

TENDÊNCIAS NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: Uma metodologia da Engenharia Didática sob a luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

TRENDS IN THE DEVELOPMENT OF GEOMETRIC THINKING: under the methodology of Didactic Engineering with the Theory of Semiotic Representation Records.

Gilberto Beserra da Silva Filho¹

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PPGE
filho.gilberto8@gmail.com

Resumo

Apresentamos um levantamento do estado da arte de pesquisas de doutorado publicadas em instituições brasileiras de 2015 a 2021 relacionadas ao objeto de pesquisa: Geometria, voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico, tendo como fundamentação teórica os Registros de Representação Semiótica, através da metodologia da Engenharia didática com uso do *software* GeoGebra. Busca realizada na Biblioteca digital Brasileira de Teses e Dissertações (BBTD). Para facilitar nosso entendimento e interpretação dos dados, apoiamos-nos nos recursos da Análise Estatística Implicativa (A.S.I), que possibilitou as observações mais precisas a respeito das variáveis e relações existentes acerca das tendências dentro da temática. Com isso, os resultados observados nos dá uma ideia de como as pesquisas estão caminhando e quais as tendências que surgirão em pesquisas futuras. Observamos também que há uma necessidade enorme em desenvolver uma metodologia que possibilite o desenvolvimento do pensamento geométrico aos alunos que estão em uma série mais avançada.

Palavras chave: pensamento geométrico, asi, tendências e implicações, teoria dos registros de representação semiótica.

ABSTRACT

The following article presents a state-of-the-art survey of doctoral research published in Brazilian institutions from 2015 to 2021 related to the research object: Geometry, focused on the development of geometric thinking, based on the Semiotic Representation Records as a theoretical basis, through the didactic engineering methodology using the GeoGebra *software*. The search was conducted in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BBTD). To aid in our understanding and interpretation of the data, we relied on the resources of the

¹ Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGEC) pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). filho.gilberto8@gmail.com

Implicative Statistical Analysis (A.S.I), which enabled more accurate observations regarding the variables and relationships that exist regarding the trends within the topic. Thus, the observed results give us an idea of how the research is progressing and what trends will emerge in future research. It was also observed that there is a considerable need to develop a methodology that allows students who are in a more advanced grade to develop geometric thinking.

Keywords: Geometric thinking. ASI. Trends and implications. Theory of semiotic representation records.

INTRODUÇÃO

A matemática é uma disciplina complexa e de complicado entendimento em meio aos alunos da educação básica, considerando-a de difícil compreensão e que serve de parâmetro, por vezes, para evasão escolar. Diante disso, frequentemente, os professores de matemática são questionados quanto ao método e como são apresentados os conteúdos e conceitos matemáticos. Ao longo de anos, lecionando a disciplina no ensino básico em escolas públicas, percebemos a desmotivação, que aumenta a cada ano letivo, no ensino e na aprendizagem de matemática. Evidenciamos, ainda mais, a partir de resultados de avaliações regionais (Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco – SAEPE, 2015), (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica da Paraíba – IDEPB, 2018), e nacional, (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB, 2017) trazem baixos desempenhos nos conteúdos matemáticos, especificamente, em Geometria.

Durante o Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), realizamos um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo o modelo Van Hiele, através do qual, verificamos um nível aquém do esperado, para alunos do 2º ano do Ensino Médio (SILVA FILHO, 2015).

Acerca desta mesma problemática, pesquisas relatam o baixo nível do pensamento geométrico em alunos da educação básica e de licenciatura em matemática, assim como também, em professores que atuam naquela modalidade, como mostram (COSTA, 2019; COSTA; ROSA DOS SANTOS, 2018; COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2016).

Contudo, fizemos um levantamento sobre o estado da arte, para entender como a área da Educação Matemática está pensando e tratando sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para isso, trazemos, algumas pesquisas voltadas para esse contexto nos últimos 6 anos, as informações foram observadas em teses pesquisadas nas plataformas da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) do IBICT² e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES³.

Os dados foram coletados e organizados em uma planilha do *Microsoft Excel* levando-se em consideração as variáveis definidas a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, a abordagem metodológica da Engenharia Didática tendo como foco o desenvolvimento do pensamento geométrico. Os dados foram organizados de uma forma

² <https://bdttd.ibict.br/vufind/>

³ <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/>

binária para em seguida ser utilizado o *software* Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva (CHIC)⁴, para o tratamento das informações.

PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Ao longo de décadas o ensino de matemática era realizado com ênfase em números e álgebra e a Geometria ficava em segundo plano, devido a alguns fatores que provocaram esse abandono, entre eles: o Movimento da Matemática Moderna que evidenciou um ensino de rigor e formalismo, a promulgação da Lei Federal 5.692/71, que dava às escolas liberdade na escolha de seus programas, entre outros.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017), a Geometria envolve importantes conceitos e procedimentos que são necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento no cotidiano. Assim, “estudar [...], formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes” (BRASIL, 2017, p.271).

Em virtude dessas dificuldades encontradas para promover o desenvolvimento do pensamento geométrico foram realizadas diversas pesquisas no âmbito da Educação Matemática, na perspectiva da elaboração de metodologias que possam desenvolver no educando o pensamento geométrico e que ao chegar no ensino médio possa avançar e adquirir o nível ideal para essa modalidade.

Um levantamento sobre o estado da arte, no campo da Geometria, sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, identificado por Costa (2019), apresenta alguns conceitos sobre o Pensamento geométrico.

De acordo com o entendimento de Costa (2019, p.70), Efraim Fischbein (1993) define o pensamento geométrico como “a capacidade que permite uma pessoa compreender a Geometria composta por entidades mentais, que têm características conceituais e figurativas”. Possibilitando o educando a perceber uma figura geométrica como uma imagem visual, utilizando apenas uma representação mental.

Segundo Raymond Duval (1995), o pensamento geométrico é demonstrado a partir da construção dos conhecimentos geométricos a partir das apreensões geométricas. É a capacidade de analisar as figuras geométricas a partir de suas propriedades, reconhecer um objeto geométrico de forma bi e tridimensional, fazendo sua manipulação, decomposição, transformação, etc.

De acordo com Luiz Carlos Pais (1996), a definição do pensamento geométrico vem a partir da “capacidade mental de construir conhecimentos geométricos a partir de intuição, experimentação e teoria, correlacionados com objeto, desenho, imagem mental e conceito” (COSTA, 2019, p.92 apud PAIVA, 2021, p.187).

Para Costa (2019), Gravina (2001) indica que o pensamento geométrico é a elaboração sobre formas que, inicialmente, são abstraídas do mundo em que vivemos. A autora destaca que esse pensamento acontece a partir de duas categorias: de natureza empírica e hipotética-dedutiva.

⁴ Aplicação da A.S.I. em 1984, Régis Gras cria, utilizando uma linguagem de programação primitiva, chamada de Basic, o software CHIC (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesiva). Implementando os cálculos de intensidade de implicação e desenvolvendo os algoritmos de construção no computador da hierarquia de similaridade.

De acordo com a inferência de Costa (2019, p110), o autor José Carlos Pinto Leivas (2009), define que o pensamento geométrico “é um processo capaz de elaborar estruturas geométricas mentais a partir de imaginação, intuição e visualização, para a produção de conhecimentos matemáticos científicos”.

Dessa forma observa-se que os estudos não apresentam uma definição comum acerca do seu significado. Podendo estar associada aos diversos termos e conceitos geométricos e suas formas de experimentação.

Perante essas circunstâncias, faz-se necessário, portanto, construir uma caracterização do pensamento geométrico que dialogue com o objetivo de nosso estudo, empregando como parâmetro pesquisas de alguns educadores matemáticos que mergulharam (e ainda mergulham) a investigar o assunto (COSTA, 2019, p.63).

Tendo em vista a caracterização do pensamento geométrico, Duval (20011), apresenta a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), destacando que, o principal aspecto na compreensão geométrica, é deixar claro para o aluno a diferença entre o objeto geométrico e sua representação. Os objetos geométricos estão no mundo das ideias (o mundo platônico), enquanto, os desenhos, as figuras, as imagens representam geometricamente esses objetos.

Costa (2019), corroborando com Duval (2011), traz que, a operação fundamental não está na produção das figuras geométricas, mas sim, na desconstrução dimensional dessas figuras, produzidas por programas computacionais ou de forma manual e instrumental.

Dentro desse contexto, com base nas discussões de Duval, Costa (2019), diz que o pensamento geométrico, é:

A capacidade de reconhecer um objeto geométrico no plano ou no espaço, de construir uma figura geométrica ou descrever essa construção, de analisar essa figura em termos de suas propriedades, e de operar sobre as figuras geométricas por meio de manipulação, decomposição, transformação, etc (COSTA, 2019, p.82).

Sobre a caracterização do pensamento geométrico, Costa (2019) sinaliza como uma atividade bastante complexa e que os autores, não trazem uma unanimidade quanto a esse processo. Na perspectiva de produzir um modelo que possibilite a identificação no nível do pensamento geométrico, de alunos da educação básica, o autor caracteriza uma definição com base nas pesquisas realizadas. Nesse sentido, considera que o pensamento geométrico é a capacidade mental de construir esses conhecimentos e aplicar os instrumentos geométricos na resolução de problemas de forma coerente.

A capacidade de compreender a natureza dos fenômenos e inferir sobre eles, de identificar e perceber a importância da Geometria como uma ferramenta para entendimento do mundo físico e como um modelo matemático para compreensão do mundo teórico. Tudo isso é possível por meio de abstrações geométricas. São essas abstrações que possibilitam o sujeito desenvolver essa forma de pensar em Matemática (COSTA, 2019, p.118).

As abstrações geométricas são definidas e caracterizadas como: espacial; perceptiva; analítica; descritiva; dedutiva e hipotética (ou teórica), destacando que o pensar geométrico é

mobilizado, pelo menos, em uma das seis abstrações analisadas, tendo como ponto de partida a espacial, de onde emergem o avanço sobre as outras.

A partir do trabalho e discussão na dissertação de mestrado (SILVA FILHO, 2015), onde foi observado o nível do pensamento geométrico que os alunos do 2º anos do Ensino Médio apresentavam, se faz necessário a produção de materiais metodológicos que contribuam para o seu desenvolvimento. Nesse contexto, propomos uma sequência de atividades a ser elaborada com uma metodologia da Engenharia Didática sob a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, durante a tese de doutorado.

Para isso, percebemos a importância de fazer um levantamento de como andam as pesquisas acerca do ensino de Geometria, observar os trabalhos propostos no sentido do desenvolvimento do pensamento geométrico, que abordam a metodologia e teoria citadas acima. A partir do estado da arte que observamos, teremos mais condições de fazermos uma discussão e defender nossa proposta com argumentos adequados.

METODOLOGIA

Fizemos um levantamento de teses publicadas e disponibilizadas de 2015 a 2021 em Programas de Pós-Graduação aqui no Brasil, na área da Educação e do Ensino de Ciências e Matemática. Essa busca se deu na Plataforma Sucupira, Bancos de Teses e Dissertações da CAPES e Biblioteca IBICT, utilizamos alguns critérios de inclusão para não catalogar um número muito grande de trabalhos que não contribuiria com nossa pesquisa. Delimitamos esse período por entendermos que as produções acerca da Teoria dos Registros de Representação Semióticas serem mais realizadas.

Esse procedimento se deu, tendo em vista, um critério pré-estabelecido para seleção dos trabalhos que tratam do ensino de Matemática para a Educação básica e superior. Para tanto, foi necessário realizar a leitura dos resumos e/ou das metodologias dos trabalhos selecionados. Levando em consideração apenas os trabalhos relacionados a Educação Matemática, a pesquisa foi realizada na perspectiva de fazer uma análise no estado da arte de trabalhos que tem como objeto de pesquisa o Ensino de Geometria. Com isso, utilizamos como palavras-chave: “ensino de geometria”, “poliedros”, “engenharia didática”, “representação semiótica” e “pensamento geométrico” para verificarmos se há trabalhos que trazem a intersecção entre, metodologia da Engenharia Didática com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica tendo como objeto de pesquisa a geometria, especificamente, os poliedros para alunos do Ensino Médio tendo como foco desenvolver o pensamento geométrico.

Foram catalogadas e selecionadas 38 teses defendidas e publicadas em instituições no Brasil de 2015 até 2020, não foi encontrado nenhum trabalho publicado no ano de 2021. No momento da exploração do material, foi elaborada uma planilha no *Microsoft Excel*, cujas informações foram coletadas englobando os tópicos: título, autor, ano da publicação, objetivo do trabalho, abordagem metodológica e teórica, região da instituição, recursos didáticos, nível de escolaridade e público alvo.

Para fazer as análises das informações de forma mais precisa, utilizamos as ferramentas da Análise Estatística Implicativa (A.S.I.), a Teoria Matemática e Estatística desenvolvida por Regis Gras no seu doutoramento em 1979, que disponibiliza o *software* Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva (CHIC), onde é necessário fazer a construção dos dados numa planilha eletrônica, para isso, utilizamos o *Microsoft Excel*. Os dados devem ser inseridos de forma binária, onde o 1 representa a presença da variável e 0 ausência, a partir da análise dos trabalhos catalogados. Destacamos que a pesquisa pode apresentar um enfoque tanto

qualitativo quanto quantitativo, independentemente do tipo de pesquisa, podemos utilizar o quadro teórico da A.S.I.

O *software* CHIC disponibiliza três maneiras distintas de apresentar a relação existente entre as variáveis: Árvores de similaridade, Grafo implicativo e Árvore coesitiva. Na árvore de similaridade podemos verificar o índice probabilístico, baseado na existência ou não de uma relação de similaridade. A partir do grafo implicativo a gente observa a representação das relações entre as variáveis e o diversos caminhos implicativos significativos existentes. A árvore coesitiva calcula o índice de coesão e permite a análise de relações intra e interclasses. Onde encontramos a representação de regras de regras (metaregras) (ANDRADE; REGNIER et al, 2014). Dessa forma, vamos fazer uma breve apresentação relacionada ao tratamento das informações pelo *software* CHIC.

RESULTADOS E DISCURSÃO

Definimos as variáveis que vamos utilizar para levantamento de dados baseado no objeto de nossa pesquisa, que é a Geometria, especificamente as propriedades e os elementos dos poliedros numa perspectiva do desenvolvimento do pensamento geométrico. Destacamos no quadro 1, as variáveis e seus respectivos códigos que serão utilizados no tratamento das informações no *software* CHIC.

Quadro 1 - Variáveis suas definições e códigos.

Variáveis	Definição	Códigos
Ano de Publicação da Tese	2015	A_15
	2016	A_16
	2017	A_17
	2018	A_18
	2019	A_19
	2020	A_20
Nível de Escolaridade	Ensino Fundamental	Ne_Ef
	Ensino Médio	Ne_Em
	Ensino Superior	Ne_Es
Público Alvo da pesquisa	Alunos	Pp_Al
	Professores	Pp_Pf
	Material Didático	Pp_Md
Metodologia da Pesquisa	Qualitativa/Quantitativa	Me_QlQt
	Qualitativa/Estudo de caso	Me_QlEc
	Qualitativa/Exploratória	Me_QlEx
	Qualitativa/Interpretativa	Me_QlIn
	Engenharia Didática	Me_Ed
	Análise Documental	Me_Ad
Aporte Teórico	Campos Conceituais	At_Cc
	Representação Semiótica	At_Rs
	Situações Didáticas	At_Sd
	Piaget	At_Pg
	Transposição Didática	At_Td
	T. Antropológica do Didático	At_Tad
	Vygotsky	At_Vy
	Van Hiele	At_Vh
Região do país da instituição promotora do curso	Região Nordeste	RI_Ne
	Região Sul	RI_Sul
	Região Sudeste	RI_Sd
	Região Centro Oeste	RI_Co
	Questionário	Rd_Qt

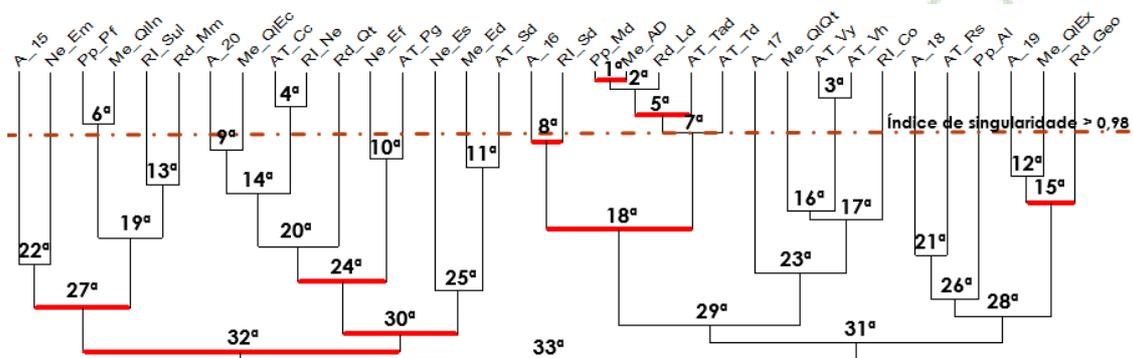
Recurso didático utilizado na aplicação da metodologia	Geogebra	Rd_Geo
	Livro Didático	Rd_Ld
	Materiais Manipuláveis	Rd_Mm

Fonte: Produzido pelo autor.

Esses dados são organizados em uma planilha do *Microsoft Excel* e lançados no *software CHIC*, o programa faz as implicações existentes entre as variáveis relacionando-as de acordo com suas frequências.

Com base em Andrade, Régnier e Lima (2014), vamos observar a árvore de similaridade (figura 1), onde podemos destacar a existência ou não de similaridade entre as variáveis e outras observações.

Figura 1- Árvore de Similaridade entre as variáveis.



Fonte: Gerado através do *software CHIC* e adaptado pelo autor.

Na árvore de similaridade, observamos 33 classes, fazendo uma numeração do maior índice, que determina a 1ª classe, para o menor, na 33ª classe, com isso identificamos que tem alguns valores de similaridade que estão muito baixos, dessa forma, traçamos uma reta onde indicamos o índice de similaridade > 0,98, nesse caso reduzimos nossa análise, apenas para 7 classes, entre elas apresentamos dois nós significativos, na cor vermelha e com um traço mais grosso, na 1ª e na 5ª classes. Andrade e Régnier (2014, p. 138), destacam que “o nó significativo indica que probabilisticamente temos classes mais significativas nas quais se deve ter atenção”, com isso, precisamos ter um olhar mais criterioso na análise.

Com base nos autores, observamos que na 1ª classe, onde temos um nó significativo, observamos um nível de similaridade de 0,999 entre a metodologia de análise documental com pesquisas que são voltadas para material, seja didático ou documental, ou seja, são trabalhos que não tem os professores e/ou alunos como público alvo. No 2º nível observamos, com o mesmo nível de similaridade 0,999, que os recursos utilizados foram os livros didáticos, e esse conjunto apresenta um mesmo nível de similaridade com as teoria antropológica do didático e da transposição didática como fundamentação teórica.

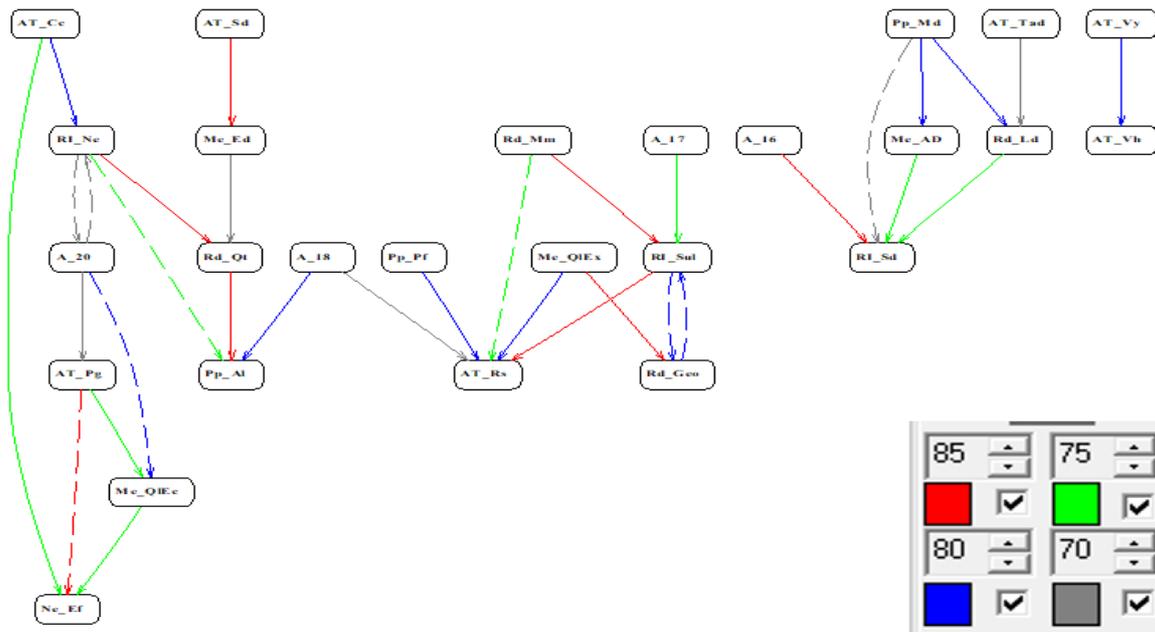
Na (figura 2), abaixo, apresentamos o grafo implicativo com 32 caminhos implicativos mais significativos, a serem considerados, que inter-relacionam as 33 variáveis. Podemos analisar cada caminho implicativo de acordo com a variável que se deseja analisar. Como exemplo, destacamos o seguinte caminho implicativo: At_Cc \Rightarrow RI_Ne \Leftrightarrow A_20 \Rightarrow Me_QIEc \Rightarrow Ne_Ef (ANDRADE E RÉGNIER, 2014).

A partir desse caminho implicativo podemos concluir que os trabalhos que trazem a fundamentação teórica dos campos conceituais (At_Cc), tem uma tendência de serem

publicados na região nordeste (RI_Ne), esses trabalhos tiveram suas publicações no ano de 2020 (A_20), foram apresentados a partir de uma metodologia qualitativa de estudo de caso (Me_QIEc) e tiveram como público alvo os alunos do ensino fundamental.

Podemos destacar uma seta dupla que indica uma quase equivalência, que relaciona as variáveis (RI_Ne \Leftrightarrow A_20), ou seja, há uma tendência de que os trabalhos publicados na região nordeste tenham sido publicados no ano de 2020, como também a recíproca é verdadeira, os trabalhos publicados no ano de 2020 tiveram uma tendência de terem sido publicados na região nordeste.

Figura 2 - Grafo implicativo das variáveis.



Fonte: Gerado através do *software* CHIC e adaptado pelo autor.

A (figura 2), ainda apresenta um quadro de cores que determinam a intensidade de implicação entre as variáveis, As cores das flechas: Vermelho, azul, cinza e verde indicam a relação de implicação entre as variáveis:

- Cor vermelha: Indica uma implicação de intensidade $\geq 0,85$.
- Cor azul: Indica uma implicação $0,85 > \text{intensidade} \geq 0,80$.
- Cor verde: Indica uma implicação $0,80 > \text{intensidade} \geq 0,75$.
- Cor Cinza: Indica uma implicação $0,75 > \text{intensidade} \geq 0,70$.

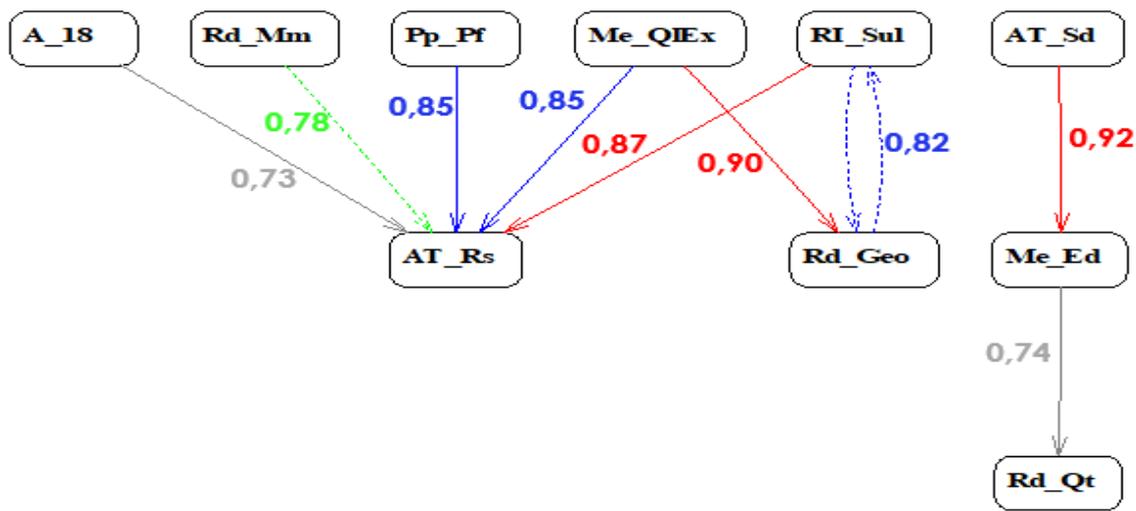
A análise do grafo implicativo acima (figura 2) torna-se um pouco complexa pela quantidade de implicações existentes entre as variáveis, sendo necessário fazer um estudo mais esmiuçado, voltado para os resultados que vão contribuir de forma mais significativa na pesquisa em estudo, com isso, vamos mostrar na (figura 3), uma parte do grafo extraído através de uma das ferramentas do CHIC, denominada modo cone, que segundo Andrade e Régner (2014), nos dá possibilidade de fazer uma análise mais precisa, diante daquilo que pretendemos extrair em nossa pesquisa.

A (figura 3), mostra o modo cone, uma parte detalhada da pesquisa, apresenta-se as implicações ascendentes da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (AT_Rs), traz também as implicações ascendentes e descendentes da variável (Rd_Geo), código que representa o recurso didático e da variável (Me_Ed), código que representa Metodologia da Engenharia didática.

Fazendo a leitura e interpretação do grafo, percebe-se uma forte tendência que as pesquisas realizadas na região Sul tragam a representação semiótica como fundamentação teórica, com uma implicação de intensidade de (0,90).

Mostra também, uma quase equivalência, numa implicação de intensidade de (0,82), que os trabalhos que utilizam o recurso didático, o *software* de geometria dinâmica GeoGebra (Rd_Geo), aparecem com uma forte tendência de serem também na região sul (RI_Sul), com a recíproca verdadeira, ou seja, que os trabalhos que utilizam o GeoGebra, como recurso didático, sejam publicados na região sul, com a mesma intensidade de implicação de (0,82).

Figura 3- Cone ascendente / descendente das variáveis AT_Rs, Rd_Geo e Me_Ed da figura 2.



Fonte: Gerado através do *software* CHIC e adaptado pelo autor.

Ainda com relação a fundamentação teórica da representação semiótica (AT_Rs), podemos observar uma forte tendência de serem apresentadas com uma metodologia qualitativa exploratória (Me_QIEx) numa intensidade de (0,85), com essa mesma intensidade essas pesquisas são voltadas para os professores (Pp_Pf), com uma tendência média, intensidade de (0,73) terem sido realizadas no ano de 2018 (A_18) e terem os materiais manipuláveis como recursos didáticos (Rd_Mm).

Fazendo uma análise a respeito da Metodologia da Engenharia Didática (Me_Ed), ela apresenta alta tendência (0,92) de ser realizada com o aporte teórico das situações didáticas (AT_Sd), utilizando a mesma linha de raciocínio, percebemos que os trabalhos que apresentam essa metodologia tem uma implicação de (0,74) para serem abordadas através de questionários como recurso didático (Rd_Qt).

Ao observar a (figura 3), percebe-se números decimais entre as variáveis, esse é mais um recurso que o *software* CHIC gera, além do grafo implicativo, através de uma tabela com os valores de intensidade de implicação entre as variáveis. No grafo implicativo gerado pelo *software* CHIC, os valores das intensidades (como o número 0,92 ou 0,74, etc), contudo, acrescentamos esses valores na (figura 3), com base na tabela gerada pelo CHIC, que traz a frequência de ocorrências para cada variável, como podemos verificar na (figura 4). Para os autores Andrade e Régnier (2014, p.51), a partir desse índice de implicação “um pesquisador pode observar se é possível estabelecer determinada regra em sua investigação e a qualidade dessa regra”.

As mesmas variáveis que foram apresentadas no grafo implicativo pode ser analisadas, a partir de uma árvore coesitiva, ou seja, uma árvore hierárquica orientada, os cálculos mudam em relação à intensidade de implicação. Segundo Andrade e Régner (2014, p.58), “na árvore coesitiva, temos o encadeamento sucessivo de classes organizadas, segundo o critério de coesão” que nos permite uma análise de relação intra e interclasses. Os autores destacam que é possível observar o encadeamento sucessivo das classes organizadas, seguindo um certo critério de coesão.

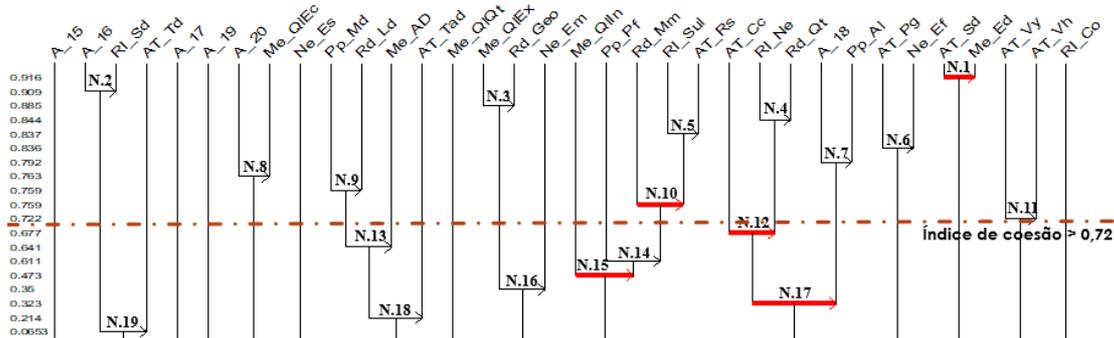
Figura 4 – Tabela com os valores das intensidades de implicação.

	A_15	A_16	A_17	A_18	A_19	A_20	Me_QIEc	Ne_Es	Me_QIQt	Rd_Geo	Ne_Em	Me_QIln	Rd_Mm	RI_Sul	AT_Rs	RI_Cc	Rd_Qt	PP_Al	AT_Pg	Ne_Ef	AT_Sd	Me_Ed	AT_Vy	AT_Vh	RI_Co									
A_17	21	25	0	21	27	25	47	31	33	33	29	34	46	34	29	29	81	29	46	21	39	46	38	32	51	41	25	76	20	29	56	33	29	41
A_18	19	24	28	0	26	24	50	54	19	85	29	35	29	41	42	42	57	29	57	73	33	29	38	90	35	24	51	49	19	42	53	32	42	38
A_19	21	25	27	21	0	25	47	31	33	33	46	34	45	19	55	45	21	29	46	58	23	46	38	32	34	25	41	55	13	46	19	56	29	41
A_20	20	25	27	20	27	0	42	28	46	42	29	34	45	84	29	45	18	29	29	3	72	45	37	32	34	57	74	27	23	29	49	14	45	39
Ne_Ef	26	33	49	50	49	45	0	12	3	27	40	35	52	73	29	52	16	29	65	27	79	40	39	43	47	33	68	45	54	29	85	11	52	58
Ne_Es	53	34	37	53	37	34	11	0	3	68	41	35	29	36	54	41	44	41	29	70	35	41	51	44	35	23	23	52	38	54	28	89	29	47
Ne_Em	50	48	42	29	42	48	7	9	0	33	46	45	46	25	46	36	68	46	36	35	24	46	39	40	45	59	46	33	41	46	38	58	30	28
PP_Al	36	33	46	60	46	48	41	56	42	0	24	34	44	45	52	37	56	37	52	51	50	52	47	43	41	53	56	33	43	44	66	42	37	33
PP_Md	47	50	25	21	25	24	17	18	32	1	27	0	27	20	27	13	83	27	7	22	27	31	55	29	50	24	11	75	27	12	11	83	24	
Me_QIQt	21	43	46	21	46	43	54	18	41	24	26	33	0	36	29	29	11	29	48	12	41	29	35	31	33	65	65	20	29	29	70	41	29	25
Me_QIEc	28	35	38	42	29	77	78	35	16	36	29	35	41	0	29	29	6	29	41	7	74	29	38	45	48	83	83	42	28	29	46	16	41	83
Me_QIEt	39	25	27	39	87	25	18	56	41	61	29	33	29	19	0	29	11	29	29	85	23	29	35	31	33	25	25	67	14	48	10	90	29	25
Me_QIln	39	25	27	39	46	43	54	34	20	7	85	33	29	19	29	0	11	29	29	58	41	29	35	31	33	25	25	67	29	29	10	41	48	65
Me_Ed	43	40	55	55	34	30	20	46	70	64	46	35	28	12	28	28	0	28	48	65	26	71	39	42	35	21	40	30	49	48	74	30	28	30
Me_AD	61	65	27	21	27	25	16	34	41	7	29	73	29	19	29	11	0	29	12	23	29	55	50	52	65	25	9	70	48	23	20	69	29	25
AT_Cc	21	25	46	61	46	25	78	18	20	61	29	33	46	36	29	46	29	0	29	23	48	35	50	33	25	85	9	29	29	70	9	48	25	9
AT_Ra	51	42	38	61	57	18	35	61	38	51	62	35	34	20	52	52	61	34	43	0	21	34	48	30	35	18	33	82	22	43	33	61	26	61
AT_Pg	32	38	41	32	27	70	87	26	12	49	29	35	44	78	29	44	16	29	29	5	0	29	37	32	35	24	24	58	52	29	42	38	44	54
AT_Sd	38	25	48	21	46	43	52	34	41	61	29	33	29	19	29	29	32	29	48	12	23	0	35	31	33	25	43	9	52	46	70	20	29	25
AT_Td	19	57	22	19	22	21	16	52	12	21	23	24	23	18	23	23	13	59	23	38	20	23	0	24	24	21	21	12	50	23	12	44	23	21
AT_Tad	42	25	27	68	27	25	36	38	25	16	28	54	28	40	28	28	29	50	50	6	23	28	34	0	32	25	46	10	61	28	27	10	75	25
AT_Vy	47	24	52	21	25	24	42	18	32	8	27	29	27	45	27	27	13	53	27	7	22	27	31	28	0	81	24	32	16	53	34	32	27	24
AT_Vh	34	57	42	20	27	57	26	16	67	6	29	50	62	67	29	29	9	62	29	3	22	29	37	32	67	0	57	14	39	45	49	27	45	25
RI_Ne	20	25	27	51	42	74	62	16	46	78	29	34	62	67	29	29	33	29	78	16	22	45	37	48	34	57	0	6	12	29	88	8	45	25
RI_Sul	39	20	63	50	52	37	46	51	33	18	57	35	36	45	57	57	32	27	27	87	54	27	39	31	45	28	20	0	5	27	18	82	27	69
RI_Sd	60	79	35	25	25	32	35	39	39	32	38	58	39	31	28	39	49	83	39	12	82	51	50	55	35	43	22	3	0	28	31	26	93	32

Fonte: Produzido pelo autor com o uso do *software* CHIC.

Dessa forma apresentamos a árvore coesitiva (figura 5), que apresenta um panorama geral e a relação de intensidade entre as variáveis. Observe que as variáveis (A_15, AT_Td, A_17, A_19, Ne_Es, Me_QIQt e RI_Co) não formam classes, estão isoladas, podendo ser desconsideradas da análise.

Figura 5 – Árvore coesitiva - Gráfico de hierarquia orientada.



Fonte: Produzido pelo autor com o uso do *software* CHIC.

Na (figura 5) podemos apresentar 19 classes em 19 níveis diferentes. Observamos três grandes classes orientadas, a primeira nos níveis 9, 13 e 18, a segunda nos níveis 5, 10, 14 e 15, e a terceira nos níveis 4, 7, 12 e 17. É possível perceber que tem alguns índices de coesão muito

baixos, dessa forma, traçamos um reta que representa o índice de coesão acima de 0,72, sendo assim, reduzimos para 11 classes em 11 níveis diferentes.

O índice de coesão mais alto está na classe (AT_Sd \Rightarrow Me_Ed) no primeiro nível, seu valor é de (0,916), onde também aparece o primeiro nó significativo. Isto significa que: as teses que apresentam teoria das situações didáticas tem uma forte tendência de aplicar a Engenharia Didática como metodologia de ensino. No nível 10 temos o segundo nó significativo com índice de coesão de (0,759), indicando uma tendência que: os trabalhos que utilizaram os materiais manipuláveis como recurso didático foram publicados na região sul e traz como fundamentação teórica a representação semiótica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na perspectiva de compreender o baixo desempenho dos alunos da educação básica em atividades, tanto internas quanto externas, acerca dos conteúdos relacionados a geometria e o desenvolvimento do pensamento geométrico, desde o mestrado, pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) concluído em 2015, percebe-se a necessidade do planejamento, produção e aplicação de uma metodologia que oportunize os educandos a sanar essa deficiência encontrada, não só, a partir da pesquisa de mestrado, como também vista em outras publicações que mostram, não só, o baixo nível de pensamento geométrico dos alunos da educação básica e da graduação em Matemática, mas também em professores que lecionam naqueles níveis de ensino.

Para tanto, fizemos esse levantamento de informações, para verificar a tendência de trabalhos publicados nesse contexto e observamos que, mesmo diante de um pequeno avanço quanto ao ensino de geometria, verificou-se que há poucos trabalhos que traz como foco principal, desenvolver o pensamento geométrico dos alunos da educação básica, conseqüentemente da educação superior. E que os trabalhos encontrados estão relacionados a verificar o nível de pensamento geométrico e não como possibilitar o avanço desse nível a partir de uma metodologia mais adequada e eficiente.

Contudo, a partir das 38 teses analisadas, permitiu a construção de dados que foram tratados com o uso da Análise Estatística Implicativa (A.S.I), facilitando a análise das 39 variáveis observadas e as relações entre si, através do *software* Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva (CHIC).

Podemos concluir que a tendência é que as teses são desenvolvidas para verificar a deficiência dos alunos da educação básica, como também, do ensino superior e não, exatamente, como o foco em desenvolver uma metodologia que oportunize os educandos a desenvolver habilidades que possam sanar as dificuldades observadas.

Nesse sentido, observamos que os trabalhos publicados que trazem a Teoria dos Registros de Representação Semiótica tem uma forte tendência de serem publicados em instituições da região sul do país e apresentam a metodologia qualitativa exploratória para análise de resultados. As teses que apresentam a metodologia qualitativa da Engenharia Didática utilizam os questionários como recursos didáticos e a teoria da situações didáticas. Com isso, observamos que não há trabalho que apresentam os três elementos metodológicos, fundamentação teórica, metodologia e objeto de pesquisa convergindo em um mesmo trabalho. Contudo, diante do cenário, propomos um trabalho que traga a convergência desse três elementos metodológicos e que seja voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico a partir de uma sequência didática.

Referências Bibliográficas

ANDRADE, V. L. V. X, RÉGNIER; J. C; LIMA, A. P. A. B. Apresentação dos dados em atividades que envolvem as medidas de tendência central e de dispersão nos livros didáticos do ensino médio no Brasil e na França. Análise das formas e das suas organizações no quadro da A.S.I. Educação Matemática Pesquisa: revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. - São Paulo. v.16, n.3, pp. 1047-1067, 2014.

Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações. Disponível em: <<https://bdtd.ibict.br/vufind/>>. Acesso em abril de 2021.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf.

BRASIL. SAEB – 2019. Matemática. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2019. Disponível em:

<http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484421/RELAT%C3%93RIO+SAEB+2017/fe63936-8002-43b6-b741-4ac9ff39338f?version=1.0>> Acesso em: 17 out 2020.

Catálogo de Tese e Dissertação. Disponível em:

<<https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>>. Acesso em maio de 2021.

COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. Níveis de pensamento geométrico de alunos do ensino médio no estado de Pernambuco: um estudo sob o olhar vanhieliano. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v.7, n.3, p.1-19, 2016b.

COSTA, ANDRÉ PEREIRA. A Construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do Pensamento Geométrico: o caso dos quadriláteros notáveis. Recife, 2019.

<https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/33431/1/TESE%20Andr%c3%a9%20Pereira%20da%20Costa.pdf>.

DUVAL, R. Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Tradução Marlene Alves Dias. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

PERNAMBUCO. SAEPE – 2015. Matemática. Secretaria da Educação. Revista da Gestão Escolar. UFJF, Juiz de Fora, 2015. Disponível em: <<http://www.saepe.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/05/PE-SAEPE-2015-N%C3%8DVEIS-MT-3EM-C01.pdf>> Acesso em 18 out 2020.

RÉGNIER, JEAN-CLAUDE; ANDRADE, VLADIMIR LIRA VÉRAS XAVIER. Análise estatística implicativa e análise de similaridade no quadro teórico e metodológico das pesquisas em ensino de ciências e matemática com a utilização do software CHIC /, org. – Recife: EDUFRPE, 2020. 323 p. : il.

SANTOS, M. C. E. M, RÉGNIER; J. C; RÉGNIER, N. M. A; SANTOS, P. C. M. A. Motivações e competências interculturais para a mobilidade acadêmica França-Brasil: o caso de estudantes da Universidade Lumière Lyon 2. Educação Matemática Pesquisa: revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. - São Paulo. v.16, n.3, pp.723-744, 2014.

SILVA FILHO, G. B. Geometria espacial no ensino médio: Uma abordagem concreta. 2015. 175 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.