RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO: REGRAS BÁSICAS GERAIS NECESSÁRIAS PARA SE CHEGAR A CONCLUSÕES VÁLIDAS

Maria Aparecida da Silva Rufino[(1)], Eriverton José de Souza[(1)], José Roberto da Silva[(2)]

(1)Universidade de Pernambuco (Campus Mata Norte) - aparecidarufino@hotmail.com

(1)Faculdades Integradas da Vitória de Santo Antão - erivertonjose@hotmail.com

(2) Universidade de Pernambuco (Campus Mata Norte) - jrobertosilva@bol.com.br (Orientador)

Resumo no artigo: Desenvolver a capacidade de raciocínio lógico matemático nos alunos tem sido uma questão de grande interesse no ensino das matemáticas. Embora nas últimas décadas conforme assinalam grandes pesquisadores da Educação Matemática a nível internacional e a nível nacional, considerando também o que propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais, vêm se concretizando uma série de propostas curriculares priorizando o desenvolvimento da capacidade de pensamento e reflexão lógica dos alunos, mas ao que parece ainda se faz necessário uma explanação mais satisfatória sobre o que se tem chamado raciocínio lógico matemático. Portanto, este trabalho acadêmico tem como objetivo possibilitar uma melhor compreensão sobre o que se tem chamado raciocínio lógico matemático, com vistas a construir um conjunto de princípios lógicos gerais que sirvam de instrumentos básicos para se chegar a conclusões válidas. A metodologia adotada para esse intento consiste em uma pesquisa teórica conceitual tendo como referências principais algumas obras muito conhecidas e utilizadas no meio acadêmico. Almeja-se apresentar, sobre um ponto de vista instrumental matemático, um sistema de informação inicial, enquanto conjunto de princípios lógicos básicos para se chegar a conclusões válidas, que sirva de ponte cognitiva inicial para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. Como resultado obtido, organizou-se o referido sistema de informação inicial que se acredita necessário para que os estudantes sejam capazes de aplicar para chegar a conclusões válidas/ inferências válidas iniciando com o entendimento dos princípios lógicos Aristotélicos, a compreensão da ideia geral da dedução ou inferência silogística e, por fim, a aplicação das formas lógicas válidas relacionadas aos argumentos condicionais.

Palavras chave: raciocínio lógico matemático, dedução, regras de inferência válidas.

1. INTRODUÇÃO

O termo raciocínio lógico afigura-se quase sempre relacionado à disciplina de matemática, mais especificamente quando se fala na tarefa de resolução de problemas, onde esta capacidade tem uma função preponderante para se chegar a uma solução adequada. Nessa direção, a escola tem um papel fundamental a desempenhar, porém cabe esclarecer o que se entende por este tipo de raciocínio e o que o caracteriza.

Nesse sentido, nas últimas décadas, o ensino da matemática vem se concretizando numa série de propostas, na tentativa de que os alunos desenvolvam sua capacidade de pensamento, de reflexão lógica e adquiram um conjunto de instrumentos poderosíssimos para explorar a realidade, para representá-la, explicá-la e predizê-la, em suma para atuar em e sobre ela.

A nível internacional , a National Council of Teachers of Mathematics – NCTM publicou em 1991, segundo Bagazgoitia et al. (1997) um livro intitulado “*Os Estudos Curriculares e de Avaliação para Educação Matemática*” onde aparecem formulados nove objetivos essenciais relacionados ao ensino das matemáticas que seriam necessários aos cidadãos do século XXI, dentre os quais, aprender a raciocinar figura entre os objetivos de caráter essencialmente matemático.

Para isso o currículo de matemática deveria incluir experiências numerosas e variadas que reforcem e ampliem as destrezas de raciocínio lógico. Os estudantes deveriam ser capazes de elaborar e comprovar conjecturas, formular contra-exemplos, seguir argumentos lógicos, construir demonstrações para enunciados matemáticos simples, entender demonstrações (tanto diretas como indiretas) e em definitivo raciocinar matematicamente.

De maneira análoga ao que ocorreu em outros países, no Brasil, os documentos oficiais de educação matemática, como por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998, 2000), a Base Nacional Curricular Comum – BNCC (BRASIL, 2015a), os critérios de avaliação para indicação dos livros didáticos propostos pelo Programa Nacional de Livro Didático – PNLD (BRASIL, 2015b), dentre outros documentos, apontam como um dos principais objetivos do ensino de matemática a necessidade de desenvolver e ampliar nos alunos habilidades de raciocínio lógico matemático.

Mas ao que parece, apesar de todo esse esforço, algo não se encontra claro para os professores que de fato fazem a educação matemática nesse país, ou porque não entendem o que significam tais ideias e reproduzem um discurso que representa apenas um modismo de época, ou porque nos documentos citados realmente não há uma explanação esclarecedora que aluda ao que se pode chamar de raciocínio lógico matemático, ou ainda, porque em seu fazer pedagógico, tais professores não conseguem organizar situações de ensino que possibilitem o desenvolvimento de tais habilidades nos seus alunos, dado que, talvez eles próprios não as possuam.

Tais considerações levam em conta os últimos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), no que diz respeito ao desenvolvimento de competências relacionadas à resolução de problemas dentre as quais se destacam a capacidade de argumentação, de validação de processos, de estimativas e o desenvolvimento dos raciocínio indutivo e dedutivo.

Dito isso, almeja-se apresentar, sobre um ponto de vista instrumental matemático, um sistema de informação inicial, enquanto conjunto de princípios lógicos básicos para se chegar a conclusões válidas, que sirva de ponte cognitiva inicial para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 A Lógica contemporânea e os diferentes tipos de raciocínios matemáticos

Ao que parece a própria expressão raciocínio lógico matemático demarca uma intrínseca relação entre a tríade raciocínio-lógica-matemática, que se trata de uma atividade mental que os estudantes devem ser capazes de elaborar seguindo determinadas regras, regras estas estabelecidas pela lógica as quais os alunos precisam saber aplicar para chegar a conclusões válidas.

Nesse sentido é importante que se diga que durante a construção do seu conhecimento matemático cada pessoa utiliza-se de diferentes formas de raciocínio, é o que alerta Bagazgoitia et al. (1997) colocando que os modos de raciocínio matemático são o raciocínio por analogia, o raciocínio indutivo e o raciocínio dedutivo.

A seguir será feita uma breve apresentação das formas de raciocínio matemático segundo o ponto de vista de Bagazgoitia et al. (op. cit.), para que se possa refletir mais sobre a importância e o sentido do raciocínio dedutivo, em detrimento das outras formas de raciocínio, para a lógica contemporânea e consequentemente para a matemática:

- ❖ **Raciocínio por analogia**

No que se refere a esse tipo de raciocínio Aristóteles segundo Pires (2002, p.38) coloca que “a analogia consistia em “transportar” para uma dada coisa um nome que designava outra coisa”. Assim, conforme ainda essa autora, as explicações para muitos fenômenos da natureza e também para a criação de diferentes teorias tomaram como base o estabelecimento de analogias, dentre as quais se citam a estrutura do átomo com o sistema solar, o braço humano à alavanca e o funcionamento de uma máquina ao do corpo humano, como as mais clássicas.

Na matemática, por exemplo, voltando a Pires (op. cit), um bom exemplar de raciocínio por analogia é a teoria das proporções proposta por Euclides na qual a partir de quatro grandezas representadas por a, b, c e d se pode expressar a seguinte analogia: “ a está para b ”, assim como b está para a ” sendo representada por: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

No dia a dia muitas vezes lançamos mão de expedientes analógicos, do tipo que propõe Bagazgoitia et al. (op. cit.) para apresentar o raciocínio por analogia: “Os pais de Pedro pensam que Pedro pode ser um bom corredor de fundo porque seu irmão maior também o foi”. No entanto, diante desse exemplar, fazem uma breve análise referindo-se que este é um raciocínio que não é muito confiável.

- **Raciocínio por indução**

De acordo com Chalmers (1993) este é um tipo de raciocínio que nos leva de uma lista finita de afirmações singulares para a justificação de uma afirmação universal. Ou seja, leva-nos do particular para o todo.

O exemplo abaixo proposto por Bagazgoitia et al. (op. cit., p. 17) parece ilustrar bem esse tipo de raciocínio:

- A experimentação demonstra que o ferro, o cobre e o azeite aumentam de tamanho ao ser aquecido, portanto podemos enunciar que todas as substâncias se dilatam a ser aquecidas.

- **Raciocínio por dedução**

Trazendo Chalmers (op. cit) novamente é possível entender que este é um tipo de raciocínio no qual é factível derivar, a partir de leis e teorias universais, consequências que servem como explicações e previsões. Factível porque é um raciocínio que se emprega inclusive para verificar ou comprovar a verdade de um conhecimento já adquirido. Como exemplo pode-se citar: “Se aceitamos como verdade que todos os esquimós têm o pelo negro e que Nauk é um esquimó, então Nauk tem de ter o pelo negro” (Bagazgoitia et al., 1997, p. 17).

Já Mortari (2001) coloca que é costume diferenciar argumentos indutivos de dedutivos dizendo que os argumentos indutivos seriam ampliativos, ou seja, a conclusão diz mais, vai além, do que o afirmado nas premissas, enquanto os dedutivos são não-ampliativos, isto é, num argumento dedutivo, tudo o que está dito na conclusão já foi dito, ainda que implicitamente, nas premissas.

Embora Bagazgoitia et al., (ibid.) assinalem que os tipos fundamentais de raciocínio científico são os raciocínios indutivos e os dedutivos é importante ressaltar o que assinala Chalmers (op. cit), quando lembra que o raciocínio indutivo não é muito confiável, uma vez que é possível sim que a conclusão de um argumento indutivo seja falsa embora as premissas sejam verdadeiras e, ainda assim não haja contradição envolvida. Coisa que nos argumentos dedutivos válidos não poderá ocorrer, pois se as premissas do argumento são verdadeiras, a conclusão deve ser necessariamente verdadeira.

Tal argumento justifica porque a lógica contemporânea utiliza dentre as formas de raciocínio a dedução. Tal ideia encontra respaldo nas afirmações de Sartori e Azeredo (2004, apud AZEREDO, 2004) e de Mortari (2001) respectivamente:

> “a dedução pode ser apresentada como o processo lógico por excelência, uma vez que satisfaz os requisitos de rigor condicionantes para as lógicas ortodoxas.” O processo inferencial dedutivo assegura a necessidade da conclusão. (p.49)

> a lógica contemporânea é dedutiva. Afinal, estamos interessados, ao partir de proposições que sabemos ser verdadeiras, em atingir conclusões das quais tenhamos uma garantia de que também sejam verdadeiras. (p.25)

Além disso, é importante frisar, como lembra ainda Mortari (2001), que na matemática para mostrar que uma proposição é verdadeira (um teorema) não se recorre à experiência ou à observação, como em várias outras ciências. Na matemática, a verdade de uma proposição é estabelecida por meio de uma demonstração dela, isto é, uma sequência argumentativa (dedutiva) mostrando que ela se segue logicamente de outras proposições aceitas (ou já mostradas verdadeiras).

2.2 Raciocínio Lógico Matemático

Sendo as proposições o objeto de base da lógica, faz-se necessário entender este conceito principalmente quanto às semelhanças e diferenças com os significados de sentenças e de enunciados. Mediante as concepções defendidas por Mortari (2001), Haack (2002) e Azeredo (2004) uma proposição está sempre relacionada ao enunciado verbal de uma ideia de sentido completo, sendo a sentença a forma linguística (gramaticalmente falando) de expressão da dita proposição.

Do fato de que uma proposição revele um pensamento expresso por meio de sentenças as quais são representadas por uma sequência de palavras (linguagem natural), estas por sua vez podem ser entendidas de diferentes maneiras, ou seja, podem apresentar imprecisões e ambiguidades. Com o intuito de solucionar esse problema, a lógica criou uma linguagem artificial, a qual é construída a partir do modelo matemático com uma gramática rigorosamente definida e que não se altera com o passar dos anos.

Então, à medida que a lógica se constitui numa ciência cada vez mais formal, partindo do modelo matemático, ela descreve as formas, as propriedades e as relações entre as proposições. Assim, chega-se ao segundo elemento de base da lógica, os argumentos.

Sobre os argumentos, Mortari (op. cit.) acrescenta que de certa forma uma das coisas das quais a lógica se ocupa é a análise dos argumentos que são construídos. Ou seja, cabe à lógica dizer se estamos diante de um "bom" argumento ou não. Ainda neste aspecto, Azeredo (ibid) defende que:

> [...] um argumento então, é um conjunto de proposições dispostas de tal forma que uma delas é justificada pela(s) outra(s). A proposição que está sendo justificada é a conclusão do argumento. As outras proposições, que servem de justificativas são as premissas do argumento. (p. 18)

Quanto a validade de um argumento Sartori e Azeredo (ibid) assinalam que esta é determinada por sua forma lógica, ou seja, pela sua estrutura lógica a qual por sua vez exprime a ideia geral da **dedução**.

2.2.1 Regras de Inferência

Fazendo-se um resgate do que foi dito acima por Sartori e Azeredo (ibid) genericamente falando, a validade de um argumento é determinada pela sua forma lógica sendo essa relacionada a ideia geral da dedução. Diante disso pode-se então colocar que sempre que as proposições formuladas forem dispostas de acordo com essa forma, o argumento em questão será válido.

No caso de argumentos condicionais, segundo esses autores, a afirmação ou a negação de uma condicional, quando figuram como premissas, permitem inferir ou o consequente ou a negação do antecedente, no caso do argumento ser válido.

Assim, concluindo, existem duas formas lógicas válidas relacionadas aos argumentos condicionais: o Modus Ponens (MP) e o Modus Tollens (MT), as quais serão apresentadas em seguida tomando-se como inspiração o que defendem Sartori e Azeredo (ibid):

- Modus Ponens ou Afirmação do Antecedente: Seja a primeira premissa de um argumento uma proposição condicional quando a afirmação do antecedente figura como segunda premissa, permite inferir o consequente a partir dessa proposição condicional. Argumentos que se expressam através dessa forma, serão válidos, pois assegura a verdade da conclusão, dada a verdade das premissas.

Forma geral do Modus Ponens: serão utilizadas as letras $'p'$ e $'q'$ para representar quaisquer proposições componentes de uma condicional.

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow q & (se\ p\ então\ q) \\ p & (afirmo\ p) \\ \therefore q & (\log o,\ afirmo\ q) \end{array}$$

- Modus Tollens ou Negação do Consequente: Nesse argumento, a primeira premissa é uma proposição condicional. A segunda premissa nega o consequente dessa condicional. A conclusão que se infere é a negação do antecedente dessa condicional. Argumentos que seguem essa regra têm sua validade assegurada, pois impossibilita inferir uma conclusão falsa a partir de premissas verdadeiras.

Forma geral do Modus Tollens:

$$\begin{array}{ll} p \rightarrow q & (se\ p\ então\ q) \\ \sim q & (nego\ q) \\ \therefore \sim p & (\log o,\ nego\ p) \end{array}$$

2.2.2 Validade x verdade x correção

Segundo Alencar (2002) a relação entre a verdade e a validade dos argumentos e proposições: a verdade ou falsidade esta relacionada a uma propriedade das proposições e apenas delas, e em contrapartida a validade ou invalidade é uma propriedade dos argumentos.

Considerando que as proposições podem ser classificadas em verdadeiras ou falsas estas estão submetidas aos três princípios lógicos Aristotélicos fundamentais citados por Chauí:

1. Principio da identidade: afirma que um ser é sempre idêntico a si mesmo, ou seja, A é A.
2. Princípio da não-contradição: afirma que algo não pode ser verdadeiro e falso ao mesmo tempo, ou seja, não é possível que A seja A e que A seja não-A ao mesmo tempo.
3. Princípio do terceiro excluído: afirma que algo ou é verdadeiro ou falso, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

Ao se pretender trabalhar com argumentos também corretos, a verdade das premissas é igualmente importante, pois a validade de um argumento depende apenas da relação existente entre premissas e conclusão, sendo essa uma consequência lógica das premissas.

Para analisar se um argumento é correto ou não Mortari (op. cit) chama atenção para dois aspectos relevantes:

1. Um argumento é valido se qualquer circunstância que torna suas premissas verdadeiras faz com que a conclusão seja automaticamente verdadeira.
2. Um argumento é correto se for válido e, além disso, tiver premissas verdadeiras.

Tendo como objetivo uma melhor compreensão da relação entre validade x correção dos argumentos será trazido abaixo alguns exemplares no âmbito da matemática:

Argumento válido e correto

Se todas as proposições forem verdadeiras e a conclusão for uma consequência lógica das premissas, o argumento será válido e, portanto, correto.

(1): P1: Todos os agrupamentos em que a ordem dos elementos nos grupos é essencial são denominados de Permutação. (**V**)

P2: Os Arranjos são agrupamentos em que a ordem nos grupos é essencial. (**V**)

► Os Arranjos são denominados de Permutações. (**V**)

Argumento válido e incorreto

Se a conclusão for consequência lógica das premissas, mas todas as proposições forem falsas, o argumento será válido, porém incorreto.

(2):P1: Todo número primo é par. (F)

P2:O número 9 é primo. (F)

► O número 9 é par. (F)

Argumento inválido e incorreto

1º Caso:Se todas as proposições forem verdadeiras, porém a conclusão não derivar das premissas, o argumento será inválido e consequentemente incorreto, pois como já se sabe um argumento é correto se for válido.

(3): P1: Se num dado triângulo plano os ângulos internos medirem respectivamente 60° ele é equilátero. (V)

P2:As medidas dos ângulos internos do ΔABC não medem 60°. (**V**)

- Existem diferentes tipos de triângulo. (**V**)

2º Caso: Se o argumento é formado por premissas verdadeiras e conclusão falsa será invalido e automaticamente incorreto, pois não é possível inferir falsidade a partir de verdades.

(4):P1: Todo paralelogramo é quadrilátero. (V)

P2: O trapézio é um quadrilátero (V)

- O trapézio é um paralelogramo (F)

Além disso, é pertinente fazer alusão ao fato de que o referido argumento é também inválido por estar expresso numa estrutura diferente da forma lógica correta a qual já se fez referência no início desse tópico, pois como se observa nesse caso, as letras ‘A’ e ‘B’ trocam de lugar na segunda premissa e na conclusão não exprimindo assim a forma correta. Em síntese o argumento (4) não possui a forma lógica correta:

Forma lógica correta	Forma do argumento (4)
P1: Todo A é B.	P1: Todo A é B.
P2: C é um A.	P2: C é um B.
► C é B.	► C é A.

Tal aspecto conduz por certo a ideia de que a validade de um argumento depende, sobretudo, da forma em que este se encontra expresso, ou seja, a forma que exprime a ideia geral da dedução ou da inferência silogística, sendo que uma pequena alteração nessa forma é suficiente para que seja considerado inválido. Esta parece ser, segundo Mortari (op. cit), a razão pela qual a lógica é chamada lógica formal.

Por fim, cabe então concluir que a questão da validade dos argumentos não diz respeito à verdade das premissas, mas se a conclusão é consequência lógica ou não destas. Com efeito, se o argumento for válido será automaticamente correto. Portanto a correção de um argumento não está relacionada diretamente com a verdade e sim com a validade e esta por sua vez também depende da forma em que este se encontra expresso.

3. METODOLOGIA

Para dar conta do objetivo, a metodologia adotada, enquanto procedimentos realizados para a construção da pesquisa, está caracterizada em uma análise teórica conceitual sobre a qual Tachizawa e Mendes (2000, p. 32) classificam em três níveis:

> 1- Organização coerente de ideias extraídas de uma pesquisa bibliográfica de alto nível;
> 2- Análise crítica ou comparativa de uma obra, teoria ou modelo já existente, a partir de um esquema conceitual bem definido;
>
> 3- Trabalho inovador, com base em pesquisas exclusivamente bibliográficas.

Dos níveis destacados acima a pesquisa em pauta está centrada no segundo aspecto, tendo como referências principais as obras de Azeredo (2004), Mortari (2001) e Chauí (2003). Tal pressuposto foi desvelado a partir das seguintes etapas:

a) identificação dos fundamentos filosóficos da Lógica clássica e de alguns tópicos de Lógica formal sobre o ponto de vista instrumental matemático;

b) análise comparativa entre os conceitos:

- raciocínio x lógica;
- lógica x matemática e
- raciocínio x lógica x matemática.

4. RESULTADOS: PRINCÍPIOS LÓGICOS GERAIS: CONJUNTO DE INSTRUMENTOS BÁSICOS PARA CHEGAR A CONCLUSÕES VÁLIDAS

Como primeiro objetivo a ser alcançado, no sentido de se construir uma possível demarcação, ainda que preliminar, do que se tem chamado de raciocínio lógico matemático, este foi desvelado a partir da relação dos fundamentos filosóficos da lógica aristotélica e da lógica contemporânea tendo como resultado o que se pode chamar de um conjunto de instrumentos lógicos ou regras básicas gerais necessárias para que os estudantes sejam capazes de aplicar para chegar a conclusões válidas. Sendo eles:

1- Sendo as proposições classificadas como verdadeiras ou falsas, ao serem formuladas devem estar submetidas aos três princípios lógicos fundamentais Aristotélicos os quais são condicionantes de toda a verdade:

Principio da Identidade – afirma que um ser é sempre idêntico a si mesmo, ou seja, A é A.

Princípio da não-contradição: afirma que algo não pode ser verdadeiro e falso ao mesmo tempo, ou seja, não é possível que A seja A e que A seja não-A ao mesmo tempo.

Princípio do terceiro excluído: afirma que algo ou é verdadeiro ou falso, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

2- Ao se pretender trabalhar com argumentos também corretos, a verdade das premissas é igualmente importante, pois a validade de um argumento depende apenas da relação existente entre premissas e conclusão, sendo essa uma consequência lógica das premissas.

Nesse sentido deve-se aprender a construir argumentos dedutivos, pois a dedução pode ser apresentada como o processo lógico por excelência uma vez que há a intenção por parte de quem o constrói ou o apresenta que sua conclusão seja consequência lógica das premissas, ou seja, há pretensão de que a verdade de suas premissas garanta a verdade da conclusão.

3- Uma vez assegurada a verdade da conclusão a partir da verdade das premissas, cabe agora analisar, a partir das regras que as caracterizam, a sua validade. Esse intento será perseguido compreendendo a aplicação das regras de inferência válidas relacionadas aos argumentos condicionais, ou seja, as regras que compõe o Modus Ponens (MP) e o Modus Tollens (MT) as quais já foram demarcadas na fundamentação desse trabalho.

Espera-se que dando conta de tais pressupostos os alunos consigam desenvolver sua capacidade de pensamento, de reflexão lógica e adquiram um conjunto de instrumentos básicos para explorar a realidade, para representá-la, explicá-la e predizê-la, em suma para atuar em e sobre ela pelo menos de forma inicial.

5. CONSIDERAÇÕES EDUCACIONAIS

Diante do levantamento teórico abordado na fundamentação desta pesquisa, bem como a literatura atual da educação matemática neste país, pudemos observar que, de fato, existem falhas na compreensão do que vem a ser o,várias vezes referido, Raciocínio Lógico Matemático. Tal habilidade raciocina logicamente no âmbito do conhecimento matemático, é ênfase nas recomendações dos documentos governamentais curriculares e das provas externas realizadas em todas as escolas da educação básica.

Neste trabalho nos propusemos a abordar brevemente as ideias que julgamos básicas e necessárias para todo indivíduo que precisa desenvolver tal habilidade do raciocínio lógico matemático. Tais ideias compreendem-se entre a discussão da lógica aristotélica à lógica contemporânea com ênfase nos três princípios base da lógica, buscando compreender as formas de raciocínio mais utilizadas, como o indutivo, por analogia e o dedutivo. Ressaltando que as demonstrações ou conclusões matemáticas, usam em sua essência, geralmente, o raciocínio dedutivo. Chamando atenção para a utilização de formas de inferência/raciocínio válidas, pois como discutido os argumentos precisam ser consistentes para que possam ser classificados como válidos e corretos.

Com tudo, apresentamos alguns pressupostos que encadeados constituem-se de um sistema de informação básico para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. Este trabalho inspira investigações futuras, dentre elas com os professores de matemática da educação básica que parecem ainda enfrentar problemas em desenvolver metodologias que sirvam de suporte para a aprendizagem e desenvolvimento do referido raciocínio.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALENCAR, F.Edgard. *Iniciação a Lógica Matemática*. São Paulo: Nobel, 2002.

AZEREDO, V. D. de (Coord.). *Introdução à Lógica***.** 3ª ed. Ijuí: Ed. Unijuí, 2004.

BAGAZGOITIA, A., CASTAÑEDA, F., FERNÁNDEZ S. & PERAL, J. C..*LaResolucion de Problemas emlãs Matemáticas del Nuevo Bachillerato: Libro del Profesor*. País Vasco: Universidaddel País Vasco, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* – Documento preliminar. MEC. Brasília, DF, 2015a.

BRASIL. Ministério da Educação. *Guia de livros didáticos PNLD 2015*: Matemática. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2015b.

CHALMERS, Alan F. *O que é ciência afinal?* Tradução: Raul Fiker. São Paulo: Brasiliense, 1993.

CHAUI, M. H. Convite à Filosofia. São Paulo: Ática, 2003.

HAACK,Susan. *Filosofia das lógicas*.São Paulo:UNESP,2002.

MORTARI, C. A. *Introdução à lógica.* São Paulo: Editora UNESP, 2001.

PIRES,C.M.C. *A arte de raciocinar,cap. II*,In:Ciências da Natureza e suas tecnologias: livro do estudante:Ensino Fundamental – Coordenação Zuleika de Felice Murrie. Brasília: Mec:INEP,2002.

TACHIZAWA, Tareshy; MENDES, Gildásio. *Como fazer monografia na prática*. 5.ed. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas,2000.