



EQUAÇÕES DIFERENCIAIS NUMA PERPECTIVA DE MEMORIZAÇÃO X

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Modelagem e Educação Matemática – GT 04

Pâmela Maciel SOBRAL

Universidade de Pernambuco - UPE

pamela.nett@gmail.com

Andréa Marinho de MELO

Autarquia do Ensino Superior de Belo Jardim – FABEJA

Andreamarinhodemelo@yahoo.com

Willames Albuquerque SOARES

Universidade de Pernambuco – UPE

willamess@yahoo.com.br

RESUMO

Avaliar e analisar o modo como se dá o processo de ensino-aprendizagem favorecem a construção e aplicação de novas didáticas e metodologias para o enriquecimento cultural, tecnológico e educacional, podendo tornar-se material referência para mobilização e adequação do sistema as novas práticas escolares. Neste estudo foi realizada uma aplicação de modelagem baseado em equações diferenciais e no processo de aprendizagem utilizando a memorização humana, cujo procedimento é extremamente complexo e dependente de inúmeras variáveis, salientando que este modelo foi desenvolvido e utilizado por Aguiar & colaboradores (2009). Mostrando que para o contexto observado em geral, os alunos que decoram com facilidade têm maior chance de tirar as melhores médias, apesar de não ser regra. Demonstrando que o fator memorização não é objeto determinante para a aprendizagem, mas um ótimo aliado.

Palavras- chaves: Modelagem Matemática, Índices de aprendizagem e Regressão Linear.

1. Introdução

O processo de aprendizagem resulta de uma complexa atividade mental, na qual o pensamento, a percepção, as emoções, a memória, a motricidade e os conhecimentos prévios estão envolvidos no desenvolvimento intelectual do indivíduo, o qual deve sentir o prazer em aprender. Todavia, existem pessoas que apresentam algumas dificuldades para aprender determinados conteúdos ou disciplinas, gerando transtornos tanto para o educador (que se esforça para ensinar), quanto para o aluno (que busca aprender). Sendo assim, o fator memorização não é objeto determinante da aprendizagem, mas é contribuinte. Logo, torna-se importante analisar como o mesmo pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que a aprendizagem se torna muito mais significativa à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento de um aluno e adquire significado para ele a



partir da relação com seu conhecimento prévio (PELIZZARI, et al, 2002), logo a memorização apresenta-se como uma ferramenta de muito valor para o ensino.

Pilotti (2001) verificou que o ser humano armazena um aprendizado em sua memória com diferentes proporções para cada um dos cinco sentidos, sendo: 1% pelo paladar, 3% pelo tato, 4% pelo olfato, 11% pela audição e 83% pela visão. Além de que geralmente, ao longo do tempo, o aluno lembra-se de 10% de tudo que leu, 20% de que ouviu e 30% do que viu. Lembrando que estes percentuais podem ser potencializados se utilizados conjuntamente, pois a criança em outro momento se lembrará de 50% pelo audiovisual, mas se o professor proferir uma exposição com áudio e debatê-la a criança recordará de aproximadamente 70%. Contudo os melhores resultado são obtidos por meio do áudio seguido da prática com uma lembrança de 90%.

Tendo este trabalho o objetivo de avaliar e quantificar qual a contribuição da memorização para o processo de ensino-aprendizagem, possibilitada por uma aplicação de equações diferenciais (modelagem matemática) desenvolvido e aplicado por Aguiar & colaboradores (2009), utilizando uma lista de palavras (com 4 dígitos) para um grupo de 10 estudantes do Ensino Médio da rede pública do ensino deste estado. Além de explorar o grupo de dados (índices de memorização individuais de cada aluno) será analisado a correlação entre a memorização com as notas semestrais dos estudantes durante o primeiro semestre letivo de 2012.

2. Materiais e Métodos

2.1. Localização e Período

Este trabalho foi desenvolvido em uma escola do município de Lajedo-PE, cidade localizada no Agreste Pernambucano, estando a apenas 197 Km da capital, Recife (Figura 1). A qual funciona em prédio próprio e é localizada no espaço urbano da cidade, sendo uma instituição pública de ensino. Estando em funcionamento desde 1961, possui aproximadamente 1.130 alunos matriculados atualmente, distribuídos do 1º ano ao 3º ano e no curso EJA (Ensino de Jovens e Adultos), na modalidade Ensino Médio. Quanto ao perfil do alunado desta Instituição, observa-se que é formada por trabalhadores rurais, funcionários públicos e comerciários.



Figura 1 – Município de Lajedo – PE.

2.2. Modelagem de Equações Diferenciais

Para compreender a contribuição da memorização ao processo de ensino-aprendizagem, utilizou-se o modelo apresentado por Aguiar & colaboradores (2009). Um modelo extremamente simples, ao modo de memorização, cuja desenvoltura está baseada na hipótese de que a taxa de aprendizado é proporcional a quanto ainda falta a ser aprendido.

$$\frac{dL}{dt} = k(1 - L) \quad (1)$$

Onde:

$\frac{dL}{dt}$ = Taxa de aprendizagem em relação ao tempo.

k = Taxa de aprendizado ou índice individual de memorização.

L = Fração da lista decorada.

Salientando que L(t) corresponde a fração da lista já decorada no instante t, sendo assim L(t) = 0 significa que não se sabe de nada e L(t) = 1 significa que toda a lista foi decorada.

2.3. Obtenção e Tratamento dos Dados

O valor de k (índice individual de memorização ou taxa de aprendizado) foi determinado por meio de experimentos. Cujas desenvolturas deu-se utilizando uma lista com 20 palavras de 4 dígitos cada, seguindo os passos listados abaixo:

1. Pediu-se que o estudante avaliado gastasse um minuto estudando a lista de palavras apresentadas na figura 2.

| ORDEM | LISTA 1 | ORDEM | LISTA 2 |
|-------|---------|-------|---------|
| 1 | AMOR | 11 | LOBO |
| 2 | FLOR | 12 | LATA |
| 3 | CASA | 13 | LUXO |
| 4 | LAGO | 14 | RATO |
| 5 | PATA | 15 | SINO |
| 6 | BOLA | 16 | LAMA |
| 7 | ANEL | 17 | LOJA |
| 8 | CUBO | 18 | MULA |
| 9 | MOLA | 19 | LIXO |
| 10 | FACA | 20 | SONO |

Figura 2 – Lista de 20 palavras (com 4 dígitos) para memorização.

2. Passado o tempo de estudo solicitou-se que o aluno escrevesse na tabela apresentada na figura 3 e guardou-se esta tabela para avaliar em outro momento.

| NOME: | | | MEDIÇÃO: |
|--------------------------|---------|-------|----------|
| ORDEM | LISTA 1 | ORDEM | LISTA 2 |
| 1 | | 11 | |
| 2 | | 12 | |
| 3 | | 13 | |
| 4 | | 14 | |
| 5 | | 15 | |
| 6 | | 16 | |
| 7 | | 17 | |
| 8 | | 18 | |
| 9 | | 19 | |
| 10 | | 20 | |
| Total de Acertos: | | | |

Figura 3 – Tabela de preenchimento das palavras memorizadas.

3. Repetição do primeiro procedimento.



4. Repetição do segundo procedimento.

Este procedimento foi repetido 10 vezes, seqüenciado para cada um dos dez alunos avaliados. Após esta etapa foi pontuado cada uma das tabelas, onde uma resposta correta corresponde a uma palavra certa na posição certa, em seguida os dados dos estudantes foram lançados em um gráfico individual (diagrama de dispersão), sendo “t” o tempo gasto estudando a lista (eixo horizontal) e “L”, a fração da lista decorada (eixo vertical).

Utilizaram-se os dados obtidos nas experimentações para aproximar o valor k individual: colocando no eixo vertical $y = \ln(1 - L)$, permitindo visualizar que os dados se adaptam a equação de uma reta, cuja inclinação é k. Logo, foi encontrada a equação da reta representante e determinou-se o valor de k usando a reta de regressão.

2.4. Coeficiente de Correlação Linear

O coeficiente de correlação linear r mede o grau de relacionamento linear entre os valores emparelhados x e y em uma amostra, determinado pela equação 2.

$$r = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \sqrt{n(\sum y^2) - (\sum y)^2}} \quad (2)$$

Onde:

r = Coeficiente de correlação linear para uma amostra

n = Representa o número de pares de dados presentes (n=10)

x = Tempo em minutos (neste contexto)

y = Número de acertos (neste contexto)

Após a validação da correlação foi preciso encontrar a equação de regressão individual, expressa pelas equações 3, 4 e 5.

$$y = b_0 + b_1 x \quad (3)$$

$$b_0 = \frac{(\sum y)(\sum x^2) - (\sum x)(\sum xy)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \quad (4)$$

$$b_1 = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \quad (5)$$

Como o coeficiente de inclinação da reta é b_1 , logo este foi o valor de k.

2.5. Média semestral dos alunos

O grupo de alunos participantes da pesquisa foi sorteado aleatoriamente em três turmas do 1º ano do ensino médio da referida escola. Enfatizando que a tabela 1 ilustra a



média semestral dos 10 alunos, analisados no decorrer dos dois primeiros bimestres do ano 2012, na disciplina de matemática.

Tabela 1 – Média Semestral dos Alunos

| Aluno | Média da 1ª Unidade | Média da 2ª Unidade | Média Semestral |
|-------|---------------------|---------------------|-----------------|
| 1 | 5,0 | 6,0 | 5,5 |
| 2 | 3,0 | 6,0 | 4,5 |
| 3 | 6,5 | 6,0 | 6,5 |
| 4 | 5,5 | 7,5 | 6,5 |
| 5 | 7,5 | 8,0 | 8,0 |
| 6 | 6,5 | 4,0 | 5,5 |
| 7 | 6,0 | 7,5 | 7,0 |
| 8 | 7,5 | 7,0 | 7,5 |
| 9 | 7,0 | 8,5 | 8,0 |
| 10 | 5,0 | 3,5 | 4,5 |

3. Resultados

Foram ilustrados a seguir os resultados de dois estudantes escolhidos da seguinte forma: um que apresentou o pior índice de memorização e o outro que apresentou o melhor. Posteriormente foram apresentados os resultados de todos os estudantes. A Tabela 2 ilustra o tempo de realização da atividade (decorar a lista com 20 palavras) e o número de acertos em suas respectivas posições do aluno com melhor índice de memorização, enquanto a Tabela 3 ilustra os resultados do estudante com menor índice.

Tabela 2 – Tempo de Realização da Atividade e Número de Acertos (Melhor índice)

| Tempo (minutos) | Número (Acertos) |
|-----------------|------------------|
| 1 | 2 |
| 2 | 16 |
| 3 | 20 |
| 4 | 20 |
| 5 | 20 |
| 6 | 20 |
| 7 | 20 |
| 8 | 20 |
| 9 | 20 |
| 10 | 20 |



Verifica-se que no primeiro minuto de estudo da lista de palavras, o estudante não obteve muito êxito, tendo decorado apenas 2 palavras e suas respectivas posições, já no segundo minuto, houve um aumento surpreendente para 16 palavras. Estando, desta forma, com a lista totalmente decorada a partir do terceiro minuto. Enquanto os resultados apresentados na tabela 3 evidenciaram que o estudante não conseguiu memorizar totalmente a lista de palavras propostas. Salientando que Aguiar e colaboradores (2009) encontraram resultados muito parecidos utilizando uma lista de números, formada por centenas, pois também houve pessoas que conseguiram decorar a lista com maior facilidade e outras que não conseguiram decorar totalmente a lista.

Tabela 3 - Tempo de Realização da Atividade e Número de Acertos (Pior índice)

| Tempo (minutos) | Número (Acertos) |
|------------------------|-------------------------|
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| 3 | 5 |
| 4 | 8 |
| 5 | 9 |
| 6 | 11 |
| 7 | 11 |
| 8 | 9 |
| 9 | 8 |
| 10 | 8 |

Construindo os gráficos a partir dos valores apresentados nas tabelas 2 e 3, torna-se possível notar pictoricamente a existência de uma correlação entre as variáveis (tempo x acertos), cujo eixo das abscissas está contido o tempo em minutos e no eixo das ordenadas o número de acertos. Como podem ser visualizados nas figuras 4 e 5, os valores utilizados para o cálculo do K individual dos alunos são até o momento em que os mesmos decoram totalmente a lista de palavras. Cujo exemplo citado é o aluno que possui melhor índice de memorização que decorou a lista de palavras no terceiro minuto de estudo.

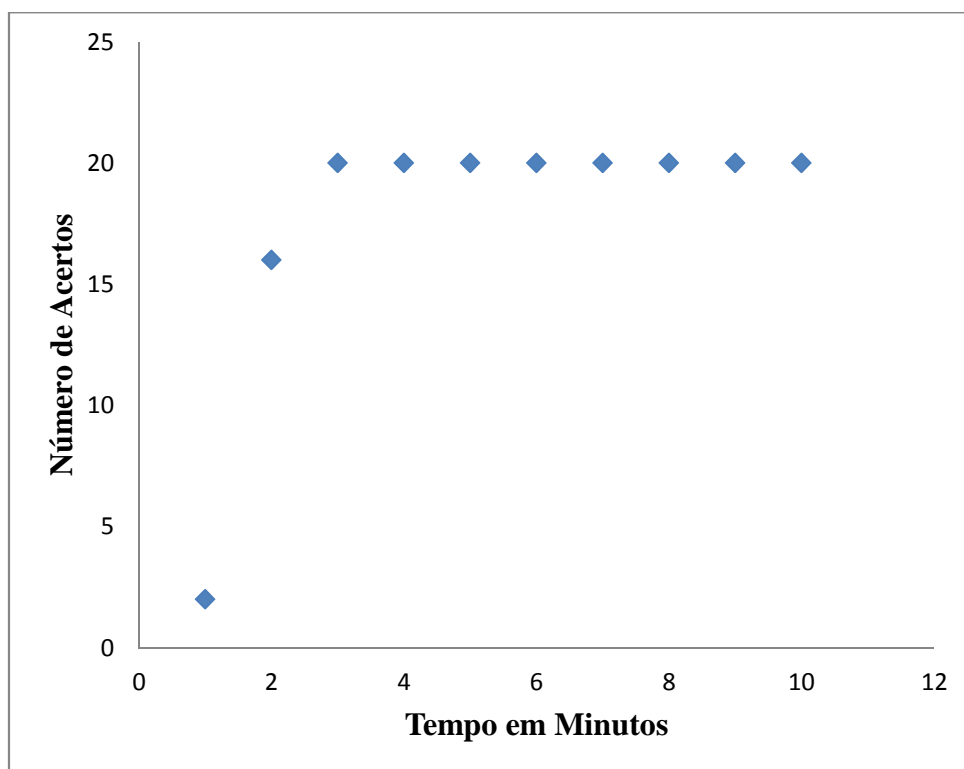


Figura 4 – Gráfico da Tabela 2

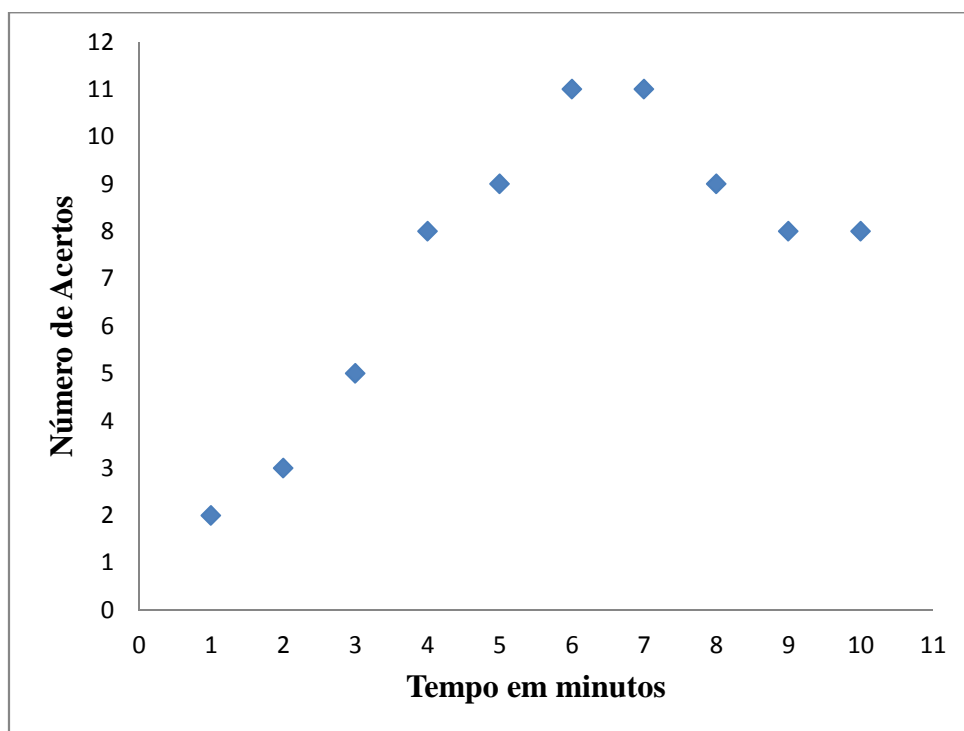


Figura 5 – Gráfico da Tabela 3



A tabela 4 apresenta a média semestral (nota obtida pelos 10 alunos analisados no decorrer de um semestre – 2 bimestres) e o índice de memorização (k) obtido pelos mesmos.

| Aluno | Média Semestral | Índice (k) |
|-------|-----------------|------------|
| 1 | 5,5 | 0,727 |
| 2 | 4,5 | 1,933 |
| 3 | 6,5 | 2,571 |
| 4 | 6,5 | 2,800 |
| 5 | 8,0 | 4,000 |
| 6 | 5,5 | 2,750 |
| 7 | 7,0 | 1,430 |
| 8 | 7,5 | 2,107 |
| 9 | 8,0 | 9,000 |
| 10 | 4,5 | 1,678 |

O estudante 1 obteve o menor índice k de aprendizagem igual a 0,727, no entanto ele não é quem apresenta a pior média semestral, apesar de estar entre os 40% dos alunos abaixo da média. As duas maiores médias que são iguais a 8,0 foram tiradas pelos dois melhores índices k de aprendizagem com 9,0 e 4,0 (e mesmo assim apresentaram uma grande disparidade entre si). Dos 60% dos estudantes que estão acima da média, exceto 1, não apresentou índice acima de 2, bem como dos 40% que estavam abaixo da média também apresentou índice superior a 2, enquanto os outros estão com índice inferior a este valor.

Apesar dos resultados no geral constatarem basicamente os mesmos encontrados por Aguiar e colaboradores (2009): cujos alunos que decoram com maior facilidade têm maior chance de tirar notas boas, mas que não é regra para tal faceta, houve uma disparidade evidente com relação aos valores dos índices k de aprendizagem, pois a variação de Aguiar (et al, 2009) esteve entre 0,351 e 2,074 enquanto os nossos foram de 0,727 e 9,000, sendo possivelmente justificado porque eles utilizaram uma lista de 20 centenas e nós uma lista de 20 palavras com 4 dígitos cada. Lembrando que memorizar palavras é muito mais fácil do que uma sequência aleatória de números. Assim como a disparidade dos desvios encontrados podem também estar relacionadas ao tamanho da amostra.

Com os resultados obtidos com a aplicação desta pesquisa, demonstrou-se que no geral, os estudantes que memorizam facilmente têm maior chance de tirar boas notas, apesar



de não ser regra. Ou seja, nem sempre um aluno que possui um elevado índice k de memorização obtém as melhores médias na escola, lembrando que a recíproca também é verdadeira. Desta forma, alcançou-se o objetivo de tal pesquisa, pois se percebeu que o fator memorização é um grande contribuinte para o processo de ensino-aprendizagem.

Tomando conhecimento dos resultados citados anteriormente torna-se possível construir e aplicar novas didáticas e metodologias para aprendizagem de nossos alunos possibilitando este material ser referência para a mobilização e adequação do sistema educacional as prática educativas, apesar de ter sido utilizado uma amostra de apenas 10 estudantes e para validá-la a nível populacional deve-se aumentar o tamanho da amostra. Além de que para novas pesquisas possam também ser considerados outros aspectos contribuintes no processo de ensino-aprendizagem.

4. Referências

AGUIAR, G. de F., et al. Memorização X Aprendizagem: Uma Aplicação de Equações Diferenciais. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 32º, 2009. Cuiabá-MT, ISSN 1984-820X, 2009, vol. 2, 686.

PELIZARI, A., et al. Teoria da Aprendizagem Significativa Segundo Ausubel. Revista PEC, Curitiba - PR, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002.

PILOTTI, C., Didática Geral. São Paulo: Editora Ática, 2001.

ZILL, D. G. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS: com Aplicações em Modelagem; tradução: PATARRA, C. C. São Paulo: THOMSON, 2003.