O DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA MATEMÁTICO

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (EMAIEFEM) – GT 10

Fernanda Andrea F. SILVA
Universidade Federal Rural de Pernambuco
fernandaandrea@ig.com.br

Edson Thó RODRIGUES
Universidade Federal Rural de Pernambuco
profedson_tho@yahoo.com.br

Rodrigo BALDOW
Universidade Federal Rural de Pernambuco
rodrigobaldow@gmail.com

Lúcia de Fátima ARAÚJO
Universidade Federal Rural de Pernambuco
luciaaraujo@hotmail.com

RESUMO

Este estudo foi desenvolvido com estudantes do 7° ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular de ensino do município de Jaboatão dos Guararapes-PE, e envolveu a resolução de um problema matemático, adaptado do livro Matemática Divertida e Curiosa, do matemático brasileiro Malba Tahan, utilizando-se procedimentos heurísticos. O objetivo era estimular, nos estudantes, o desenvolvimento de estratégias metacognitivas, durante a resolução do problema proposto, segundo propõe os estudos de Araujo (2009). Concluímos que, quanto maior a disponibilidade dos alunos para refletirem sobre o problema proposto, maiores são as chances de chegarem ao resultado esperado.

Palavras-chaves: Estratégias metacognitivas, Resolução de problemas, Ensino e aprendizagem de Matemática.

1 Introdução

A resolução de problemas como metodologia de ensino considera o problema como desencadeador de um processo que visa à formação de conceitos matemáticos. A necessidade que o aluno tem de buscar uma solução para o problema o induz a se apropriar de conhecimentos que favoreçam esta construção (BRASIL, 2008).

De acordo com esta metodologia, na resolução de problemas, os estudantes vão mobilizando estratégias e conceitos conforme seus conhecimentos prévios e as interpretações que fazem. Segundo Pozo (1998), o papel do professor é o de estimular o estudante não só a resolver os problemas que lhe são propostos, como, também incentivá-lo a pensar na busca de soluções, possibilitando o desenvolvimento da sua autonomia.

Destacamos ainda as palavras de Dante, "Intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que seja um problema. De maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo." (DANTE, 2009, p. 11).

Assim, percebemos que para resolver um problema cada pessoa deverá mobilizar conhecimentos prévios na busca de variados métodos e estratégias.

Portanto, a aprendizagem, na resolução de problemas, acontece a partir da interação do indivíduo com as distintas formas de conhecimentos e do desenvolvimento da capacidade de utilizar as estratégias mais adequadas, controlar e avaliar os resultados obtidos na resolução de uma situação-problema. E o professor tem o papel de provocar os estudantes, de forma que os faça refletir sobre os conhecimentos matemáticos envolvidos, desenvolvendo estratégias metacognitivas.

Com base na metodologia da resolução de problemas, desenvolvemos uma atividade com o objetivo de propiciar aos estudantes o desenvolvimento de estratégias metacognitivas, durante o processo de resolução.

2 Estratégias Metacognitivas na Resolução de Problemas

Segundo Araújo (2009), a metacognição, em relação à aprendizagem escolar,

> pode ser definida como o conhecimento que o estudante tem sobre os seus próprios processos cognitivos ou sobre algo relacionado a esses, como os problemas e dificuldades para assimilar um determinado conteúdo, os procedimentos cognitivos adequados para desenvolver uma tarefa, a aplicação de estratégias para resolver problemas, etc.(ARAUJO, 2009, p.49).

Estimular o desenvolvimento de estratégias metacognitivas, portanto, acarreta uma melhora na aprendizagem e maior autonomia por parte dos alunos. (IDEM, IBID).

Na sala de aula, a metacognição pode ser desenvolvida com atividades que estimulem a reflexão, como indicam Leite e Darsie:

> No espaço da sala de aula, atividades de ensino que se utilizam da metacognição são aquelas em que os estudantes são estimulados a refletir sobre os modos pelos quais executam determinado procedimento ou resolvem uma dada situação-problema, de modo que durante a atividade há uma interação constante entre o aluno e a situação,

> e entre o aluno e seus próprios processos mentais. Nesse caso, a tomada de consciência de "como se faz" é algo inerente ao processo de aprendizagem. Nesse aspecto, a aprendizagem mecânica ou o fazer por fazer não tem espaço: ou a aprendizagem é consciente, ou não há aprendizagem significativa (LEITE; DARSIE, 2011, p. 183).

A metacognição possui duas funções distintas. A primeira seria proporcionar ao indivíduo o conhecimento do seu próprio processo cognitivo. E a outra é desenvolver a habilidade de regulá-lo e controlá-lo. Sendo essas características, importantes para a autonomia dos estudantes na sua aprendizagem e indispensáveis na resolução de problemas de matemática (MARTIN ET AL,2001, apud ARAÚJO, 2009).

Segundo Brito (2006), os estudos de Stenberg (1992; 1994), apontam que na resolução de problemas, três elementos estão presentes no processamento de informações. Os metacomponentes, que determina "o que fazer", monitora e avalia atividade no momento que ela está sendo realizada. Os componentes de desempenho, que são usados na execução da atividade. E os componentes de aquisição do conhecimento, usados na aprendizagem de como realizar uma atividade.

Os metacomponentes determinam o que deve ser feito e como deve ser feito, desenvolvendo uma função metacognitiva. Pensando assim, quando se constrói uma representação do problema e se elabora uma estratégia para sua solução, o indivíduo está utilizando conhecimentos metacognitivos. (BRITO, 2006).

Do mesmo modo, as estratégias metacognitivas são representadas pelas conexões entre os conhecimentos anteriores e as novas informações a partir das reflexões que levam em consideração as estratégias de pensamento.

Sabemos que, um dos grandes desafios da escola é ensinar o aluno a pensar, capacitando-o de forma que possa refletir sobre quais as melhores estratégias devem ser usadas nas resoluções das situações-problemas. Desenvolvendo, dessa forma, no aluno as funções de monitorar, controlar e avaliar seu raciocínio e analisar se a solução encontrada conseguiu responder ao problema proposto.

Nesse estudo, propomos uma situação-problema que acreditamos, possa promover nos alunos estratégias metacognitivas durante o processo de resolução.

3 Metodologia

A pesquisa foi realizada com estudantes do 7º ano do ensino fundamental de uma escola particular do município de Jaboatão dos Guararapes/PE, tendo, aproximadamente, 40 alunos, sendo eles divididos em grupos de três e quatro estudantes. Esse trabalho envolveu uma resolução de um problema, adaptado de uma obra de Malba Tahan, conforme quadro 1:

O PROBLEMA DAS MAÇÃS

Um feirante recebeu duas caixas de maçã, uma do dono do pomar A e outra do dono do pomar B, para serem vendidas na feira.

O dono do pomar A entregou uma caixa com 30 unidades, estipulando que deveriam ser vendidas três maçãs por R$ 1,00 e o dono do pomar B entregou, também, 30 maçãs para as quais estipulou preço um pouco mais caro, isto é, duas maçãs por R$ 1,00.

Era claro que, efetuada a venda, o dono do pomar A deveria receber R$ 10,00 pela sua caixa de maçãs e o dono do pomar B, R$ 15,00. O total da venda seria, portanto, R$ 25,00.

Ao chegar, porém, à feira, o feirante ficou diante do seguinte problema*:*

"— Se eu começar a venda pelas maçãs mais caras perco a freguesia; se inicio o negócio pelas maçãs mais baratas, encontrarei, depois, dificuldade para vender as outras. O melhor que eu tenho a fazer é vender as maçãs das duas caixas ao mesmo tempo".

Chegada a essa conclusão, o feirante reuniu as 60 maçãs e começou a vendê-las aos grupos de cinco por R$ 2,00. O negócio era justificado por um raciocínio muito simples: "— *Se eu devia vender três por R$ 1,00 e depois duas também, por R$ 1,00, será mais simples vender, logo, cinco por R$ 2,00, isto é, R$ 0,40 cada maçã."*

Vendidas as 60 maçãs, o feirante apurou R$ 24,00.

Como pagar aos donos dos dois pomares se o primeiro devia receber R$ 10,00 e o segundo R$ 15,00?

Havia uma diferença de R$ 1,00 que o vendedor não sabia como explicar, pois tinha feito o negócio com o máximo cuidado.

E, intrigadíssimo com o caso, repetia dezenas de vezes o raciocínio feito sem descobrir a razão da diferença: "— *Vender três por R$ 1,00 e, depois vender duas por R$ 1,00 é a mesma coisa que vender logo cinco por R$ 2,00!"*

Como surgia o raio da diferença de cem centavos na quantia total, o feirante ameaçava a Matemática com pragas terríveis.

Adaptação do problema, "O problema dos abacaxis", do livro *Matemática Divertida e Curiosa* de Malba Tahan (2008, p.09)

Quadro 1 – O Problema das Maçãs

O problema foi escolhido por despertar, no leitor, a curiosidade em descobrir o que tem de errado na estratégia utilizada pelo vendedor das maçãs. Pois, aparentemente, ou seja, sem uma análise mais aprofundada do problema, o que se observa é que o raciocínio dele deveria estar correto. E também, porque o problema expõe uma autorreflexão do vendedor sobre suas estratégias, demonstrando que ele estava utilizando as estratégias metacognitivas.

A atividade foi desenvolvida em duas horas aulas. Foi entregue aos alunos uma folha contendo o problema a ser resolvido e dois recipientes contendo uma porção de milho e feijão, cada um, que poderiam representar as maçãs de cada pomar e cujo uso ficava a critério dos alunos.

Dois grupos foram filmados e um teve o áudio gravado durante a resolução do problema. Após todos terem chegado a uma solução, houve o momento da socialização das respostas encontradas, onde foram explicitadas pelos alunos, as estratégias utilizadas.

A participação dos professores pesquisadores durante a atividade foi no sentido de conduzir os alunos a uma reflexão do problema, levantando questionamentos a cerca das estratégias que estavam sendo usadas, procurando estimular estratégias metacognitivas nos alunos.

4 Análise dos Resultados

As observações diretas dos professores pesquisadores, como também, as análises dos vídeos e da gravação nos levaram a perceber que dentre todos os grupos, apenas um, não optou por iniciar a resolução do problema utilizando o material manipulativo. Este grupo, denominado, grupo 1, usou algoritmos para tentar chegar à solução. Após, algumas tentativas de resolução, sem sucesso, mudaram de estratégia e começaram a utilizar o material manipulativo.

Os grupos ao utilizarem o material manipulativo, designaram o milho para representar um pomar e o feijão para o outro. A princípio, alguns grupos ao lerem o problema, somaram as maçãs dos dois pomares, sendo trinta maçãs pertencentes a cada pomar, num total de sessenta maçãs e dividiram por cinco (quantidade de maçãs que deveria ter cada agrupamento), encontrando o total de doze agrupamentos que deveriam formar. Ao montarem esses conjuntos de cinco maçãs, sendo três maçãs do pomar A e duas do pomar B, não observaram o total de maçãs de cada pomar. Então, apesar de estar com doze conjuntos de cinco maçãs, perfazendo sessenta maçãs, o total de maçãs do pomar A equivalia a trinta e seis e o do pomar B, correspondia a vinte e quatro, como consta na figura 1, arrecadando um total de R$ 24,00. O que não representa o valor descrito no problema. Os pesquisadores, ao observarem a estratégia que foi utilizada para formação dos conjuntos de cinco maçãs, buscaram despertar nos estudantes uma reflexão sobre os dados do problema e a forma pela qual esses conjuntos foram organizados, no sentido de que descobrissem o erro cometido e refizessem o caminho.

Figura 1: Os 12 agrupamentos de maçãs do pomar A e B, formados sem a preocupação de totalizar 30 maçãs de cada pomar.

O grupo denominado grupo 2 foi filmado por um dos professores pesquisadores, durante todo o desenvolvimento da atividade. Após um primeiro momento de discussão do grupo é solicitado o auxílio da professora pesquisadora. Explicaram-na que usaram as trinta maçãs de cada pomar para formar conjuntos contendo cinco maçãs, sendo três do pomar A e duas do pomar B, e observaram que sobravam dez maçãs do pomar B. E que o vendedor arrecadou R$ 20,00 com os lotes que tinham as maçãs dos dois pomares, e depois arrecadou mais R$ 4,00 com as outras dez que sobraram do pomar B. Então a professora perguntou (episódio 1):

Episódio 1
Professora: O que o vendedor podia ter feito com essas dez? Ele fez lotes de cinco não foi?
Estudante 1: Aí ele vendeu por dois reais.
Estudante 1: Aí sobrou mais nada. Faltou um real.
Professor: Por que faltou um real?

A pergunta da professora pesquisadora foi direcionada para que os estudantes pudessem refletir sobre a diferença encontrada pelo vendedor, relembrando o que o próprio problema apresenta. Após outro momento de reflexão do grupo, a professora novamente foi chamada. Eles voltaram a contar as maçãs, e a mostraram que estavam obtendo R$ 24,00. Então a professora pesquisadora perguntou (episódio 2):

Episódio 2
Professora: Ele vendeu por vinte e quatro reais. Mas não era para ele arrecadar essa quantia. Era para ele arrecadar vinte e cinco reais.
Professora: Onde foi que ele errou?
Estudante 1: Por que ele vendeu por dois reais?
Estudante 2: É! Porque ele vendia por um real duas...
Professora: Mas não era lógico ele vender duas por um real e três por um real, então ele vender cinco por dois reais? Até aí era lógico. Mas no final ele viu que arrecadou um real a menos.
Professora: Onde é que está o erro para ele ter arrecadado um real a menos?
Estudante 1: Dez maçãs do pomar B?
Professora: Mas por que você acha que o erro está nas maçãs do pomar B?
Estudante 2: Porque as maçãs eram mais caras.
Professora: Sim, eram mais caras. E aí?

No diálogo acima se percebe que os alunos já atentaram para a diferença de preço das maçãs dos dois pomares. E que as maçãs do pomar B eram mais caras, mas ainda não conseguiram explicar a diferença. Esse diálogo deixou os alunos mais atentos às dez maçãs mais caras e que estavam sendo vendidas: cinco por R$ 2,00. Como demonstra a figura 2:

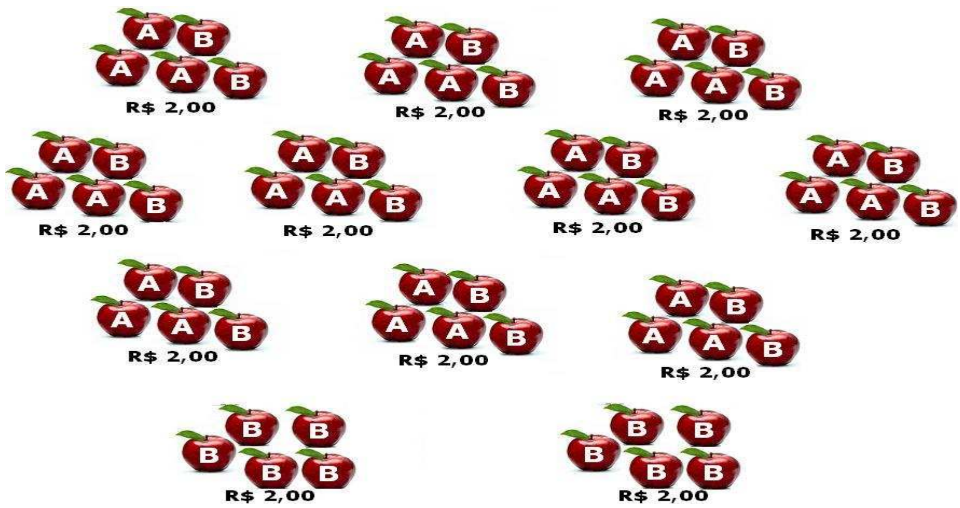

Figura 2:Agrupamentos formados pelo feirante.

Estavam começando a acreditar que o erro estava ali. Então a professora se retirou e os deixou pensando mais um pouco. Após algum tempo, o grupo de estudantes começa a conversar com o professor que os estava filmando, mostrando o raciocínio que tiveram para chegar a uma solução, conforme episódio 3:

Episódio 3
Estudante 2: Se ele vender separado..... ele perdeu porque vendeu junto.
Estudante 1: Professor, ele perdeu porque...
Estudante 2: Ele perdeu porque juntou a maçã mais cara com a mais barata.
Estudante 2: Separando ele tem um lucro a mais de um real.
Estudante 2: Já que ele vendeu cinco juntas, ele perdeu um real.
Professor: Por que perdeu?
Estudante 2: Por que perdeu? Porque a maçã é mais cara.
Professor: E como é que a gente faria para ganhar esse um real com as dez que sobraram?
Estudante 2: Separava em grupos de dois.
Professor: Faça aquela arrumação inicial, junte os grupos de cinco maçãs.
Professor: Agora faça a conta.
Estudante 1: dois, quatro, seis, oito, dez, doze, quatorze, dezesseis, dezoito e vinte.
Estudante 2: Se essas fossem por dois.... antes saia vinte e quatro reais
Professor: E agora sai por quanto?
Estudante 2: um, dois, três, quatro e cinco.
Estudante 1: Ele vendeu por cinco reais.

Através do diálogo nota-se que os alunos conseguem chegar ao motivo pelo qual surgiu a diferença: a venda das maçãs mais caras por um preço menor. E então eles sugerem que as dez maçãs restantes do pomar B (mais caras) sejam vendidas em grupos de dois, o que faria com que o feirante apurasse o valor almejado. Como explicam a professora pesquisadora, de acordo coo episódio 4:

Episódio 4
Estudante 2: Se ele vender essas maçãs mais caras juntas, ele vai vender por vinte e quatro reais.
Estudante 2: Agora se separa**r**, e vender por um real, duas por um real, aí um, dois, três, quatro e cinco.
Professor: E quando ele junta cinco, ele perde quanto?
Estudante 2: Ele perde um real.
Professor: Mais em cada um ele perde quanto?
Estudante 1: Cinquenta centavos.
Professor: Qual o valor de cada maçã dessa?
Estudante 1: Vale quarenta centavos?
Professor: Não são duas por um real? Então cada uma vale quanto?
Estudante 1: Cinquenta centavos.

Professor: Então cada grupo desses de cinco era para ser quanto?
Estudante 1: Dois reais e cinquenta.
Estudante 1: Ele vendeu por dois reais. Cinquenta centavos aqui e cinquenta centavos aqui ele perdeu.
Professora: Então o que ele tem que fazer?
Estudante 1: Separar...
Estudante 2: Separar em grupo de dois.
Professora: Sim.
Estudante 2: As mais caras, em vez de colocar em grupos de cinco, ele colocava separadas.
Estudante 1: No lugar dele separar, ele juntou.

De acordo com os alunos, deste grupo, a cada duas maçãs, das dez que sobraram, o vendedor deveria vender por R$ 1,00, arrecadando R$ 5,00 com elas, que juntando com os R$ 20,00 arrecadados com a venda das maçãs dos dois pomares, somavam R$ 25,00. Como demonstra a figura 3.

Figura 3 – Agrupamentos formados pelo grupo 2

O grupo, denominado grupo 1, que iniciou a resolução do problema sem utilizar o material manipulativo, ou seja, apenas com o uso de algoritmos, justificaram ao professor pesquisador suas estratégias, conforme episódio 5:

Episódio 5
Professor: O que vocês pensaram até agora?
Estudante 1: Sei lá!
Professor: Vocês estão preferindo não utilizar o milho e o feijão?
Estudante 1: Não porque, fica mais fácil.

Professor: Você acha?
Estudante 2: Sim! Cálculo na cabeça é mais fácil.
Professor: Tudo bem.

Apesar de terem optado por resolver o problema utilizando o método algébrico, após algumas tentativas, sem sucesso, os alunos mudaram de estratégia e começaram a utilizar o material manipulativo que serviu como um suporte para os cálculos que estavam realizando e após algum tempo conseguiram chegar à solução do problema.

Um terceiro grupo (grupo 3) ao encontrar o que causou a diferença arrecadada pelo feirante, que foram as dez maçãs que sobraram do pomar B, vendidas a cinco por R$2,00; utilizaram uma estratégia diferente da utilizada pelo grupo 2, com as dez maçãs que restaram. Como eles perceberam que duas maçãs do pomar B custavam R$ 1,00; então cada valia R$ 0,50. Logo, as dez maçãs restantes podiam ser vendidas em dois agrupamentos contendo cinco unidades, custando R$ 2,50, cada um, no total de R$ 5,00, como demonstra a figura 4. E dessa forma conseguiram resolver o problema.

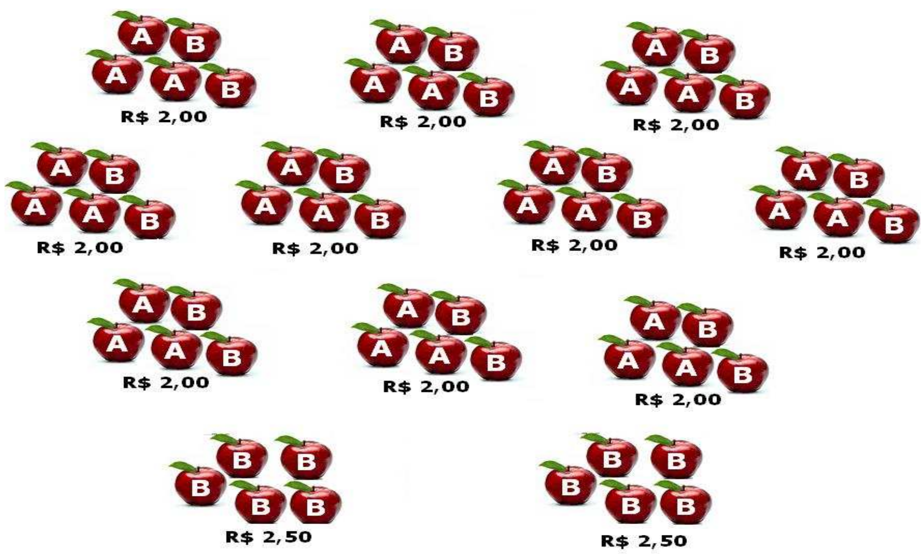

Figura 4 – Agrupamentos formados pelo grupo 3

5 Considerações Finais

Observamos que o problema proposto motivou os estudantes e despertou neles o interesse em descobrir qual tinha sido o erro cometido pelo feirante na estratégia da venda das maçãs. Como também, o uso do material manipulativo facilitou a apreensão do problema e a construção de estratégias que levassem a solucioná-lo. Tal procedimento buscou trabalhar a metacognição, desenvolvendo a capacidade de raciocínio e a autonomia dos estudantes, defendidas por Malba Tahan (1961) por promoverem uma aprendizagem mais sólida.

No transcorrer da atividade os estudantes puderam refazer a estratégia utilizada pelo feirante, levantar hipóteses, testá-las e quando percebiam que a estratégia não era interessante, por não satisfazer ao problema, refutavam e recomeçavam utilizando novos caminhos.

Cada grupo construiu uma solução que atendesse aos dados do problema e fizeram uso do material manipulativo de forma distinta. De acordo com Leite e Darsie (2011), podemos perceber que a atividade proporcionou aos alunos o uso de estratégias metacognitivas, pois os fez refletir na busca de uma solução para o problema proposto, além de ter promovido uma interação entre os estudantes e os professores pesquisadores, envolvendo a construção de estratégias de resolução.

As intervenções dos professores pesquisadores, durante a atividade, visavam direcionar um pouco os alunos para um pensamento mais reflexivo na resolução do problema proposto.

Concluímos que as situações problemas, como a apresentada, contribuem para desenvolver nos alunos estratégias metacognitivas na resolução de problemas em matemática, e que a escola deveria lançar mão desse recurso, na formação de estudantes mais reflexivos.

Referências

ARAÚJO, L. F. **Rompendo o contrato didático**: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos. 2009. 301f. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

BRASIL. **Ministério da Educação (MEC) / Secretaria de Educação Fundamental (SEF).** *Coleção GESTAR II:* Matemática: Brasília: MEC/SEF, 2008.

BRITO M. R. F., **Alguns Aspectos Teóricos e Conceituais da Solução de Problemas Matemáticos**. In: Solução de problemas e a matemática escolar. Alínea. Campinas. 2006.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** 1ª ed. São Paulo – SP: Ática. 2009.

LEITE, E. A. P.; DARSIE, M. M. P. **Implicações da Metacognição no Processo de Aprendizagem da Matemática.** Revista Eletrônica de Educação, v. 5, n. 2, p. 179-191, 2011.

POZO, J. I. (Org). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. São Paulo: Editora Saraiva, vol. 1, 1961.

TAHAN, M. **Matemática Divertida e Curiosa**. Rio de Janeiro: Record, 25ª edição, 2008.