Gráfico de aplicação dos modelos e análise dos resultados das previsões conforme os modelos presentes no trabalho final de FH.



Fonte: Trabalho de conclusão de FH.

Os alunos foram capazes de aplicar os modelos aos dados do Covid-19, conforme pode se observar nos gráficos. Além disso, no slide apresentado é possível ver que os alunos perceberam a incoerência da aplicação do modelo exponencial a longo prazo, o que se confirma na narração do slide:

O modelo Malthusiano é completamente inadequado para se modelar o contágio, já que desconsidera qualquer limite ou dificuldade para propagação do vírus, chegando a um erro que ultrapassa 2.600%, crescendo indefinidamente (FH, 2020).

Figura 2: parte da apresentação realizada por MAR mostrando os resultados obtidos.



Fonte: trabalho de conclusão de MAR.

Pode-se perceber que os alunos compreenderam o significado dos parâmetros do modelo logístico bem como o período em que é razoável utilizar o crescimento exponencial para modelar o crescimento do número de casos, o que pode ser verificado nos trechos grifados a seguir. Além disso, é possível identificar que houve compreensão das limitações dos modelos, e da dificuldade de fazer previsões a longo prazo em situações como essa. Verifica-se ainda a desencapsulação do ensino de matemática, uma vez que o conteúdo trabalhado em sala de aula foi fundamental para a compreensão das limitações apresentadas pelo modelo exponencial para explicar o crescimento do número de casos, como vinculado na grande mídia.

De acordo com as previsões, no dia 10 de junho, o número de casos pelo modelo de Malthus já seria muito maior do que a população mundial e o logístico já estaria muito próximo do valor de K. No final do ano, os casos segundo o modelo de Malthus seriam absurdamente grandes e no modelo logístico permaneceriam na capacidade atingida em julho. No vídeo

utilizado na última aula, o especialista explicou que no início da pandemia o aumento de casos é exponencial. Essa fase pode durar várias semanas e está no início da curva. Desta forma, o modelo de Malthus, por seguir uma PG, é melhor para prever o número de contaminações no início da pandemia. Depois o melhor é o logístico. De qualquer forma é muito difícil fazer as previsões por períodos muito longos. Elas dependem das circunstâncias e das medidas adotadas por cada país. Assim, os modelos só proporcionam uma ideia do que será na realidade e eles são constantemente atualizados (MAR, 2020; grifos nossos).

Observa-se que o aluno se apropriou de termos específicos dos modelos utilizados, como o valor de K, que representa a capacidade do meio no modelo de Verhulst. Além disso, o aluno exibe compreensão de que, quando mudanças ocorrem muito rapidamente, os modelos devem ser constantemente atualizados caso contrário perdem sua validade.

Considerações finais

As sequências didáticas desenvolvidas na disciplina eletiva constituem-se em estratégias que podem contribuir para o desenvolvimento de um itinerário formativo relacionado, por exemplo, aos eixos estruturantes de “investigação científica” e de “mediação e intervenção sociocultural” (MEC, 2018), pois relacionam-se tanto ao objetivo de aprofundar conceitos das ciências para interpretação e enfrentamento de situações cotidianas quanto ao de aprofundar conhecimentos sobre questões e problemas que afetam a vida dos seres humanos e do planeta, além de utilizar esses conhecimentos para propor soluções para esses problemas. Nesse sentido, essas propostas podem sim, em conjunto com as de outras disciplinas, ajudar a compor itinerários formativos considerados pertinentes pela própria comunidade escolar.

Já em relação às adaptações realizadas em decorrência da necessidade de implantação do ensino remoto emergencial (ERE), é importante destacar que foram necessárias adaptações importantes para garantir o desenvolvimento dos conceitos, como a gravação das orientações para o desenvolvimento do projeto no lugar de aulas expositivas dialogadas e favoreceu a realização de plantões de dúvidas de forma remota. Ao contrário do esperado, esta adaptação contribuiu de forma positiva, uma vez que cada aluno participante pôde realizar a atividade dentro de sua particularidade, utilizando o tempo de forma diferente do tempo da sala de aula, além de manusear a sua própria planilha no *Excel*, o que não era possível no ensino presencial. Na dinâmica presencial, cada computador disponível na sala de aula era manuseado por duplas ou trios de alunos, o que, por outro lado, favorece o desenvolvimento de outras habilidades importantes, como negociação, trabalho em grupo e colaboração.

Por fim, em relação à atividade analisada, após a sua aplicação, é possível identificar que os alunos compreenderam os modelos exponencial e logístico, tanto no contexto de crescimento populacional quanto no contexto da pandemia de Covid-19. Além disso, é possível identificar nas respostas dos alunos a desencapsulação do ensino de matemática, uma vez que foram capazes de identificar os parâmetros desses modelos e de interpretar, de forma crítica, os dados e notícias fornecidos pela grande mídia. Assim, a modelagem matemática se mostrou uma alternativa para aproximar o contexto atual dos educandos de uma prática pedagógica de sala de aula, rompendo os muros da escola e contribuindo para o seu pleno desenvolvimento e para o exercício da cidadania, ambas finalidades previstas para a Educação Básica, previstas pela LDB de 1996 (BRASIL, 1996).

Agradecimentos

Ao Colégio Bandeirantes pela possibilidade de desenvolvimento dessa disciplina e de suas atividades pedagógicas e ao professor Denis Martins, que também compõe a equipe de professores responsáveis pela disciplina de “Matemática Aplicada na Solução de Problemas”.

Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. 1996.

BRASIL. **Lei nº 13.415**. 2017.

CHIZZOTTI, Antonio. Currículo por competência: ascensão de um novo paradigma curricular. **Educação e Filosofia**, v. 26, n. 52, p. 429-448, 2012.

COLLUCCI, Cláudia. Ministério da Saúde alerta hospitais sobre pico do coronavírus. **Folha de São Paulo**, 2020. Disponível em: <shorturl.at/ej1BL>. Acesso em: 19 set. 2020.

ENGESTRÖM, Yrjo. Non scholae sed vitae discimus: como superar a encapsulação da aprendizagem escolar. In: DANIELS, Harry (org.). **Uma introdução a Vygotsky**. São Paulo: Loyola, 2002, p. 175-197.

IAMARINO, Atila. Live 20/03 – O que o Brasil precisa fazer nos próximos dias. Disponível em: <https://youtu.be/zF2pXXJIAGM>. Acesso em: 19 set. 2020.

MALTHUS, Thomas. **An Essay on the Principle of Population**. 7th ed. London: Reeves and Turner, 1872.

MARTINS, Roberto de Andrade. Coronavírus: Dinâmica de crescimento. Disponível em: https://youtu.be/dn-QnlhQ_WI. Acesso em: 19 set. 2020.

MEC. **Base Nacional Comum Curricular**. 2015.

MEC. **Referenciais curriculares para elaboração de itinerários formativos**. 2018.

MODELLI, Laís; PINHEIRO, Lara. **Crescimento exponencial e curva epidêmica. G1**, 2020. Disponível em: <shorturl.at/oxyUV>. Acesso em: 19 set. 2020.