

NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN-HIELE COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Fernando Tranquilino Marques dos Santos

Marcelo Câmara dos Santos

*Universidade Federal de Pernambuco – e-mail: fernandotms1@gmail.com /
marcelocamaradossantos@yahoo.com*

Resumo

Este artigo é resultado de dois anos de pesquisa da dissertação do Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica que teve como um dos objetivos, identificar os níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele em que se encontravam os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Observou-se que os conhecimentos mobilizados e as estratégias utilizadas pelos alunos para resolução das atividades geométricas dos quadriláteros, foram aplicados em conformidade parcial com as atividades. Como embasamento teórico, utilizou-se a Teoria de desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico e de aprendizagem geométrica do casal Holandês, Van-Hiele. A investigação foi realizada de forma empírica com alunos de escola privada, pertencentes à região metropolitana da cidade do Recife, na faixa etária entre 9 e 11 anos. Neste texto apresento o resultado da aplicação do pré e pós-teste, ou seja, o mesmo questionário aplicado no início e final da pesquisa (no caso do pós-teste, ocorreu depois da intervenção do uso do Software Régua e Compasso). Com tudo foi identificado o nível de conhecimento geométrico em que os alunos se encontravam e como estavam ao final da pesquisa. Como resultado, foi possível identificar que os alunos estavam bem abaixo do que representa o nível 1 de Van Hiele. Com aplicação da sequência didática foi oportuno levar os sujeitos a desenvolver estratégias para construção dos quadriláteros. Identificando no pós-teste que os sujeitos avançaram. Ficando evidente que existem subcategorias antes ao modelo de Van-Hiele num processo de reconhecimento e de transição para o nível de análise, o que nos faz inferir que possam existir subcategorias desse processo de desenvolvimento de aprendizagem.

Palavras-chave: Níveis de Aprendizagem, Quadriláteros, Software.

Introdução

Esta pesquisa surgiu da experiência que tive como professor do ensino fundamental, de alunos da educação infantil ao ensino médio de escolas públicas e privadas do estado de Pernambuco.

Para a realização desta pesquisa, foi elencado como problema central e norteador identificar em que medida a utilização do software Régua e Compasso utilizado por meio de uma sequência didática poderia vir a contribuir para que o aluno do 6º ano do Ensino Fundamental avançasse nos níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele.

Dessa forma, a dissertação, texto final da pesquisa teve como objetivo geral verificar a influência do software “Régua e Compasso” na construção do conceito de quadriláteros.

Apresentando assim como objetivo específico identificar os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele em que se encontravam os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental envolvidos na pesquisa.

A pesquisa foi desenvolvida e embasa pela teoria de Desenvolvimento dos Níveis de Pensamento Geométrico de Van-Hiele. Dividida em cinco fases como mostro a seguir.

A pesquisa desenvolvida por eles se baseou na observação de seus alunos resolvendo tarefas de Geometria. Em 1957, Pierre Van Hiele apresentou o artigo: “**O Pensamento da criança e a Geometria**” em um congresso de Educação Matemática na França. De acordo com Guimarães, esse artigo atraiu a atenção de pesquisadores soviéticos e americanos, foi quando a teoria se tornou conhecida universalmente.

Van Hiele define cinco níveis em que o aluno passa para desenvolver o pensamento geométrico e, para isso, cada um dos níveis tem uma estrutura.

O nível 1, conhecido com Nível de reconhecimento, se caracteriza por

O estudante opera em figuras geométricas, tais como triângulos e linhas paralelas através da identificação e atribuição de nomes e compará-los de acordo com sua aparência. A percepção é apenas visual. Um aluno que possui um raciocínio no nível 1 reconhece certas formas diferenciadas sem prestar atenção às suas partes componentes. Por exemplo, pode ser um retângulo reconhecido, porque parece "como uma porta" e não porque tem quatro lados retos e quatro ângulos retos como não há nenhuma apreciação dessas propriedades. Forma é importante e figuras podem ser identificadas pelo nome¹. (VAN HIELE, 1986 p.33)

Neste nível, o aluno reconhece as figuras pelo formato, pela aparência não realizando nenhuma correlação com conceitos ou propriedades. No entanto é possível que ele relacione as figuras a objetos do cotidiano, como a porta da sua casa, a janela ou uma mesa.

Nessa fase, o aluno não realiza comparações com as figuras que estão fora da posição prototípica, ou seja, se um retângulo está com seu maior lado para baixo, isso poderá não ser interpretado como uma representação da porta e sim de uma mesa. O que ocorre é que as crianças não fazem a correlação das figuras em virtude de suas posições, mas sim em função da sua comum representação, desta forma as propriedades também não são percebidas.

No nível 2 o aluno realiza uma análise das figuras geométricas, nessa fase ele passa a perceber a relação entre sistema figural e suas propriedades. Van Hiele menciona que:

O estudante descobre propriedades/regras de uma classe de formas empiricamente, tais como dobramento, medição, analisa figuras em termos de seus componentes e relacionamentos entre os componentes. A este nível, os componentes e seus atributos são usados para descrever e caracterizar as figuras. Por exemplo, um estudante que está raciocinando analiticamente diria que um quadrado tem quatro lados iguais "e" quatro cantos "quadrados". O mesmo estudante, no entanto, não pode acreditar que uma figura pode pertencer a diversas classes gerais e tem vários nomes, por exemplo, o aluno não pode aceitar que um retângulo é um paralelogramo. A figura a este nível se apresenta como uma totalidade de suas propriedades. Um estudante

¹ The student operates on geometric figures, such as triangles, and parallel lines by identifying, naming and comparing them according to their appearance. Perception is visual only. A student who is reasoning at level 1 recognises certain shapes wholistically without paying attention to their component parts. For example, a rectangle may be recognised because it looks "like a door" and not because it has four straight sides and four right angles as there is no appreciation of these properties. Shape is important and figures can be identified by name (VAN HIELE, 1986 p.33).

pode ser capaz de afirmar uma definição, mas não terá entendimento². (VAN HIELE, 1986 p.33)

Nesse nível o aluno já passou pelo nível de reconhecimento das figuras geométricas, passando agora a comparar e analisar as figuras por meio das propriedades.

Nesse nível o aluno é capaz de distinguir suas propriedades, medidas e ângulos, porém ainda pode se deparar com a não aceitação de nomes diferentes para figuras iguais, ou seja, que todo quadrado é um retângulo, que todo retângulo é um paralelogramo.

O nível 3, o da ordenação das propriedades geométricas envolvidas no processo de construção da representação geométrica, Van Hiele discute que neste nível:

O estudante opera realizando as relações entre a representação figural com o que há dentro de uma figura e entre figuras relacionadas. Existem dois tipos de pensamento neste nível. Em primeiro lugar o aluno compreende as relações abstratas entre figuras, por exemplo, verifica as relações entre um retângulo e um paralelogramo, em segundo lugar o estudante pode usar dedução para justificar observações feitas no nível 2. O papel da definição das propriedades e da capacidade de construir provas formais não são compreendidas, embora nesse nível não é uma compreensão da essência da geometria³. (VAN HIELE, 1986 p.34)

Nesse nível, o aluno consegue fazer as correlações entre propriedades e distinguir o que difere nas figuras que possuem denominações diferentes com propriedades semelhantes. O aluno que está nesse nível consegue perceber as relações entre as figuras, fazendo assim a distinção entre as figuras.

Dessa forma, o aluno consegue apresentar justificativas para o processo de desenvolvimento do raciocínio geométrico que está usando para realizar a resolução de um problema.

O nível 4, que trata da dedução formal, desenvolve outro olhar, nesse nível o aluno compreende as propriedades, combinando as aparências das figuras e relacionando-as para poder realizar as operações comprobatórias de suas propriedades. Van Hiele menciona que nesse nível:

O estudante prova teoremas deduzindo e estabelecendo inter-relações entre redes de teoremas. O aluno pode manipular as relações desenvolvidas no nível 3. A necessidade de justificar os relacionamentos é compreendido e usado definições suficientes que podem ser desenvolvido. O raciocínio neste nível inclui o estudo da geometria como uma forma de sistema matemático ao invés de uma coleção de formas⁴. (VAN HIELE, 1986 p.34)

Os alunos nessa fase conseguem construir provas geométricas e realizá-las matematicamente, com resoluções figurais e demonstrativas a partir das construções geométricas, assim como de

² The student discovers properties/rules of a class of shapes empirically, such as folding, measuring, analysing figures in terms of their components and relationships among components. At this level component parts and their attributes are used to describe and characterise figures. For example, a student who is reasoning analytically would say that a square has four “equal” sides and four “square” corners. The same student, however, might not believe that a figure can belong to several general classes and have several names, eg, the student may not accept that a rectangle is a parallelogram. A figure at this level presents as a totality of its properties. A student may be able to state a definition but will not have understanding.

³ The student operates with these relationships both within a figure and between related figures. There are two general types of thinking at this level. Firstly a student understands abstract relationships among figures, eg, the relationship between a rectangle and parallelogram and secondly a student can use deduction to justify observations made at level 2. The role of the definition and the ability to construct formal proofs are not understood at this level though there is a comprehension of the essence of geometry. (VAN HIELE, 1986 p.34)

⁴ The student proves theorems deductively and establishes interrelationships among networks of theorems. The student can manipulate the relationships developed at level 3. The need to justify relationships is understood and sufficient definitions can be developed. Reasoning at this level includes the study of geometry as a formal mathematical system rather than a collection of shapes. (VAN HIELE, 1986 p.34)

suas propriedades. Além disso, o aluno também consegue compreender o papel dos axiomas que estão presente dentre as propriedades e definições da geometria.

No nível 5, nível de rigor, a abstração está presente ao extremo, o aluno já domina as propriedades, realiza análise e desenvolve a construção conceitual. Van Hiele menciona que:

O aluno estabelece teoremas em diferentes sistemas de postulados e análises e compara estes sistemas. O estudo da geometria no nível 5 é altamente abstrato e não envolve necessariamente modelos concretos ou pictóricos. A este nível, os postulados ou axiomas tornam-se objeto de intenso escrutínio rigoroso. A abstração é primordial⁵. (VAN HIELE, 1986 p.35)

Nessa fase, o aluno realiza a demonstração das propriedades geométricas entendendo e comparando as propriedades com rigor, ou seja, realizam de forma conceitual as propriedades das figuras geométricas em jogo.

Os alunos neste nível entendem os aspectos formais da dedução geométrica e matemática, pois relacionam constantemente para poder obter o melhor resultado do processo de construção, o aluno ainda consegue realizar a comparação dentre sistemas matemáticos e geométricos complexos além de compreender aspectos da geometria não-Euclidiana.

QUADRO 1: Níveis de Compreensão do Modelo de Van-Hiele. **Fonte:** Nasser, 2010 p.7.

NÍVEIS DE COMPREENSÃO	CARACTERÍSTICAS
NÍVEL 1 - Visualização ou Reconhecimento	- Reconhece visualmente uma figura geométrica; - Tem condições de aprender o vocabulário geométrico; - Não reconhece ainda as propriedades de identificação de uma determinada figura;
NÍVEL 2 – Análise	- Identifica as propriedades de uma determinada figura; - Não faz inclusão de classes;
NÍVEL 3 - Dedução Informal ou Ordenação	- Já é capaz de fazer a inclusão de classes; - Acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra.
NÍVEL 4 - Dedução Formal	- É capaz de fazer provas formais; - Raciocina num contexto de um sistema matemático completo.
NÍVEL 5 – Rigor	- É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas; - É neste nível que as geometrias não euclidianas são compreendidas.

Nasser (2010), ao abordar cada um dos níveis, aponta para características peculiares de cada uma das fases que o modelo de Van Hiele possui, deixando claro que em cada um desses níveis “os alunos precisam estar presentes em um nível de maturação, ou seja, cognitivamente bem desenvolvidos, isso apresentando conhecimentos humanos, sociais e categoriais para que possa existir uma compreensão do que cada uma dessas fases necessita do estudante” (p.9).

Câmara dos Santos (2008 p. 11) relata que no primeiro nível os alunos compreendem as figuras mediante a sua forma e, para este tipo de compreensão, chama-o de “pragmático, em que a resposta do aluno faz referência apenas a sua aparência”.

No segundo nível as figuras passam a ser reconhecidas também pelas suas propriedades. Câmara dos Santos (2008 p.11) chama a este momento de reconhecimento como “categoria”, quer dizer que devido à junção das propriedades e da representação gráfica; no caso de “aplicação onde é privilegiada a definição usual da figura”, assim, percebe-se que a definição usual trata das interpretações gerais.

⁵ The student establishes theorems in different postulation systems and analyses and compares these systems. The study of geometry at level 5 is highly abstract and does not necessarily involve concrete or pictorial models. At this level the postulates or axioms themselves become the object of intense rigorous scrutiny. Abstraction is paramount. (VAN HIELE, 1986 p.35)

O terceiro nível, chamado de nível da ordenação lógica, leva em consideração as propriedades das figuras. Neste nível o aluno consegue ordenar as propriedades. Por exemplo, a partir da propriedade que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo vale 180° , ele consegue compreender que a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero vale 360° .

No quarto nível, a geometria é entendida como um sistema dedutivo, de dedução lógica, nesse nível o aluno consegue compreender a ideia de demonstração. Passando assim a compreender as transformações.

No quinto nível, o de rigor, o estudante deve considerar que esta fase se trata do momento de utilização dos sistemas axiomáticos da geometria, é nesta fase em que o estudante utiliza as propriedades geométricas no sentido de desenvolver cada uma dessas em função da resolução do problema em questão.

Nasser (2010 p.7) menciona que, para o aluno, o “progresso nos níveis depende mais da aprendizagem do que da idade ou maturação. Cabe ao professor selecionar as atividades para que ele avance para o nível seguinte”.

Segundo Van Hiele, para ocorrer aprendizagem é necessário a existência de relação constante entre a linguagem da geometria e a linguagem própria do dia a dia, para que possa haver compreensão por parte dos alunos.

Nasser (2011) apresenta as principais características do modelo de Van Hiele que são de fundamental importância para a o aprendizado da geometria:

QUADRO 2: Principais características e descrição do modelo de Van Hiele.

CARACTERÍSTICA	DESCRIÇÃO
Hierárquica	Os níveis obedecem a uma hierarquia, isto é, para atingir certo nível é necessário passar antes por todos os níveis inferiores. Por exemplo, o aluno só consegue perceber a inclusão de classes de quadriláteros (nível de abstração) se distinguirem as propriedades de cada uma dessas classes (nível de análise).
Linguística	Cada nível tem uma linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações próprios. Por exemplo, não adianta falar em propriedade com os alunos que ainda estão no nível de reconhecimento, pois eles não conhecem ainda esse significado da palavra.
Conhecimentos intrínsecos	Em cada nível, o aluno tem conhecimentos que estão intrínsecos e eles não conseguem explicar. No nível seguinte é que esses conhecimentos serão explicados. Por exemplo, o aluno no nível de reconhecimento é capaz de reconhecer um quadrado, sem conseguir explicar porque aquela figura é um quadrado. Só quando atingir o nível de análise é que será capaz de explicar, através da exploração dos componentes do quadrado e de suas propriedades.
Nivelamento	Não há entendimento entre duas pessoas que raciocinam em níveis diferentes, ou se a instrução é dado num nível mais avançado que o atingido pelo aluno. Por exemplo: Não adianta o professor pedir a um aluno que está relacionando no nível de análise para fazer deduções, pois neste nível ele não denomina ainda o processo dedutivo.
Avanço	O progresso entre os níveis depende da instrução oferecida, isto é, o aluno só progride para o nível seguinte depois de passar por atividades específicas, que o preparem para esse avanço.

Fonte: Nasser, 2010 p. 79.

Para que estas características sejam desenvolvidas, Van Hiele relata que o estudante tem que passar por cinco fases de aprendizagem, que se correlacionam com os seus respectivos níveis de sua teoria.

QUADRO 3: Fases de Aprendizagem do modelo de van Hiele.

FASES DE APRENDIZAGEM	CARACTERÍSTICAS
FASE 1 - Questionamento ou Informação	- Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo; - Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido; - O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.
FASE 2 - Orientação Direta	- Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor;

	- As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.
FASE 3 – Explicitação	- O papel do professor é o de observador; - Os alunos trocam experiências, os pontos de vista diferentes e contribuirão para cada um analisar suas ideias.
FASE 4 - Orientação Livre	- Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.
FASE 5 – Integração	- O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes ideias.

Fonte: Nasser, 2010, p.7.

Segundo Crowley *apud* Guimarães (2006) Van Hiele enfatiza também algumas propriedades que podem orientar o trabalho do professor para que possa ser mais bem conduzido o aluno na perspectiva de acontecer à evolução.

QUADRO 4: Propriedades orientadoras do Modelo de Van Hiele

PROPRIEDADE	CARACTERÍSTICAS
Sequencial	O aluno deve passar pelos níveis seguindo a sequência. Para mudar de um nível para outro, o aluno deve ter assimilado as estratégias dos níveis precedentes.
Avanço	Os Van Hiele afirmam que o progresso do aluno dependerá mais do conteúdo e dos métodos de ensino do que da idade, e que não se pode pular nenhum nível, apenas acelerar o avanço de acordo com o método de ensino empregado. Conforme o modelo proposto pelos Van Hiele, a simples memorização de fórmulas ou relações não garante que ocorra a compreensão.
Intrínseco e Extrínseco	Conceitos geométricos implícitos em um nível tornam-se explícitos em um nível superior.
Linguística	Haveria uma simbologia e uma linguagem própria para cada nível. Pierre Van-Hiele diz que cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos.
Combinação Inadequada	Aluno, curso e nível devem estar atrelados para que realmente haja aprendizado por parte do aluno; caso contrário, a aprendizagem não aconteceria. O nível em que se encontra o aluno e as linguagens próprias para esse nível deve ser levado em consideração pelo professor para que as combinações desses fatores proporcionem condições de levar os alunos para um nível imediatamente superior.

Fonte: Guimarães, 2006 p. 12-13.

Desta forma percebe-se que não é uma sequência fácil de ser desenvolvida uma vez que, o próprio casal ao pesquisar levou uma média de 50 encontros com a turma de alunos para poder perceber e constatar a mudança de nível, ou seja, não existe um tempo mensurado.

Grothmann (2014 p.1) ainda menciona que a escola que existe hoje inevitavelmente terá que utilizar a tecnologia e, mais especificamente, softwares. O autor afirma que:

É claro que o software nas escolas é inevitável e necessário. É também claro que ele tem os seus problemas. A maioria deles está relacionada ao hardware disponível e também ao software existente. Esses problemas podem ser resolvidos em um futuro muito próximo, pelos avanços tecnológicos. Mas outros problemas dizem respeito a currículos e ao próprio sistema escolar. Os testes são uma parte integrante do mesmo. Cinicamente, podemos dizer que a única competência que nossas crianças aprendem é responder a perguntas bem preparadas do teste sob pressão de tempo. O aprendizado autoguiado em equipe orientado para pesquisa tendo o computador como principal ferramenta não tem lugar neste sistema. (GROTHMANN, 2014 p.1)⁶

As características mais marcantes do Software Régua e Compasso que o diferenciam dos demais softwares de geometria dinâmica, e apontado por Grothmann, são:

⁶ It is clear that software in schools is inevitable and necessary. It is also clear that it has its problems. Most of them are related to available hardware and also to the existing software. These problems might be resolved in a very near future by technological advances. But other problems concern the curricula and and the school system itself. Tests are a central part of it. Cynically, we can say that the only competence our kids learn is to answer well prepared test questions under time pressure. A self guided, research driven team learning with the computer as the main tool has no place in this system.

- Geração automática de pontos e interseções por clique do usuário; - Rastros automáticos, gerados pelo movimento de um ponto ao longo de um objeto; - Curvas polares automáticas pertencentes a um conjunto de linhas; - Pontos computados dependentes de fórmulas; - Gráficos exportados com visualização dependendo da resolução e do tamanho da imagem; - Transparência e outras características do objeto, dependendo das fórmulas computadas; - Geração e apresentação de problemas de construção geométrica; - Macro geração avançada com fórmulas e verificações de dependência; - Geometria elíptica com o modelo de Poincaré implementado com macros; - Exportação automática de construção em páginas da web (GROTHMANN, 2014 p.2)⁷.

Ao realizar as construções geométricas no software, torna-se possível compreender porque se torna um software amigável e implantado em muitas cidades do Brasil, para ser utilizado nas aulas de geometria.

O estudo da geometria está ligado a diversas áreas de conhecimento, é possível perceber que a geometria está em tudo. Lima e Pitombeira (2010 p. 137) mencionam que:

Como todo saber humano, ele nasce e se desenvolve em um processo de interação com o contexto social. Hoje sabemos que as grandes civilizações antigas – chinesa, hindu, mesopotâmica, egípcia – possuíam muitas informações de natureza geométrica. E as aplicavam! Sabiam construir figuras planas e espaciais, conheciam relações entre as grandezas geométricas, calculavam comprimentos, áreas e volumes. (LIMA e PITOMBEIRA, 2010 p. 137).

Nesse contexto percebe-se como era conduzido o ensino, levando os estudantes a construir os conceitos, a perceber a sua importância, a sua aplicação, suas correlações com outras áreas de conhecimento.

Lima e Pitombeira (2010 p. 140) chama atenção para as formas de condução do professor com os alunos com o concreto e o abstrato:

Professor, ao iniciar o estudo da geometria com seus alunos, procure valorizar a movimentação corporal, além de possibilitar o manuseio e a visualização de objetos do mundo físico. São também importantes as atividades que envolvam as representações gráficas – desenhos e imagens – desses objetos. (LIMA e PITOMBEIRA, 2010 p. 140).

No processo de captação das informações pelo aluno, para que possa realizar uma interpretação em acordo com o mundo, permite enxergar diversas relações e correlações do mundo com as visões humanas. Dessa forma, a construção de mapas mentais por parte dos alunos, os conduzirá a um universo de construção do abstrato, só que agora com compreensão.

Nessa perspectiva, os autores mencionam que “A segunda capacidade é a de **tornar visíveis** nossas ideias e imagens mentais, por meio de objetos físicos ou de representações gráficas”.

Metodológico

Os procedimentos metodológicos desenvolvidos para realização da pesquisa, bem como sua qualificação quanto ao tipo, a forma de abordagem e o campo da sua aplicabilidade, o objetivo, as ferramentas e estratégias utilizadas para captar e desenvolver a estrutura dos dados encontrados.

Essa pesquisa foi desenvolvida com uma turma de alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pertencente à rede privada da Cidade do Recife, no estado de Pernambuco.

⁷ - automatic generation of points and intersections by user click, - automatic tracks, generated by a point moving along an object, - automatic polar curves belonging to a set of lines, - computed points depending on formulas, - graphics export with preview depending on resolution and image size, - transparency and other object features depending on computed formulas, - generation and presentation of geometric construction problems, - advanced macro generation with formulas and dependency checks, - elliptic geometry with the Poincare model implemented with macros, - automatic export of construction on web pages.

A coleta de dados foi realizada em três fases: o pré-teste, a aplicação da sequência de atividades (sequência didática) e o pós-teste.

O pré e o pós-teste foram resolvidos individualmente, ou seja, por um aluno. A sequência de atividades, ou sequência didática, foi trabalhada em duplas de alunos, permitindo a interação entre eles e a consequente verbalização das discussões, porém com registros pelo software que filma a área de trabalho do computador.

A sequência de atividades, ou sequência didática foi apresentada aos alunos por meio de fichas de atividades impressas, para que pudessem se familiarizar e realizar a resolução geométrica das questões utilizando o software.

Após a resolução e a finalização de cada atividade, foi realizado o recolhimento das fichas utilizadas pelos alunos.

Os instrumentos de coleta de dados que utilizamos foram: 1) um pré-teste, composto de 5 atividades abertas para que o aluno pudesse realizar a construção dos quadriláteros de forma manual utilizando apenas lápis, borracha e/ou instrumentos como régua, compasso, transferidor; além disso, uma das questões, a 2ª, solicitava que o aluno trabalhasse agrupando, classificando as famílias dos quadriláteros. 2) uma sequência didática composta de oito atividades para realizar a construção dos quadriláteros no software; 3) O Software régua e compasso, objeto dessa pesquisa para mediar a construção dos quadriláteros; 4) O Software Atube Catcher para poder filmar a interface gráfica do software enquanto é utilizado o outro software (régua e compasso) para construção dos quadriláteros; 5) um pós-teste (mesma sequência didática aplicada no pré-teste) composta de cinco questões.

Para realizar a análise dos dados, foram levados em consideração alguns construtos teóricos que permitiram tornar mais confiáveis os resultados de análise da pesquisa encontrados.

Resultados e discussão

No pré-teste o objetivo principal foi de identificar em que níveis de conhecimento geométrico eles se encontram.

Para realizar a previsão das possíveis estratégias que os alunos poderiam utilizar no processo de resolução do teste e das respectivas sequências didáticas A, B e C foi pontuado como poderia ser desenvolvido o pensamento deles no momento de resolução dos problemas.

O teste foi composto de cinco questões relativas a quadriláteros. Ele foi aplicado sem o uso do software e teve como objetivo identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, segundo o modelo de Van-Hiele.

A questão a seguir teve por objetivo identificar que elementos o aluno considera para diferenciar um retângulo de um quadrilátero não retângulo.

Q01) Você desenhou um retângulo. Seu colega desenhou uma figura de quatro lados que não é um retângulo. Nos espaços abaixo, desenhe como poderia ser a sua figura e a figura de seu colega:

SUA FIGURA:	FIGURA DE SEU COLEGA:

Justifique por quê?

Sua figura é um retângulo:	A de seu colega não é um retângulo:

O objetivo dessa atividade foi identificar que elementos o aluno considera para diferenciar um retângulo de um quadrilátero não retângulo. O enunciado foi “Você desenhou um retângulo. Seu colega desenhou uma figura de quatro lados que não é um retângulo. Nos espaços abaixo, desenhe como poderia ser a sua figura e a figura de seu colega”.

Outro fator interessante nos resultados da pesquisa, são os argumentos deixado pelos alunos no pré-teste sobre suas construções, identificando a existência de conhecimentos geométricos relacionado ao nível de visualização do modelo de Van-Hiele, demonstrando uma breve passagem para o nível de análise, mas ainda muito prévio, observa-se:

“... porque possui 2 lados iguais e dois diferentes, são todos os lados com a mesma medida. É um quadrado”. (S13)

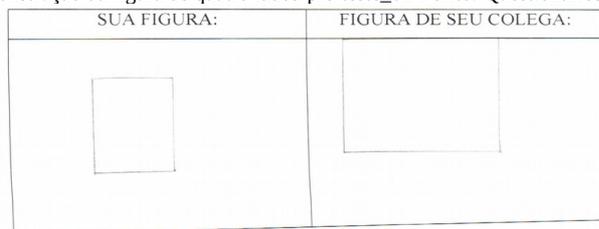
“A figura do meu colega é um quadrado, pois tem 4 lados e todo são iguais”. (S16, S19)

“Uma das figuras comuns de quatro lados é o quadrado. Mas podendo ser também o losango etc”. (S20)

No discurso do sujeito **S13**, observa-se que não existe conhecimento das propriedades geométricas, porém percebe-se a existência e uma parcial compreensão da representação geométrica da figura em jogo.

Em alguns dos casos é possível perceber que os alunos recorreram à construção do retângulo ou do quadrado utilizando a régua para poder construir milimetricamente as dimensões da figura, demonstrando uma preocupação com as unidades de medidas e projetivas.

Figura 1: Construção da figura de quatro lados-pré-teste_02 **Fonte:** Questionários aplicados, S04.



No protocolo anterior, observa-se que o aluno além de externos conhecimentos de construção e representação da figura, sinalizando ao final seus vértices e arestas. A argumentação do aluno em relação à construção do retângulo e do quadrado apresenta o seguinte diálogo, norteando ao nível de aprendizagem do modelo de Van-Hiele, mencionando que:

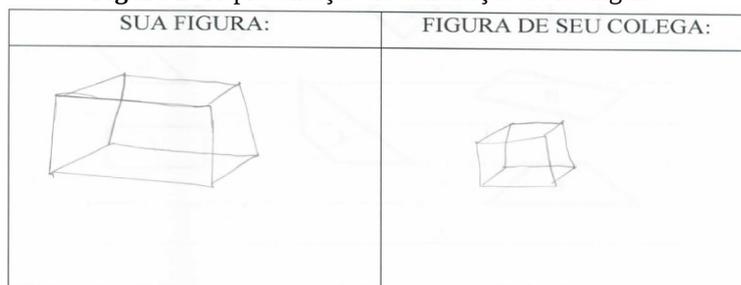
(Para o retângulo) “Sim. Pois tem dois lados iguais e mais dois de tamanho diferente dos outros”. (S04)

(Para o quadrado) “É um quadrado, pois tem todos os lados iguais”. (S04)

Por esses argumentos, não foi possível afirmar que existe domínio das propriedades, no entanto, percebe-se uma inferência de que o nível de aprendizagem se aproxima em aprender, compreender, é algo em torno do processo de transição cognitiva, de construção reflexiva, metacognitiva.

Foi possível perceber ainda que os sujeitos da pesquisa realiza a construção do quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, cubo, triangulo, mas todos de forma visual, sem a utilização de suas respectivas propriedades, sem fidelidade a representação visual, inferindo dessa forma, que esses estudantes se encontram em um nível bem abaixo do primeiro nível de Van-Hiele, observa-se:

Figura 2: Representação da construção do retângulo.



Fonte: Questionários aplicados, S18.

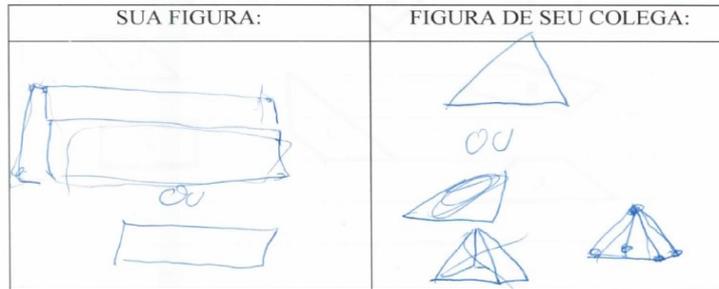
Ao observar que a construção realizada pelo S18, houve a construção do retângulo, no entanto esse aluno demonstra que existem outras formas de representar a figura do retângulo e quadrado, ou seja, por meio da projeção da figura, confeccionando o cubo e o paralelogramo.

Outra construção encontrada nos protocolos, o do S23 foram construções como a do paralelepípedo, retângulo, triângulo e a tentativa de representação de uma pirâmide de base quadrada. Deixando a seguinte dúvida, em qual nível de conhecimento geométrico dos quadriláteros esse sujeito se encontra?

Figura 3: Representação da construção do retângulo.

Sujeito: S23

Q01) Você desenhou um retângulo. Seu colega desenhou uma figura de quatro lados que não é um retângulo. Nos espaços abaixo, desenhe como poderia ser a sua figura e a figura de seu colega:



Fonte: Questionários aplicados, S23.

Em sua justificativa do S23, observa-se o seguinte argumento:

Figura 4: Justificativa do S23.

Sua figura é um retângulo:	A de seu colega não é um retângulo:
<p>Retângulo - 4 lados 10 vértices e 13 arestas e 2 qua- driláteros</p>	<p>triângulo - 4 lados 5 vértices e 7 arestas</p>

Fonte: Questionários aplicados, S23.

Isso nos leva a perceber que esse aluno pode estar num processo de construção da identidade visual das figuras geométricas, pois nesse processo de construção, o argumento demonstra que não a distinção das figuras por meio da sua representação, não mobilizando as propriedades geométricas mais básicas para identificar ou classificar a figura.

Tabela 1: Respostas para a própria figura

Categorias	Pré-teste	Pós-teste
	(%)	(%)
Retângulo na posição prototípica	75%	89%
Retângulo fora da posição prototípica	25%	0%
Quadrado na posição prototípica	0%	11%
Total	100%	100%

Fonte: dados do autor

Tabela 2: Respostas para a figura do colega

Categorias	Pré-teste	Pós-teste
	(%)	(%)
Losango na posição prototípica	0%	11%
Quadrado na posição prototípica	100%	89%
Total	100%	100%

Fonte: dados do autor

No pré-teste, todos os alunos desenharam um retângulo como sendo a própria figura, sendo que três quartos deles o desenharam em posição prototípica. Já no pós-teste, 11% dos sujeitos desenharam um quadrado como sendo seu retângulo. Pela natureza do instrumento utilizado, não é possível identificar se eles passam a considerar o quadrado como sendo um retângulo, ou se apenas desenharam a figura que lhes é mais familiar, o quadrado.

Entretanto, no pré-teste, todos os alunos desenharam um quadrado para a figura de seu colega, que deveria ser uma figura de quatro lados que não fosse um retângulo. Isso parece indicar não somente a atração (relação) que eles sentem pelo quadrado, figura bastante familiar, mas também, que eles não conseguem reconhecer o quadrado como sendo um retângulo, indicando que esses sujeitos se situam no nível inicial (fase) de pensamento geométrico de Van-Hiele.

Já no pós-teste, encontramos 11% dos sujeitos que associaram o losango a uma figura de quatro lados que não fosse um retângulo, o que talvez possa indicar um tímido avanço no reconhecimento de elementos constitutivos dos quadriláteros.

Considerações finais

Este artigo buscou demonstrar um pouco do que a pesquisa de mestrado construiu de e encontrou de resultados para poder vir a contribuir um pouco mais para a sociedade pesquisadora e interessada na evolução social. A investigação ocorreu sob a luz da teoria de desenvolvimento dos Níveis de pensamento geométrico de Van Hiele desenvolvido pelo casal holandês Pierre Mari Van Hiele e Dina Geldof Van Hiele.

A base teórica utilizada versa sobre Van-Hiele-Geldof (1957), Van-Hiele (1957), Crowley (1994), Câmara dos Santos (2001), Grothmann (2014), Nasser (2011), dentre outros teóricos.

A aplicação dessa pesquisa teve como objetivo verificar de desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele em alunos do 6º ano do Ensino Fundamental se encontravam no início da pesquisa e posteriormente a intervenção como estavam.

Os resultados mostram que os alunos pouco avançaram no desenvolvimento do pensamento geométrico. De maneira geral, não foi possível identificar alunos que tenham avançado para o segundo nível do modelo de Van-Hiele. Outro aspecto identificado e que necessita de estudos mais aprofundados, é que os sujeitos, no início do trabalho, parecem se situar em um nível anterior ao nível da visualização, primeiro nível da teoria de Van-Hiele, não conseguindo nem mesmo reconhecer visualmente figuras geométricas planas familiares.

Além disso, embora não tenha sido possível identificar alunos que avançaram para o segundo nível, percebeu que alguns deles demonstraram certo avanço no pensamento geométrico, mesmo trabalhando em um mesmo nível. Isso nos leva a questionar em que medida poderia haver subníveis dentro do modelo de Van-Hiele.

Referências

CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. **Evoluindo nos níveis de pensamento Geométrico de Van Hiele:** utilizando o cabri-Géomètre na aprendizagem de quadriláteros. Universidade Federal de Pernambuco-UFPE: 2008.

CÂMARA DOS SANTOS, M. **Effets de l'utilisation du logiciel Cabri-Géomètre dans le développement Effets de l'utilisation du logiciel Cabri-Géomètre dans le developpement de la pensée géométrique.** Anais do Congres International Cabri Géomètre, Montreal, QC, Canadá, 2001.

CROWLEY, Mary M. **O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do Pensamento Geométrico.** Dalhousie University, Halifax, Nova Escócia. In: LINDQUIST, Mary M; SHULTE, Alberto P. (Org.) **Aprendendo e ensinando Geometria.** Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

GROTHMANN, René. **Compass and Ruler – C.a.R. – Geometry Software.** Eichstätt, Alemanha, 30 de dezembro de 2014. (Resposta). Disponível em: < <http://observations.rene-grothmann.de/compass-and-ruler-c-a-r-geometry-software/#respond> >

GROTHMANN, René. **Computadores nas Escolas: Passado, Presente e Futuro.** Universidade de Eichstätt, Alemanha. 2011. Disponível em: < http://www.ku.de/uploads/media/Computers_in_Schools_-_Past_Present_and_Future.pdf >

GUIMARÃES, Rosangela de Resende. **Um estudo do pensamento geométrico de professores das séries iniciais do ensino fundamental segundo o modelo de Van Hiele.** In: Monografia. Universidade Federal de Minas Gerais-UFMG: 2006.

LIMA, Paulo Figueiredo; PITOMBEIRA, João Bosco P. Fernandes de Carvalho. **Geometria.** In: Ministério da Educação. Matemática: Ensino Fundamental. Brasília, 2010.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele.** 2ªed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

NASSER, L.; TINOCO, L. **Curso básico de geometria - enfoque didático.** 1ªed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011.

VAN-HIELE, Pierre Marie. **De Problematiek van het inzicht.** Gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leerstof. (Doctorate). University Utrecht, 1957.

VAN-HIELE GELDOLF, Dina. **The didactics of geometry inthe lowest class of secondary school.** (Doctorate). University Utrecht, 1957.

VAN-HIELE, P. M. **Structure and Insight.** Academic Press Orlando, FL, USA, 1986.