

# **O ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS: CONTRIBUIÇÕES DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

Antonio Gutemberg Resende Lins.  
*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba-IFPB*  
*linsgutemberg@yahoo.com.br*

## **Resumo**

Como professor de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - IFPB, constatamos a existência de deficiências no ensino/aprendizagem em trigonometria. O ensino de trigonometria tem como principal objetivo fornecer ferramentas para a compreensão de fenômenos que apresentam padrões periódicos e se espera que o aluno desenvolva neste nível, a capacidade de resolver problemas a eles associados. Temos observado que este objetivo não é trabalhado em sala de aula, pois a maioria das atividades propostas visava à aprendizagem do uso de regras e de fórmulas para responder exercícios padrões. Daí surgiu a necessidade de montarmos um módulo de ensino não somente para o aluno aprender com maior profundidade os conhecimentos prévios a serem utilizados posteriormente no esboço dos gráficos das funções circulares, como também fornecer certos hábitos e desenvolver determinadas habilidades reconhecidas como indispensáveis pelas diretrizes curriculares do Ensino Médio, como também, na direção de responder às demandas educativas contemporâneas referentes às habilidades e competências, tendo como base o domínio de conceitos e procedimentos, mudanças estas que requerem um maior aprofundamento da nossa compreensão do processo de ensino/aprendizagem deste conteúdo, analisando aspectos das políticas propostas para a educação como um todo até a realidade do dia a dia da sala de aula de matemática. E, nesta direção, acreditamos que esta metodologia de ensino seguindo princípios da teoria de Ausubel, fornecerá condições de considerar os interesses dos alunos e de desenvolver suas potencialidades tendo como de partida os seus conhecimentos prévios.

Palavras-chaves: 1-Ensino de Trigonometria; 2-Aprendizagem significativa; 3-Ensino Médio.

## **1. Introdução**

### **1.1. Enunciado do Problema**

Como elevar o nível de aprendizagem dos conceitos trigonométricos nos alunos do Curso Técnico Integrado de Eletrotécnica do IFPB campus João Pessoa.

## 1.2 Objetivo Geral

Esquematizar e implementar um conjunto de ações metodológicas em trigonometria utilizando a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, como facilitadora da construção dos conceitos científicos da matemática.

## 1.3 Objetivos Específicos

- 1) Mapear os conhecimentos dos alunos do curso Técnico Integrado em Eletrotécnica no eixo temático Trigonometria através da aplicação de um pré-teste e um pós-teste, respectivamente antes e após tratamento.
- 2) Propiciar a aplicação dos conceitos trigonométricos aos alunos no contexto na aprendizagem significativa ausubeliana.
- 3) Determinar o alcance nos referentes de estratégia didática objetivando uma aprendizagem significativa bem sucedida através de um processo edificado ao longo do evento educativo.
- 4) Determinar o alcance dos objetivos educacionais quanto a aprendizagem de conhecimentos matemáticos (conceituais, atitudinais e procedimentais), bem como desenvolver hábitos de estudo, de reflexão crítica e cooperativos.
- 5) Identificar a relevância dos livros didáticos como um organizador prévio e sequencial.

## 1.4- Justificativa

### 1.4.1- Ensino de matemática: da exclusão a ferramenta para o desenvolvimento

As demandas educativas de uma sociedade onde ocorrem mudanças em todos os setores sócio-econômicos, tendo como ponto de partida os saberes de base científica e tecnológica, necessita de uma escola voltada para a formação de cidadãos críticos capazes de refletir e transformar a sua realidade, visando desenvolver conhecimentos direcionados ao pleno exercício da cidadania e à realização dos interesses do país como um todo. O sistema escolar precisa se adequar às demandas contemporâneas da nossa sociedade, desenvolvendo saberes e competências que nos habilitem a participar do processo de globalização conduzido-o de forma que os nossos interesses como nação e como indivíduos sejam considerados.

A proposta neoliberal, ao atingir a educação como um todo, atinge também a formação de habilidades e de competências de base matemática. Entregar a um mercado cujos interesses

maiores estão situados fora da nossa realidade é comprometer seriamente o acesso aos conhecimentos mínimos necessários para realizar a capacidade dos nossos jovens e da nossa sociedade. Devido às diferenças gritantes existentes em nosso país, é inquestionável garantir a todos um ensino de qualidade na qual todos possam desenvolver saberes matemáticos tendo iniciativa e segurança para usá-los adequadamente, seja no trabalho, seja nas demais atividades cotidianas, fornecendo ferramentas teóricas para construir uma sociedade democrática e cooperativa, como também para superar as dificuldades de uma realidade inovadora e em constante mudança. Para isso, é necessário que o aluno considere a matemática como uma linguagem de construção e comunicação de idéias que permitem entender, transformar e interpretar a realidade na direção almejada.

Nosso objetivo, ao realizar esta pesquisa, é contribuir para a melhoria da compreensão do processo de ensino-aprendizagem de matemática, levantando informações e condições na direção de que este seja formativo, garanta a participação ativa do aluno e a sua atividade auto-estruturante na construção de conhecimentos, de maneira que estes não sejam meras repetições ou cópias dos conhecimentos formulados pelo professor ou pelo livro-texto, mas uma reelaboração pessoal significativa.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9394/96), qualifica o Ensino Médio como etapa final da Educação Básica, complementando o aprendizado iniciado no Ensino Fundamental. Os PCNEM (BRASIL, 1999, p.10) apresentam a seguinte proposta para o Ensino Médio:

(q)ue, sem ser profissionalizante, efetivamente propicie um aprendizado útil à vida e ao trabalho, no qual as informações, o conhecimento, as competências, as habilidades e os valores desenvolvidos sejam instrumentos reais de percepção, satisfação, interpretação, julgamento, atuação, desenvolvimento pessoal ou de aprendizado permanente, evitando tópicos cujos sentidos só possam ser compreendidos em outra etapa de escolaridade.

Este documento recomenda um ensino baseado na interdisciplinaridade e na contextualização dos conteúdos, bem como propõe que se trabalhe com aplicações, superando, desta forma, o ensino tradicional baseado na transmissão de conhecimentos. Observa ainda que nessa nova etapa os alunos apresentam uma maior maturidade, possibilitando o desenvolvimento de atividades direcionadas a objetivos educacionais mais complexos, tanto em aspectos de natureza das informações tratadas, dos procedimentos e atitudes envolvidas, como em termos das habilidades, competências e de valores.

De acordo com o texto do PCNEM:

Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo. (BRASIL, 1999, p.16).

A esta orientação para o Ensino Médio se opõe o ensino tradicional de matemática baseado na transmissão de conteúdos por meio de regras e de fórmulas, ainda majoritário em nossas escolas, e que com certeza continuará a predominar caso prevaleça a tese neoliberal de entregar a educação para exploração pelo setor privado. No Ensino Médio, além de fatores como a tradição e a falta de incentivo à implantação de mudanças, ocorre a influência exercida pelos vestibulares, que privilegiam uma formação matemática voltada para a preparação deste exame seletivo.

Deste modo, a prática educativa de sala de aula, os livros textos, os meios de comunicação e uma parcela da comunidade incentivam um Ensino Médio voltado para a preparação dos alunos para responderem a uma prova, cujo teor são questões padrões disciplinares, a maioria do tipo de múltipla escolha, dentro de uma proposta de ensino quase sempre descontextualizada, estanque e com resposta única.

## **2-Fundamentação Teórica**

Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), a qual:

[...] consiste no facto de que novas ideias expressas de forma simbólica (a tarefa de aprendizagem) se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe (a estrutura cognitiva deste numa determinada área de matérias), de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interacção activa e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflecte a natureza substantiva e denotativa deste produto interactivo. (p.71).

Ainda sobre a aprendizagem significativa:

[...] exige que os aprendizes manifestem um mecanismo de aprendizagem significativa (ou seja, uma disposição para relacionarem o novo material a ser apreendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos) e que o material que apreendem seja potencialmente significativo para os mesmos, nomeadamente relacional com as estruturas de conhecimentos particulares, numa base não arbitrária e não literal. (AUSUBEL, 2003, p. 72).

### 3- Aplicação da Metodologia no Ensino da Trigonometria

Foi elaborada uma série de atividades em trigonometria para serem propostas aos alunos, de tal modo que cobrissem todo o programa de trigonometria estudado e direcionado ao Ensino Médio. Todas seguiram uma estrutura padrão, ou seja, todas elas constatarão de número, objetivo, metodologia, material necessário e instrução para os alunos.

Descrevemos como elaboramos e utilizaremos o Módulo de Ensino, como realizaremos a intervenção didática alternativa, quais as atividades selecionadas e como estas serão trabalhadas em sala de aula.

Nele colocamos os fatos e conceitos a serem construídos, os procedimentos e as habilidades a serem desenvolvidas e quais as atitudes foram incentivadas.

Essa proposta de ensino contém: **1. Elaboração do Módulo de Ensino; 2. Descrição da intervenção alternativa; 3. A construção dos gráficos das funções circulares.**

#### 1-Elaboração do Módulo de Ensino

O módulo de ensino, intitulado Trigonometria, consta de dois Capítulos, cada um formado de unidades com objetivos definidos e caracterizados por assuntos abordados e de um complemento contendo as listas de atividades. O capítulo 1 foi elaborado visando servir de texto para uma revisão dos conteúdos que são conhecimentos prévios para a Trigonometria no Triângulo Retângulo e a Trigonometria na Circunferência.

Elaboremos o Módulo de Ensino e das listas de Atividades fazendo também algumas modificações para adequar às propostas estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9394/96) a qual qualifica o ensino médio como etapa final da educação básica, complementando o aprendizado iniciado no Ensino Fundamental e a Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Técnica de Nível Médio.

As unidades que compõem o Módulo de Ensino são as seguintes:

Capítulo 1- Trigonometria no Triângulo Retângulo

Capítulo 2- Trigonometria na Circunferência

Unidade 2.1- Ciclo Trigonométrico

Unidade 2.2- Definição de seno e cosseno

Unidade 2.3- Gráfico da Função seno

Unidade 2.4- Gráfico da Função cosseno

## Unidade 2.5- Gráfico da Função tangente

### 2- Descrição da Intervenção Alternativa

O curso experimental será baseado na realização de atividades por pequenos grupos de alunos, sendo dividido em unidades didáticas a serem trabalhadas de maneira sequencial. Cada unidade didática será formada por um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização educacionais, segundo Ausubel.

Deste modo, cada unidade didática será constituída de objetivos atingidos, o material para a leitura com o conteúdo a ser trabalhado, uma lista de atividades a serem executadas seguindo uma metodologia explicitada.

Nossa alternativa de intervenção metodológica baseou-se nos objetivos de conteúdos e no tipo de aprendizagem, definidos a partir de seus conhecimentos prévios dos alunos e das propostas estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional ( Lei 9346/96) . O material de leitura, as atividades a serem executadas e a metodologia empregada foram elaboradas e aplicados visando construir, com significado e de maneira funcional, os conteúdos de conhecimentos e desenvolver as habilidades e as atitudes que definiremos adiante. Para facilitar a leitura, atribuímos uma abreviatura às habilidades e às atitudes cujos desenvolvimentos foram incentivados a realização da intervenção alternativa. São elas: Habilidades para: (H1)resolver problemas; (H2)trabalhar com os eixos coordenados; (H3)trabalhar as diferentes representações matemáticas; (H4)usar a linguagem matemática ao cálculo; (H5)ler e interpretar os gráficos; (H6)receber e transmitir informações; (H7)fazer o uso do raciocínio lógico, (H8)trabalhar com aproximações; (H9)conhecer e utilizar técnicas matemáticas.

Atitudes para:(A1)ver a matemática como associada ao mundo; (A2)estudar de maneira metódica e autônoma; (A3)enfrentar problemas novos; (A4)ver a matemática como uma ciência em construção; (A5)gostar de estudar em grupo; (A6)ter confiança na sua capacidade de aprender matemática; (A7)vencer o medo de efetuar demonstrações matemáticas elementares; (A8)conhecer a Matemática como uma construção social.

Na descrição da intervenção seguimos uma sequência temporária (aulas) e, dentro dela, uma sequência didática (Unidades didáticas). Quando nos referimos apenas as unidades, estamos tratando das unidades do Módulo de Ensino, Construção dos Gráficos das Funções Circulares.

## 2.1 O capítulo 1 do Módulo de Ensino

Direcionamos o Capítulo 1 para a construção de uma noção básica do que seja seno, co-seno e tangente no triângulo retângulo para que o mesmo tem domínio no ciclo trigonométrico, que o mesmo tenha domínio da linguagem que o capacite a compreender a simbologia e os raciocínios passo a passo mais elementares e dominar o conceito de funções, bem como associar os pontos do domínio aos da imagem e as suas representações analítica e gráfica.

Visa ainda o alunos a desenvolver habilidades e aptidões, centrado principalmente na crença da Matemática como uma ferramenta para estudar o mundo e na melhoria da sua autoconfiança. Desse modo, procuramos construir a idéia de motivação, esforço e crença na sua capacidade de aprendizagem.

Outra questão abordada neste capítulo foi a construção gradual da linguagem matemática necessária para trabalhar os conceitos de seno, co-seno e tangente de ângulos da 1º volta a ângulos maiores.

(Apresentação) – Após a apresentação de cada aluno e do professor, exporemos nossa proposta de programa a ser seguido e os objetivos da disciplina. Ouvido o que os alunos esperam do curso, propomos como metodologia a ser seguida em sala de aula o estudo em grupos de três ou quatro alunos.

### 1-Unidade 1- Trigonometria no Triângulo Retângulo



Objetivos: Suprir deficiência detectadas nos conhecimentos prévios dos alunos, tornando significativos os conceitos de seno, co-seno e tangente no triângulo retângulo.

Conteúdos de fatos e conceitos. A revisão no triângulo retângulo apresentou(F1) as demandas culturais que motivaram a criação dos conceitos de seno, co-seno e tangente; (F2) no conceito de arco; (F3) conversão de unidades.

Conteúdos de habilidades. Os trabalhos a serem executados visam aprimorar as seguintes habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivados (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6) (A7).

Desenvolvimento dos trabalhos em sala de aula: Iniciamos as atividades discutindo a Unidade 1.1 distribuída na aula anterior.Dividiremos a turma em grupos de três e quatro alunos e entregamos a lista de questões, denominadas atividades constando de exercícios 1e 2.

Entregaremos par de esquadros, transferidores, régua a todos os grupos e apresentaremos os exercícios básicos para a construção das razões trigonométricas.

## 2- Unidade Didática 1.2- Conceito de Arco

Objetivo: Saber que para medir arco trigonométrico existem três medidas: grau, radiano e grado, este não é muito utilizado nos cálculos.

Conteúdos de fatos e conceitos: grau a medida correspondente  $1/360$  de circunferência. Radiano a medida correspondente a um arco cujo comprimento é igual ao raio da circunferência. Grado a medida correspondente  $1/400$  de circunferência.

Conteúdos de Habilidades: Os trabalhos serão executados visando o desenvolvimento das habilidades (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes:Foram incentivados as as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (H7);(A8); (A9).

## O Capítulo 2-Trigonometria na Circunferência

### Unidade Didática 2.1- Círculo Trigonométrico

Objetivos: Estender o conceito de seno e co-seno e tangente no círculo trigonométrico, isto é, calcular o valor do seno, co-seno e tangente de arcos maiores que  $90^\circ$ .

Conteúdos de fato e conceitos: Círculo trigonométrico é uma circunferência orientada que possui as seguintes características.

1-O raio é unitário ( $r = 1$ ).



2- A origem dos arcos é no ponto A (1,0)

3-O sentido positivo é o anti-horário

4-O sentido negativo é o horário

Vale ressaltar que todas essas características são obtidas através de trabalhos práticos.

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visarão o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (H7);(A8); (A9).

Unidade Didática 2.2- Seno e co-seno

Objetivos: Entender o conceito de seno e co-seno como projeções da extremidade do ponto nos eixos coordenados, isto é, a ordenada de um ponto o seno do arco dado e o co-seno é a abscissa do ponto do mesmo arco.

Conteúdos de fatos e conceitos. O seno de um arco é a ordenada do ponto, isto é, projeção da extremidade do ponto nos eixos das ordenados. O co-seno de um arco é a abscissa do ponto, isto é, projeção da extremidade do ponto no eixo das abscissas.

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visarão o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (H7);(A8); (A9).

4-Unidade 2.3- Gráfico da Função Seno

Objetivo: Construção do gráfico do seno (senóide) no círculo trigonométrico trabalhando com os ângulos de 30°, 40° e 60° (arcos notáveis) e seus múltiplos. Esse trabalho será feito no papel milimetrado.

Conteúdos de fatos e conceitos: A função seno é  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \text{sen}(x).$$

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visarão o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (H7); (A8); (A9).

## 5- Unidade Didática 2.4- Gráfico da Função cosseno

Objetivo: Construção do gráfico da tangente cos-seno(cossenóide) no círculo trigonométrico trabalhando com os ângulos de  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  e  $60^\circ$  (arcos notáveis) e seus múltiplos. Esse trabalho será feito no papel milimetrado.

Conteúdos de fatos e conceitos: A função cosseno é  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \cos(x)$ .

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visarão o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (H7);(A8); (A9).

Construíram dois gráficos:

a)  $f(x) = 1 + \cos(x)$  e calcular:

- Valor máximo
- Valor mínimo
- Período

b)  $f(x) = 2\cos(2x - \pi) + 1$ . Serão feitas as seguintes perguntas:

- Qual dos eixos se desloca o gráfico?
- Valor máximo
- Valor mínimo
- Período

## Unidade 2.5- Gráfico da Função tangente

Conteúdos de fatos e conceitos: A função tangente  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$f(x) = \text{tg}(x)$ , onde  $D = \{x \neq \pi/2 + k\pi\}$

Conteúdos de habilidades: Os trabalhos executados visarão o desenvolvimento das habilidades: (H1); (H2); (H3); (H4); (H5); (H6); (H7); (H8); (H9).

Conteúdos de atitudes: Foram incentivadas as atitudes (A1); (A2); (A3); (A4); (A5); (A6); (H7);(A8); (A9).

Construir o gráfico da  $\text{tg}(x)$  na 1ª aula.

Na 2ª aula construir o gráfico da  $\text{tg}(2x)$  e determinar:

- Domínio
- Período

### **Processamento e Análise de Dados**

Se optou pelo tipo de contato direto para com a amostra. O método de contato aplicado é o direto, tendo em conta que o pesquisador entrou em contato com a unidade de análises.

Em nossa investigação pretende analisar o nível de aprendizagem dos alunos do IFPB em trigonometria no Ensino Técnico Integrado em Eletrotécnica. Para atingir este objetivo, realizará, primeiramente, uma leitura atenta do material transcrito do módulo de ensino.

Na caracterização dos alunos verificará a presença dos seguintes princípios decorrentes da teoria ausubeliana:

- Hierarquia entre conceitos, bem como a dependência hierárquica;
- Subsunções;
- Organizadores prévios;
- Aprendizagem mecânica ou significativa;
- Aprendizagem por descoberta ou por recepção;
- Diferenciação progressiva e reconciliação integrativa.

A partir dos resultados obtidos veremos quais as conclusões que chegaram os alunos, relativas a indicações de uso dos princípios citados relativos à teoria ausubeliana.

### **Considerações Finais**

Neste trabalho propomos uma alternativa para o ensino de Trigonometria tomando como aporte teórico as concepções referentes à aprendizagem significativa desenvolvida por David Ausubel. Na intenção de contribuir com a melhoria do ensino e da aprendizagem desse

conteúdo matemático, sugerimos atividades onde, após evidenciar o que o aprendiz já sabe, novos conceitos são apresentados a fim de serem ancorados nesse conhecimento prévio que foi evidenciando junto com o estudante. Assim é que, partindo de uma prática aplicação de conceitos trigonométricos à resolução de problemas, provocamos uma aprendizagem com significado. Em relação à Trigonometria, percebemos que as dificuldades básicas apresentadas pelo aluno do Ensino Médio são diminuídas e/ou até mesmo sanadas quando se aprende com significado.

### **Referências:**

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva.** Lisboa: Plátano, 2003.

BRIGHENTI, M. J. L.. **Representações gráficas:** atividades para o ensino e a aprendizagem de conceitos trigonométricos. Bauru, SP: EDUSC, 2003.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 1999.v.3.

D'AMBROSIO, U. E. **Elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DANTE, L. R. **Matemática:** contexto e aplicações. 2.ed. São Paulo: Ática, 2000. v.2.

LINDEGGER, L. R. M. **Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo:** uma proposta a partir da manipulação de modelos. 2002. 209f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.