



## ESTUDO E RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES COM MATRIZES ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA

Tecnologias da Informação e Comunicação e Educação Matemática (TICEM) – GT

Myrla Oliveira de FREITAS  
Universidade Federal de Campina Grande  
[myrlafreitas@hotmail.com](mailto:myrlafreitas@hotmail.com)

Eduardo Alencar SANTOS  
Universidade Federal de Campina Grande  
[edu\\_allencar@hotmail.com](mailto:edu_allencar@hotmail.com)

Thaysa Carolayne Pereira da SILVA  
Universidade Federal de Campina Grande  
[thaysacarolaine@hotmail.com](mailto:thaysacarolaine@hotmail.com)

### RESUMO

Neste artigo, apresentaremos resultados referentes ao uso do software Geogebra como recurso facilitador da aprendizagem, com professores de matemática da rede pública do município de Pombal, onde, um dos temas abordados e trabalhados com eles foi a resolução de sistemas lineares através de Matrizes. Visando capacitar os professores, foi desenvolvido um projeto de extensão cuja ideia central era transpor aos professores métodos inovadores de ensino através do uso da tecnologia como recurso didático e favorável ao ensino da matemática. Por meio de oficinas semanais e atividades, os professores demonstraram facilidade na compressão do estudo de sistemas lineares e entendimento nas funções e nas ferramentas do Geogebra, sendo assim, possibilitando utilizar esse recurso tecnológico nas suas aulas.

Palavras-chaves: Geogebra, professores, ensino.

### 1. Introdução

Este trabalho foi desenvolvido junto a professores de matemática da rede pública de ensino do município de Pombal – PB através de um curso de capacitação com uso do computador e programas computacionais, onde, um dos temas abordados e trabalhados foi a resolução de sistemas lineares com uso de matrizes por meio do software Geogebra. O projeto tinha como ideia principal transpor aos professores ideias inovadoras de ensino através da utilização de tecnologias como recurso didático e favorável ao ensino da matemática.

Levando em consideração que as novas tecnologias vão aos poucos se incorporando ao dia-a-dia da sala de aula, elas devem ser testadas e estudadas com maior ênfase pelos professores nas escolas, de forma que professores e alunos possam a cada dia se sentirem preparados e motivados para seu uso. Essa interação pode gerar aos licenciados uma melhor



preparação para suas atividades nos ensinos fundamental e médio, já que muitas vezes os educadores de matemática encontram dificuldades em desenvolver determinados conteúdos matemáticos mostrando aplicações dos mesmos para os alunos, pelo fato de muitas vezes o recurso didático, no caso o quadro negro, deixa a desejar, apresentando muitas limitações, principalmente na parte gráfica.

Entre os conteúdos abordados durante o ensino fundamental e médio, a geometria é um ramo da matemática de grande importância, por servir de instrumento para outras áreas do conhecimento. Porém, muitos professores acabam apresentando dificuldades em transmitir assuntos relacionados à geometria, principalmente quando envolve a utilização de certos materiais, como régua e compasso e por isso, acaba dificultando o processo de manipulação e aprendizagem dos discentes.

Grande parte dos professores de matemática não utiliza os meios tecnológicos, por não terem certa familiaridade com esse recurso já que muitos não apresentaram durante sua formação inicial disciplinas relacionadas à informática. Hoje a maioria das escolas públicas, inclusive as escolas do município de Pombal, são equipadas com laboratórios de informática disponíveis para utilização, entretanto os professores não demonstram interesse em usufruir das tecnologias que o mundo moderno oferece durante suas aulas. Com esse pensamento Gravina (2003) afirma que conhecer e usufruir dos recursos tecnológicos tornou-se uma necessidade para o educador diante os avanços do mundo moderno.

## **2. Referencial teórico**

Nossa pesquisa norteou-se na necessidade de facilitar o raciocínio sobre a resolução de sistemas lineares através de matrizes enfatizando a importância de levar ao aluno o recurso tecnológico, para facilitar o conhecimento e tornar o ensino da matemática dinâmico e prazeroso. A tecnologia vem ao encontro dos profissionais de ensino a fim de colaborar na melhoria do ensino-aprendizagem, desde que os mesmos sintam-se capazes de introduzi-la no decorrer de suas atividades escolares, para que os alunos possam ser mais participativos durante as aulas.

Neste estudo, foi proposta a utilização de uma ferramenta computacional que permitisse ao aluno compreender com mais clareza a solução encontrada durante suas atividades.



## Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

“O uso dessa ferramenta pode levar o aluno a aquisição e domínio de saber, dando significado ao objeto matemático, oferecer diferentes representações inerentes a esse objeto, expandir o conhecimento dos diferentes saberes relacionados entre si e, visualizar representações gráficas em diferentes posições.” (JORDÃO, 2012).

Através do uso do computador o processo de ensino-aprendizagem torna-se mais rápido porque permite que o aluno raciocine durante cada representação gráfica e com isso, ele pode formular seus próprios conceitos e apresentar questionamentos ao conteúdo visto em sala de aula. O uso de programas computacionais como o Geogebra, que é tratado neste artigo, modifica o modo tradicional de ensino fazendo com que as representações gráficas deixem de ser estáticas a passam a ganhar movimento e animação, despertando a curiosidade do aluno, a cada movimento.

“A visualização pode ser caracterizada como objeto, uma imagem, e também como um processo, uma atividade. A visualização gráfica mediada pela tecnologia possibilitada por diversos softwares matemáticos é um recurso que pode contribuir para que o aluno tenha uma visão mais ampliada sobre como usar determinada ferramenta e como direciona-la para aplicações reais.” (ARCAVI, 2003).

O uso de softwares matemáticos durante as aulas oferece ao aluno uma forma de ensino mais moderna para aquisição de conhecimento, mas para a utilização desse recurso tecnológico há uma necessidade de levar aos profissionais de ensino uma capacitação sobre a utilização acerca de meios tecnológicos, já que muitos professores não tiveram durante sua formação acadêmica uma preparação sobre o uso de tecnologias.

“A formação do professor pra fazer uso de tecnologia nas suas praticas docentes, torna-se cada vez mais necessária. Assim, para que se possam promover inovações no processo educacional, é fundamental que se demonstre uma atenção especial aos atores principais desse processo: o professor e sua formação. A presença das tecnologias requer das instituições de ensino e do professor novas posturas frente ao processo de ensino-aprendizagem. A educação necessita de um professor mediador no processo de interação tecnologia/aprendizagem que desafie constantemente aos seus alunos com experiências de aprendizagem significativa.” (SCHULZ, 2011).

As escolas, no entanto, devem promover ao professor e ao aluno recursos necessários para o desempenho significativo das aulas.

Esse artigo retrata o estudo e a resolução de sistemas lineares por meio de matrizes, visto no segundo ano do ensino médio, através do software Geogebra. Esse conteúdo matemático possibilita aplicações, não só na matemática, como em varias outras áreas do conhecimento.



“Os conteúdos de matrizes podem ser utilizados nas mais diversas situações reais e constitui-se em tabelas que designam com clareza certas situações, representando um grupo ordenado de números que se apresentam em linhas e colunas. As matrizes ordenam e simplificam os problemas, contribuindo para a resolução de vários tipos de questões, sendo utilizadas na Estatística, na Física Atômica, na Engenharia, na Administração, na Economia, enfim, na Matemática Pura e Aplicada. Os sistemas lineares aparecem também em aplicações de diversas áreas, como Administração, Economia, Sociologia, Ecologia, Demografia, Genética, Eletrônica, Engenharia e Física.” (PANCIERA, 2006).

Para um bom entendimento do conteúdo apresentado em sala de aula o aluno requer exemplos e aplicações em diversas áreas, aplicações que o aproxime da realidade. Sendo assim o estudo de sistemas lineares possibilita ao professor apresentar aplicações das mais diversas situações reais.

### **3. Metodologia da pesquisa**

Além do computador, a principal ferramenta utilizada no desenvolvimento do projeto foi o software Geogebra<sup>1</sup>. O Geogebra é um software livre, de matemática, que reúne geometria, álgebra e cálculo diferencial, sendo criado em 2001 por Markus Horhewarter da Universidade de Salzburg, Áustria, visando promover a educação matemática nas escolas.

Sua obtenção pode ser feita a partir da Internet, desde que seja instalado previamente o código fonte Java e qualquer usuário pode fazer a instalação individual do programa, de modo fácil e rápido.

Se por um lado o Geogebra é um software de geometria dinâmica que permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas como com funções que podem modificar-se dinamicamente depois, por outro lado, equações e coordenadas também podem estar interligadas diretamente através desse software.

Assim, o programa apresenta uma característica voltada para relacionar variáveis com números, vetores e pontos; permite determinar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Essas duas faces são as principais características desse software.

Vale salientar que a visualização sempre foi relevante no desenvolvimento da Geometria, na formulação dos conceitos abstratos e na resolução de problemas e esta peculiaridade recebeu enorme reforço com o surgimento de programas com fins educacionais,

<sup>1</sup>Disponível para download em [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

que proporcionam ambientes onde os professores podem desenvolver junto aos alunos, atividades capazes de simularem no computador as argumentações realizadas, tanto na Geometria Plana quanto na Álgebra.

As principais ferramentas do programa Geogebra, onde o usuário aprenderá a construir toda e qualquer figura geométrica plana, visualizar gráficos de funções e seus comportamentos.

Essas ferramentas estão divididas em: ferramentas elementares, construções elementares, objetos com amplitude fixa, movimento de objeto, objetos decorativos, opções de visualização e outras ferramentas.

A interface do software Geogebra é constituída de uma janela gráfica que se divide em: barra de menus, barra de tarefa, uma janela algébrica, área de trabalho e um campo de entrada de texto.

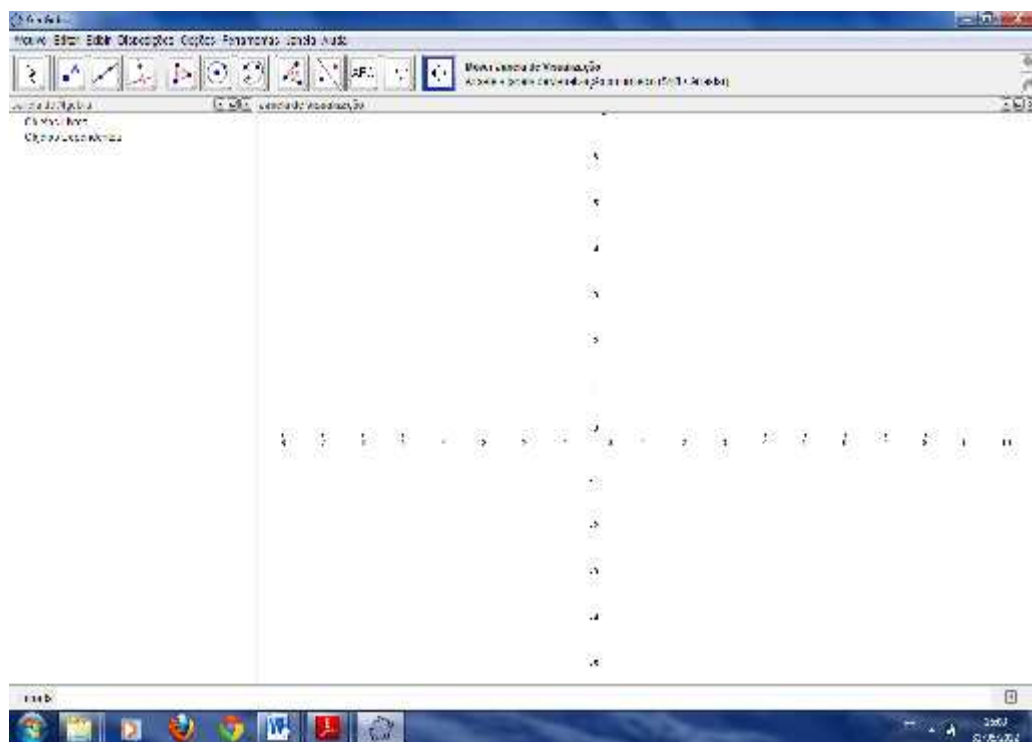


Figura 1 - Interface do Geogebra

O projeto de extensão que inspirou este trabalho contou com a participação de dezessete professores da rede pública do município de Pombal que se localiza no alto sertão



paraibano á 373 km da capital João Pessoa. O município conta com 31 escolas publicas distribuída pela zona urbana e rural, atendendo a crianças, jovens e adultos do município.

#### 4. Atividade com os professores:

Durante os encontros com os professores envolvidos no projeto foi proposta aos mesmos uma atividade relacionada ao estudo e resolução de sistemas lineares através de matrizes com uso do software Geogebra, o que acabou proporcionando aos professores maior facilidade em obter resultados de forma rápida e prática, como por exemplo, propriedades de matrizes, sua inversa, transposta e identidade, com isso encontrar a solução de sistemas lineares, deixando claro para eles a importância de aplicar e demonstrar para os alunos o conteúdo relacionado à solução de sistemas lineares através de matrizes com uso do computador. Um exemplo de atividade proposta foi o de resolver o sistema linear (I) de três equações e três incógnitas:

$$(I) \quad \begin{cases} x - 3y + 4z = 4 \\ x - z = 2 \\ 2x + 4y - 3z = 10 \end{cases}$$

Em notação matricial temos:

$$(II) \quad \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$A \quad * \quad X = B$

O software Geogebra nos permite, através dos seus comandos, descobrir se o sistema possui solução única através do cálculo do determinante da matriz A e posteriormente encontrar essa solução através do cálculo da inversa da matriz A e de sua multiplicação pela matriz B, como podemos observar na figura 2.

Logo após a atividade foi proposto também um questionário a fim de avaliarmos o desenvolvimento dos professores na utilização dos softwares em relação ao conteúdo.

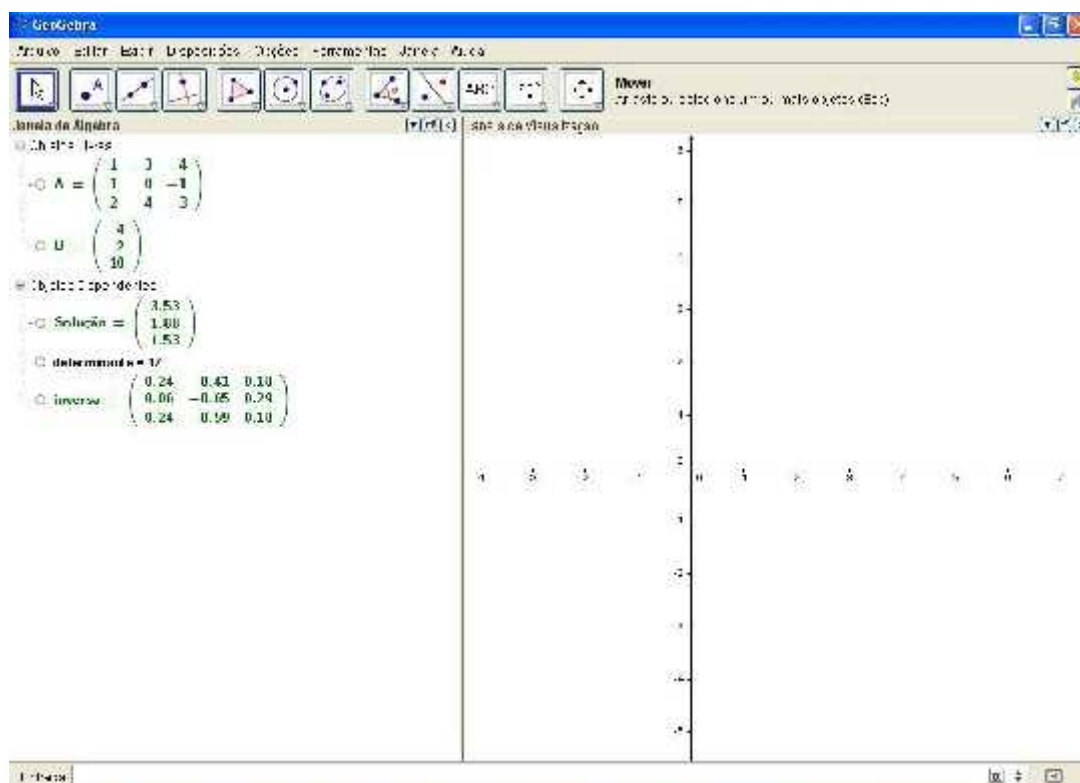


Figura 2 - Solução do Sistema de Equações

## 5. Dados e resultados:

Após a apresentação da atividade e aplicação do questionário fizemos um levantamento sobre as respostas dos professores participantes das oficinas.

No início do questionário perguntamos se eles tinham conhecimento sobre algum software que auxiliasse na solução de sistemas lineares através de matrizes e todos afirmaram que não tinham conhecimento de nenhum outro software que auxiliasse a solução de problemas relacionados a este conteúdo, e isso demonstra, de certa forma, um defasamento no que diz respeito ao uso de tecnologias no ensino da matemática no município. Ainda no questionário foi indagado aos professores se a utilização de softwares matemáticos na solução de problemas gerava certo conforto aos alunos e obtemos as seguintes informações:

- **Professor A:** "Sim, tudo que tende a facilitar e diminuir o raciocínio e o pensamento cognitivo do aluno gera acomodação".





- **Professor B:** “Não, porque ele estudará matemática de forma diferente do tradicional. O aluno vai ficar curioso para encontrar a resolução do problema adquirindo novos conhecimentos e aprendizagem”.
- **Professor C:** “Depende da maneira que o professor conduz seu trabalho, para o aprendizado dos conteúdos matemáticos”.
- **Professor D:** “Não diria uma acomodação, mas pode (pela facilidade e rapidez do software) gerar situações que o aluno vai se sentir desobrigado a usar seu raciocínio”.

Perguntamos também se o fato do software resolver sistemas com um número grande de equações e incógnitas permite ao professor explorações diferentes das tradicionais e a maioria acredita que sim porque eles defendem que a maneira tradicional muitas vezes se torna cansativa para o aluno que tem dificuldade de concentração e através do software eles ganham mais tempo já que resolver esse tipo de problema no computador é bem mais prático do que resolver no quadro, além de tudo o software também facilita a compreensão. Porém outro professor acredita que “A diferença entre a utilização ou não do software em sistemas lineares não se dá pelo grande número de equações e incógnitas, mas sim pela forma como vão ser explorados esses sistemas pelo professor”.

Em relação à pretensão de utilizar o software como auxílio a algum conteúdo matemático lecionado pelos professores, todos responderam que sim. Para encerrar perguntamos se eles indicariam o uso do programa a outros professores e de forma unanime todos responderam que sim.

A partir das observações feitas chegamos à conclusão de que os professores demonstraram facilidade na compreensão do estudo de sistemas lineares e no manuseio das ferramentas do Geogebra e eles afirmaram que pretendem utilizar o software em suas aulas para facilitar o ensino-aprendizagem dos seus alunos.

Através da aplicação das atividades sentimos que, de certa forma, conseguimos direcionar os professores a buscar novos métodos de ensino e com isso quebrarem o tabu de que o lápis e o papel são os únicos recursos que o aluno tem para absorver os conteúdos.

Durante a aplicação da atividade os professores estavam seguros em relação ao que lhes foi proposto e não demonstraram dificuldades relevantes, eles se mostraram surpresos





diante da versatilidade do programa e das possibilidades que o mesmo pode propor a eles. Compreenderam que com o auxílio do computador a aula se torna mais dinâmica promovendo um rendimento maior da turma, levando em consideração que a aplicação direta no dia-a-dia através do computador mostra ao aluno que a matemática é mais palpável do que ele imagina, isso o faz perceber que tudo faz sentido, desde a soma de números naturais até a multiplicação de matrizes; o abstrato passa a ser real.

## 6. Referencias

GRAVINA, M. A.; SAMTAROSA, L. M. **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. In: ACTA DO IV CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE INFORMATICA NA EDUCAÇÃO, IV. 1998,2003. Brasília, Campinas.

JORDÃO, A. L. I.; BIANCHINI, B. L. **Um estudo sobre a resolução de sistemas lineares 3x3 no 2º ano do ensino médio**. In: IV ENCONTRO DE PRODUÇÃO DISCENTE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IV. 2011. São Paulo.

PANCIERA, L. M.; FERREIRA, M. V. **A modelagem no ensino de matrizes e sistemas lineares**. Disponível em: <[https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:dCs-blRg2jUJ:www.unifra.br/eventos/jornadaeducacao2006/2006/pdf/artigos/matem%25C3%25A1tica/A%2520MODELAGEM%2520MATEM%25C3%2581TICA%2520NO%2520ENSINO%2520DE%2520MATRIZES.pdf+A+MODELAGEM+MATEM%C3%81TICA+NO+ENSI+NO+DE+MATRIZES+E+SISTEMAS+LINEARES&hl=pt-BR&gl=br&pid=bl&srcid=ADGEESisWNFoAFki49o3MaJBLBd0-11hfHor-oGnomsRqzyk5FJTWQhvmibE4R-BX7nHtm4gyFQ0HAeR\\_sNGeN1-PhzPo\\_GD6SWAwiyg2Wqg5AcIvF3e9IlqL5hrqq-5fDyAAyhVI\\_MY&sig=AHIEtbRTZycT3epbqZWlkgZTelZwmVoWsw](https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:dCs-blRg2jUJ:www.unifra.br/eventos/jornadaeducacao2006/2006/pdf/artigos/matem%25C3%25A1tica/A%2520MODELAGEM%2520MATEM%25C3%2581TICA%2520NO%2520ENSINO%2520DE%2520MATRIZES.pdf+A+MODELAGEM+MATEM%C3%81TICA+NO+ENSI+NO+DE+MATRIZES+E+SISTEMAS+LINEARES&hl=pt-BR&gl=br&pid=bl&srcid=ADGEESisWNFoAFki49o3MaJBLBd0-11hfHor-oGnomsRqzyk5FJTWQhvmibE4R-BX7nHtm4gyFQ0HAeR_sNGeN1-PhzPo_GD6SWAwiyg2Wqg5AcIvF3e9IlqL5hrqq-5fDyAAyhVI_MY&sig=AHIEtbRTZycT3epbqZWlkgZTelZwmVoWsw)>. 06 de setembro de 2012.

SCHULZ, J. A. T.; FERREIRA, S. D.; STAIL, B. **O software Winplot como ferramenta para o ensino de sistemas lineares na educação básica**. In: II CNEM-CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E IX EREM-ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, II, IX. 2011. UNIUI, Ijuí.



**Trabalhando Matemática: percepções  
contemporâneas**

18, 19 e 20 de Outubro

*João Pessoa, Paraíba.*



**2012**