DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÃO-PROBLEMA DE COMBINATÓRIA

Isabela Fernanda Melo de Moura (1); Elisângela Bastos de Mélo Espíndola (2)

(1)Universidade de Pernambuco, fernandabuba@gmail.com, (2) Universidade Federal Rural de Pernambuco, ebmespindola@gmail.com

Resumo

O presente artigo é fruto de um trabalho de conclusão de curso da Licenciatura em Matemática do Campus Nazaré da Mata da Universidade de Pernambuco. Trata-se de um recorte de um estudo sobre as dificuldades de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações-problema do campo conceitual multiplicativo. O objetivo deste é analisar as dificuldades dos alunos no 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações-problema de combinatória referentes ao cálculo relacional e ao cálculo numérico. O trabalho está baseado na Teoria dos Campos Conceituais; em particular, no que concerne ao campo conceitual multiplicativo, a categorização das situações-problema de relação terciária, no eixo produto de medidas, na classe combinatória. Participaram deste estudo 150 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual da cidade de Recife-PE. No momento da aplicação da sondagem, foi solicitado que os alunos respondessem a situação-problema individualmente e não foi dito que operação eles deveriam utilizar para resolvê-la. A análise de dados foi organizada de modo a levantar, os índices de erros e acertos relativos ao cálculo relacional referente à escolha da operação apropriada para a resolução da situação- problema e ao cálculo numérico referente ao algoritmo propriamente dito da operação. Assim como reconhecer as dificuldades dos alunos mais evidentes na resolução da situação-problema proposta. Os resultados indicam que apenas 17% dos alunos respondeu corretamente a situação-problema de combinatória, com acerto no cálculo relacional e no cálculo numérico, utilizando a operação de divisão. Cerca de 15% dos alunos deixou a mesma em branco. A maioria dos alunos respondeu a situação-problema usando as operações de adição ou de subtração, com erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais, Combinatória, Ensino Fundamental, Cálculo Relacional, Cálculo Numérico.

Introdução

Documentos de orientações curriculares oficiais, a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e dos Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), têm sublinhado a importância da apresentação aos alunos nos primeiros anos do Ensino Fundamental de diferentes tipos de situações-problema, dentre outras, referentes ao campo conceitual multiplicativo (ideia de multiplicação comparativa, a noção de proporcionalidade, a contagem de configurações retangulares, a combinação de elementos de diferentes maneiras, partição, busca do número de cotas).

Desta forma, questionamos o nível de aprendizagem dos alunos referentes a estes tipos de situações-problema quando se encontram no 6º ano do Ensino Fundamental. Particularmente, neste artigo tratamos sobre quais as dificuldades dos alunos no 6º ano do EF quanto à resolução de situações-problema de combinatória, buscando levar em conta os procedimentos de cálculo relacional, voltado para os procedimentos anteriores ao cálculo propriamente dito em que o aluno busca a melhor opção para a resolução do problema a ele apresentado, a melhor operação. E, o cálculo numérico, relativo aos conhecimentos operacionais matemáticos, mais precisamente, relacionado à execução de algoritmos. (VERGNAUD, 1991).

A teoria dos campos conceituais

A teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud (1990) considera que um conceito não pode ser reduzido a sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino. Ou seja, esta teoria considera que existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações-problema. Vergnaud (1990) apresenta um conceito formado como uma trinca de conjuntos indissociáveis (*S, I, R*).

> ***S:*** conjunto de situações que dão sentido ao conceito. (referência);
> ***I:*** conjunto dos invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas (significado);
> ***R:*** conjunto das formas linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante) (VERGNAUD, 1990, p. 145).

Na teoria dos campos conceituais os processos cognitivos e as respostas do sujeito ocorrem em função das situações as quais ele é confrontado. Convém ressaltar que um conceito não assume sua significação em uma só classe de situações, e uma situação não é analisada por meio de um conceito único (VERGNAUD, 1993). São as situações que dão sentido aos conceitos matemáticos, mas o sentido não está nas situações em si mesmas. Para Moreira (2002) as situações é que são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito, um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações. Entendemos assim, que quanto mais situações-problema sejam exploradas maior possibilidade tem-se que os alunos desenvolvam a aprendizagem do conceito de modo mais compreensivo.

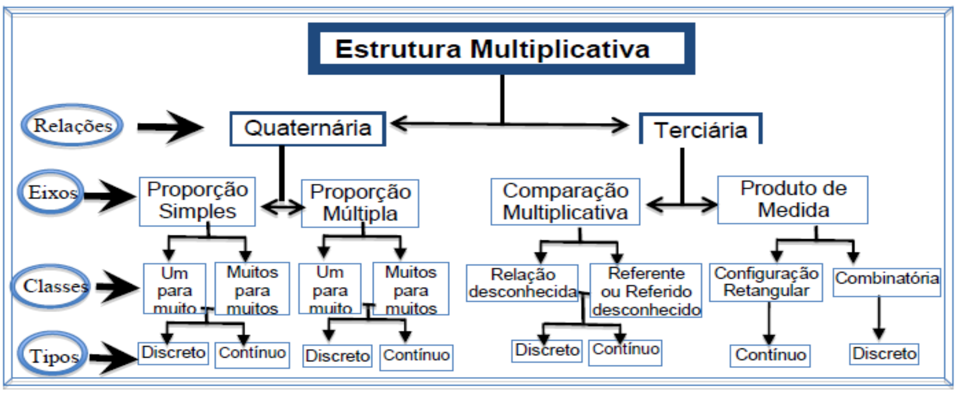
Sobre os invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação), Moreira (2002, p.12) explica que o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; “são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas”. Estes dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação.

As operações de pensamento desenvolvidas na resolução de um problema exprime outro aspecto importante da teoria dos campos conceituais: o papel da linguagem verbal e de outros modos de representação simbólica, no processo de conceitualização do real. As representações linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, segundo Vergnaud (1993, p. 19) tem uma função tríplice: “representação dos segmentos pertinentes da situação, representação da ação e, representação das relações entre a ação e a situação”. Na construção de conceitos, a possibilidade de diversas representações, condizem ao funcionamento e o desenvolvimento de propriedades e relações na aquisição de conhecimentos matemáticos que podem ser mobilizados na operacionalidade destes.

O campo das estruturas multiplicativas

Ao fazerem um levantamento sobre os problemas multiplicativos, Magina, Santos e Merlini (2014) classificaram estes como:

Figura 1- Síntese do campo conceitual multiplicativo



Fonte: Magina, Santos e Merlini (2014, p.520).

A referência a um campo conceitual, como pode ser o campo das estruturas multiplicativas (Figura 1), pode ser entendido como “um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros” (MAGINA; MERLINI; SANTANA, 2013, p. 5982).

Campo este, formado por um conjunto de situações que envolvem a divisão e a multiplicação isoladamente ou a combinação dessas operações, bem como outros conceitos matemáticos (PESSOA; FILHO, 2006).

Sobre as relações (Figura 1), elas são quaternárias quando o problema oferece três elementos e se pergunta pelo quarto; já as relações terciárias, apenas dois elementos são enunciados e se pergunta pelo terceiro. As relações quaternárias estão organizadas em dois eixos (proporção simples e proporção múltipla) que se dividem em duas classes: um para muitos e muitos para muitos. Enquanto, as relações terciárias se dividem em: comparação multiplicativa, nas classes relação desconhecida e referido desconhecido e produto de medida que tem as classes: configuração retangular e combinatória. Todas as classes podem usar quantidades do tipo discreta ou contínua, exceto a classe configuração retangular (apenas quantidade contínua) e combinatória (apenas quantidade discreta) (MAGINA; SANTOS, MERLINI, 2014).

Neste trabalho, limitamo-nos em abordar na relação terciária, o eixo produto de medidas, constituído pela classe de combinatória. A ideia presente nessa classe remete á noção do produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos ($A \cap B = \emptyset$). (MAGINA; MERLINI; SANTANA, 2013).

O cálculo relacional e o cálculo numérico

Para melhor compreendermos as noções de cálculo relacional e numérico, tecemos algumas considerações sobre estes. De acordo com Pessoa e Filho (2006, p.4) Vergnaud (1991): “defende que a ampliação da perspectiva conceitual de uma criança exige a competência para a realização do cálculo relacional que a capacita para a escolha da operação adequada ao que o problema propõe e para a realização do cálculo numérico correspondente”.

Em sua discussão Queiroz e Lins (2011) coloca que Vergnaud fornece uma teorização que nos permite analisar a natureza do erro do aluno. Ou seja, o entendimento do que o aluno pensa e faz para chegar à resposta do problema. Pois, ao buscar resolver um problema, o aluno passa por um momento de reflexão.

“Terminado este momento de reflexão que Vergnaud (1982) denominou de cálculo relacional, o aluno passa para, segundo ele, para o cálculo numérico. É neste momento em que ele se depara com os seus conhecimentos operacionais matemáticos” (QUEIROZ; LINS, 2011, p.81).

Deste modo, o cálculo relacional diz respeito ao momento de decisão em que o aluno escolhe a operação apropriada para resolvê-lo, e o cálculo numérico, à realização propriamente dita deste cálculo.

Metodologia

Para realização do presente estudo nos apoiamos em Rudio (2001) ao explicitar aspectos da pesquisa descritiva, pela qual o pesquisador tem por objetivo conhecer e interpretar determinados fenômenos ligados à realidade sem nela interferir para modificá-la.

Para efeito deste artigo, os procedimentos de coleta de dados foram os seguintes: 150 alunos de cinco turmas do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede estadual na cidade do Recife-PE respondeu a seguinte situação-problema: *Trocando os seus shorts e suas blusas, Lila pode fazer 24 looks. Lila tem 4 shorts, quantas blusas ela tem?*

No momento da aplicação da sondagem, primamos para que os alunos respondessem a situação-problema individualmente. Também priorizamos que os alunos respondessem livremente, sem indicação da operação que eles deveriam utilizar para resolvê-la.

Quanto ao processo de análise de dados procedemos à correção da resolução da situação-problema proposta aos alunos. Mapeamento dos procedimentos de resolução dos alunos com acerto e com erro no cálculo relacional e/ou no cálculo numérico. Levantamento das dificuldades dos alunos.

Resultados

Na resolução da situação-problema: “*Trocando os seus shorts e blusas, Lila pode fazer 24 looks. Lila tem 4 shorts, quantas blusas ela tem?*”; constatamos um número significativo de alunos que utilizou a operação de adição ou de subtração.

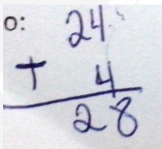
Quadro 1 - Resultados da resolução da situação-problema

Operações	Categorias de cálculo	Nº de alunos	
Adição	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	2	46
	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	44	
Subtração	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	39	39
Divisão	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	22	24
	Acerto no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	2	
Multiplicação	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	2	19
	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	9	
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	8	
	Em branco	22	22
		Total	150

Fonte: autoria própria.

Notamos no Quadro 1 que a maioria dos alunos buscou resolver a situação-problema de combinatória usando a operação de adição (46 alunos). Vale salientar que estes alunos efetuaram a soma 24+4, encontrando o resultado 28.

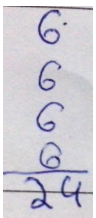
Figura 2 - Resultados com a operação de adição I



Fonte: Aluno A6D8

Aparentemente os alunos (Figura 2) adicionaram os valores (24 + 4) na ordem em que se apresentaram na situação-problema. Na medida em que os alunos incorreram em erro no cálculo relacional podemos dizer que não houve por parte destes a compreensão necessária para resolvê-la. Quanto aos alunos que utilizaram a operação de adição e acertaram no cálculo relacional e numérico, tivemos apenas a ocorrência de dois casos (Quadro 1). Vejamos o exemplo a seguir.

Figura 3 - Resultados com a operação de adição II



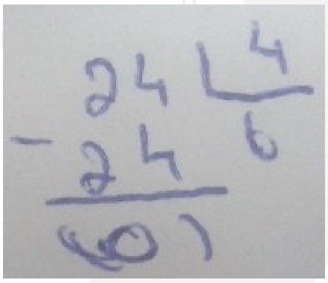
Fonte: Aluno A6E13

No caso do procedimento exposto na Figura 3, os alunos indicam haver utilizado o raciocínio multiplicativo, ou seja, buscaram repetir a quantidade 6 quatro vezes a fim de obter o resultado 24.

De outro modo, podemos identificar que a segunda operação mais utilizada para resolver a situação-problema de combinatória foi a subtração, visto que 39 alunos a escolheram, errando no cálculo relacional e acertando no cálculo numérico (Quadro 1). Onde o principal procedimento utilizado foi 24 - 4, obtendo assim o resultado 20. Estes cálculos sugerem que ao subtrair a quantidade 4 (shorts) do total de combinações, o valor restante seria o da quantidade de blusas.

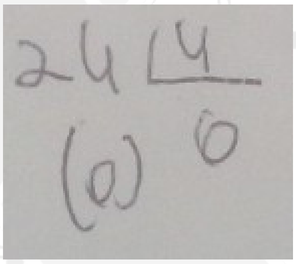
Ao analisarmos a terceira operação mais utilizada para resolver a situação-problema de combinatória - a divisão; identificamos que dentre 24 alunos que a utilizaram, foi quase unânime, os acertos no cálculo relacional e numérico. Isto é 22 alunos dividiram 24 por 4, obtendo o resultado 6, embora com diferentes tipos de representações simbólicas.

Figura 4 - Resultados com a operação de divisão I



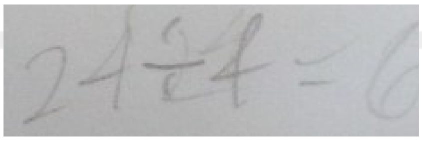
Fonte: Aluno A6B18

Figura 5 - Resultados com a operação de divisão II



Fonte: Aluno A6E20

Figura 6 - Resultados com a operação de divisão III



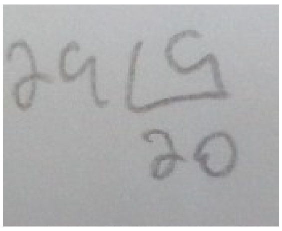
Fonte: Aluno A6D23

No exemplo da Figura 4 e da Figura 5, os alunos optaram por utilizar o processo “longo” ou “curto” da divisão. Enquanto, no exemplo da Figura 6, os alunos optaram por representar a sentença matemática. Ao que parece, os alunos já sabiam a resposta e tiveram em mente apresentar a formalização da representação do algoritmo da divisão 24:4.

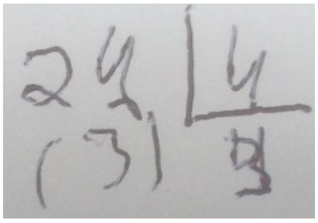
É importante salientar que também ocorreram erros no cálculo numérico quanto a divisão (Figura 7 e Figura 8). Apenas em 2 casos (Quadro 1) os alunos demonstraram ter conhecimento sobre a operação adequada à resolução da situação-problema (cálculo relacional) e não conseguiram acertar no cálculo numérico.

Figura 7 - Resultados com a operação de divisão IV

Figura 8 - Resultados com a operação de divisão V



Fonte: Aluno A6B20

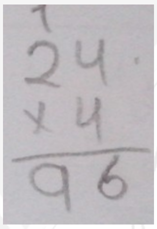


Fonte: Aluno A6C2

Por fim, a operação menos utilizada pelos alunos para resolver a situação-problema de combinatória, foi a multiplicação (Quadro 1). A maior parte dos alunos (Figura 9) que chegou a utilizar a multiplicação, errou no cálculo relacional e acertou no cálculo numérico, utilizando o procedimento 24 x 4, encontrando assim o resultado 96.

Figura 9 - Resultados com a operação de multiplicação I

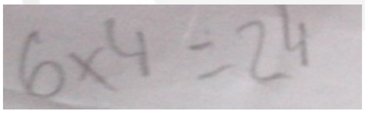
Destacamos que apenas dois alunos chegaram à resposta correta da situação-problema



Fonte: Aluno A6E12

de combinatória (Figura 10), usando a operação de multiplicação (Quadro 1). Isto é, obtiveram acerto no cálculo relacional e no cálculo numérico, como podemos observar na próxima figura.

Figura 10 - Resultados com a operação de multiplicação I



Fonte: Aluno A6E31

Consideramos que o panorama dos procedimentos utilizados pelos alunos no que concerne a escolha das operações (adição, subtração multiplicação e/ou divisão) para resolver a situação- problema aqui tratada, reafirmam a importância de que as situações, não podem ser analisadas com a ajuda de apenas um conceito. Isso significa que uma situação, por mais simples que seja, envolve mais de um conceito.

Considerações finais

Como dissemos o presente estudo se situa em uma investigação mais ampla sobre as dificuldades dos alunos na resolução de situações-problema do campo conceitual multiplicativo. Assim dentre outras situações estudadas como aquelas de proporção e de comparação multiplicativa, a de combinatória foi aquela onde os alunos tiveram maior dificuldade em reconhecê-la como do campo multiplicativo.

Ao propormos a situação-problema de combinatória para ser respondida pelos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, tínhamos a expectativa que eles utilizassem, em sua maioria, a operação de divisão. Fato este, que não ocorreu, sobretudo, pela escolha da operações de adição e de subtração pelos alunos, onde se repetia e adicionava ou subtraía os valores na ordem em que se apresentavam.

Assim, consideramos que as dificuldades apresentadas pelos alunos no presente estudo, reafirmam a importância de serem trabalhadas situações-problema de combinatória e outras do campo conceitual multiplicativo a fim de serem superadas as dificuldades na compreensão do enunciado e na escolha de uma operação matemática adequada para sua resolução.

Desta forma, esperamos ter contribuído a melhor compreensão das dificuldades dos alunos na resolução de situações-problema de combinatória, suscitando novas discussões sobre os procedimentos dos alunos no cálculo relacional e numérico.

Referências

MAGINA, S.; MERLINI, V.L.; SANTANA, E. Situações-problema das estruturas multiplicativas sob a ótica do professor que ensina matemática. In: CIBEM, VII, 2013. Montevideo-Uruguay. **Anais**... Montevideo, 2013, p. 5980-5987. Disponível em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/43.pdf>. Acesso em: 30 de jan. 2016.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 20, p. 517-533, 2014. Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v20n2/1516-7313-ciedu-20-02-0517.pdf>. Acesso em: 21 abri. 2016.

MOREIRA, Marco Antonio. A teoria dos campos conceituais de vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências,** v.7(1), p. 7-29, 2002.

PESSOA, C; FILHO, M. Estruturas multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas. In: SIPEMAT, 2006, Recife. **Anais**... Pesquisa em educação matemática: um olhar ampliado sobre a sala de aula. Recife. UFPE, 2006, p.1-11. Disponível em: http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/SIPEMAT06/artigos/pessoamatosfilho.pdf. Acesso em 15 abr. 2016.

QUEIROZ, S. A aprendizagem de matemática por alunos adolescentes na modalidade educação de Jovens e adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 75 a 96, abril 2011. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/bolema/?q=node/309. Acesso em: 20 de jan. 2016.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 32. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**.Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad** :problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 1993, Rio de Janeiro. **Anais**... Rio de Janeiro, 1993, p. 1-26.