UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: AS QUATRO DIMENSÕES DA ÁLGEBRA E O USO DO GEOGEBRA PARA ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS DAS RELAÇÕES ALGÉBRICAS NAS PARÁBOLAS

Sarah Raphaele de Andrade Pereira; Lúcia Cristina Silveira Monteiro

Universidade Federal de Alagoas; Universidade Federal de Alagoas

sarah_raphaele@hotmail.com; lucia.csmonteiro@uol.com.br

Resumo: A Álgebra possui um papel bastante relevante no currículo. Considerando sua relevância, suas várias dimensões e como os estudantes não compreendem os conceitos e procedimentos ligados a esse tópico da Matemática pode-se questionar a metodologia tradicional que prioriza a manipulação simbólica. As pesquisas educacionais verificam este ocorrido e mostram que o desenvolvimento das habilidades necessárias para a compreensão desse conhecimento ainda é precário e que existe grande preocupação de educadores em reverter esse quadro. No caso da escrita e leitura de expressões e equações, o fato mencionado por vários teóricos de que a referida passagem é o grande obstáculo, destaca a importância das justificativas, por parte dos estudantes e do professor, permitindo a discussão dos significados produzidos por eles na realização de procedimentos algébricos. Estudos confirmam que, ao serem introduzidos à álgebra após vários anos de aprendizagem da aritmética, alunos do que corresponde ao ensino médio no Brasil apresentam uma longa série de dificuldades. Este resultado sugere que as dificuldades dos alunos têm sua origem num currículo que enfatiza primeiro o ensino de uma aritmética centrada nos cálculos e só mais tarde o ensino de álgebra em uma abordagem que privilegia a manipulação de símbolos algébricos para a resolução de equações. Sentimos necessidade de elaborar metodologias que possam trazer sentido e levem a compreensão aos estudantes. Nesse intuito, é importante utilizar a cultura digital para promover processos de ensino e aprendizagem, pois os alunos hoje já crescem informatizados, o que torna imprescindível para educação que os professores e demais profissionais se qualifiquem quanto ao processo de inserir ferramentas digitais ao processo de ensino.

Palavras - chave: Relações algébricas, Parábolas, Geogebra.

INTRODUÇÃO

O ensino-aprendizagem de álgebra é um tema presente atualmente em várias pesquisas no Brasil e no exterior (BRASIL [PCN], 1998; KIERAN, 1992; LINS; GIMENEZ, 1997; PINTO, 1999).

Em novembro de 2015, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP) realizou a última Edição do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). O relatório do Sistema Nacional de Avaliação Básica (SAEB) de 2015 aponta nos resultados apresentados uma melhora no desempenho dos estudantes do ensino fundamental nos anos iniciais, mas houve decadência no desempenho dos estudantes do ensino médio. Isso sugere que o ocorrido esteja relacionado com a forma que a álgebra é abordada nos períodos finais do ensino fundamental. Em relação à aprendizagem da Álgebra, os PCNs (1998) de Matemática do ensino fundamental destacam que, para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra.

Dentro da sala de aula é importante considerar a utilização de recursos, métodos, linguagem diversificada a fim de enriquecer e facilitar o processo de ensino – aprendizagem. É necessário promover situações com o objetivo de desenvolver habilidades agregadas ao conhecimento e as experiências dos alunos. No sistema de ensino observamos uma busca de melhoria, mas ainda há uma grande defasagem no que diz respeito aos recursos didáticos.

O Geogebra é um software de geometria dinâmica, então para usar significativamente o Geogebra, antes de fazer a construção temos que nos perguntar qual a matemática que precisará usar pra fazer a construção. Desta forma o uso do Geogebra será meramente uma tradução de linguagens. Essa ferramenta tem tamanha importância que existe um congresso apenas para o estudo e desenvolvimento de métodos de ensino baseado nessa ferramenta.

METODOLOGIA

Este artigo tem por objetivo vislumbrar direcionamentos que contribuam para a melhoria do ensino da álgebra. Para isso, foi realizado um levantamento teórico sobre as seguintes questões: a problemática da escola inserida em um novo contexto social; o ensino da Álgebra; a questão da atuação do professor em sala de aula; e, o uso dos recursos tecnológicos. Também abordamos a problemática das diferentes concepções da álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico e apresentação de reflexões sobre o uso do Geogebra como meio para contribuir com a análise dos significados.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Álgebra e Ensino

Vários pesquisadores em Educação Matemática defendem a necessidade de iniciar-se o ensino de princípios algébricos desde os primeiros anos escolares. (FIORENTINNI; MIORIM; MIGUEL, 1993; KEN, 1989; KIERAN, 2004; LINS; GIMENEZ, 1997). Esses pesquisadores discutem o desenvolvimento do ensino de aritmética e de álgebra de modo simultâneo, estando um implicado no outro: a aritmética oferece muitas oportunidades para realizar generalizações matemáticas, passíveis de serem expressas por meio de notação algébrica e outras representações.

Afirmam que seria adequado iniciar desde cedo a educação das crianças no pensamento algébrico por meio de atividades que assegure o exercício dos elementos caracterizadores desse pensamento. Citam que a escola, além do domínio de conceitos, deve desenvolver atitudes e valores através de atividades que envolvam os alunos e, para isto, é necessário que uma nova postura metodológica se instale na escola. Reconhecem que essa nova postura é difícil de implementar, pois hábitos já muito consolidados precisam ser alterados, e reconhecem também a importância de um apoio científico e educacional das universidades para que ocorram mudanças. Esta importância é ressaltada por Klein (1945):

> [...] Se cultivava na universidade uma ciência exclusivamente superior, sem levar em conta as necessidades da escola, e sem a mínima importância de estabelecer uma ligação com o ensino de matemática na mesma. [...] Onde o professor, após seus estudos e dado início ao magistério, é forçado de repente a ensinar matemática elementar e como não pode fazer este trabalho de ligação devido à matemática aprendida na faculdade, logo aceita o ensino tradicional. (KLEIN, 1945; apud VILLARROYA, 1996, p.108).

Klein expõe algumas de suas ideias sobre como tratar as questões abordadas na escola:

> A exposição na escola deve ser psicológica, e não sistemática. O professor deve agir como um diplomata; Ele deve conhecer a psicologia das crianças para capturar seu interesse, e isso só poderá acontecer se acerta em apresentar as coisas de uma forma fácil de serem assimiladas. (KLEIN, 1945; apud VILLARROYA, 1996, p.108).

Logo em seguida Klein explica como seria isso; esclarecendo que o professor deve associar os assuntos matemáticos a situações reais dos alunos para que se atinja o aprendizado.

Neste aspecto, os PCNs de Matemática do ensino fundamental também destacam que os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. (BRASIL, 1998)

Outro aspecto a ser considerado, na atualidade, é que as crianças já crescem informatizadas, o que torna imprescindível para educação que os professores e demais profissionais se qualifiquem quanto ao processo de inserir ferramentas digitais ao processo de ensino. Podemos considerar o uso, ou melhor, a cultura digital, uma importante situação de realidade.

Assim, é necessário desenvolver métodos apropriados para resolver este problema como é o caso da introdução de ferramentas tecnológicas na educação básica, no sentido de compartilhar desse novo arsenal de realidade. Com a ajuda da cultura digital, o aluno se apropria de uma ferramenta que poderá interferir em seu desenvolvimento, para ele de forma mais concreta.

Para a dialética, o concreto é aquilo que faz sentido para o indivíduo. Um aluno compreenderá mais essa importância, na medida em que utiliza essa ferramenta em tarefas significativas, nas quais se faz necessário aprimorar esses procedimentos.

Souza e Diniz (1996), Fiorentini, Miorim, e Miguel (1993), Coxford e Shulte (1994) e outros salientam a educação algébrica nas suas quatro diferentes dimensões. As dimensões da álgebra[1] podem contribuir para o desenvolvimento da criatividade, da concentração, do raciocínio lógico e do abstrato, das habilidades de generalizar e de comunicar ideias. Esses desenvolvimentos podem ser dificultados com práticas tradicionais.

Em qualquer área do conhecimento, o aluno atinge autonomia para seus próprios processos de aprendizagem no momento em que adquire o domínio da linguagem referente a essa área. Isso não é diferente na Matemática. Proporcionar ao aluno manusear e compreender a simbologia matemática inclui além de manipular os símbolos corretamente, a construção de sentidos e significados.

O Uso do Geogebra e As Representações Dinâmicas

Na obra de Klein, dedicada à Álgebra, seu propósito essencial é aplicar métodos gráficos e, em geral, métodos geometricamente intuitivos para resolver equações: Equações com um parâmetro, com dois e três parâmetros e suas linhas, curvas ou superfícies associadas. (KLEIN, 1945; apud VILLARROYA, 1996, p.111). "Queremos colocar no centro do ensino o conceito de função, sempre baseado no uso constante de métodos gráficos, representação de qualquer lei em termos das variáveis (x, y)". (KLEIN, 1945; apud VILLARROYA, 1996, p.108).

A prática da ressignificação do conhecimento permite o envolvimento de sujeitos desde a definição de investigação até a análise. O emprego de procedimentos abertos ou semiestruturados e de técnicas que fomentam a participação dos sujeitos é relevante na proposta metodológica.

[1] As propostas para o ensino da Álgebra encontram-se explicitadas no PCN (BRASIL, 1998, 116-122):

Na dimensão Aritmética Generalizada – uso das letras como generalização do modelo aritmético, com ênfase nas propriedades das operações;
Na dimensão Funcional – o uso de letras como variáveis, expressa relações e funções;
Na dimensão Equação – as letras entendidas como incógnitas, com ênfase na resolução de equações;
Na dimensão Estrutural – letras como símbolos abstratos, ênfase nos cálculos algébricos e expressões.

> Para facilitar esta renovação deve dispensar de muito do que até agora constituía o objeto de nosso ensino, que ainda por si mesmo possa ser muito interessante, aparece como menos essencial ao relacioná-lo à cultura moderna. (KLEIN, 1927; apud VILLARROYA, 1996, p.108).

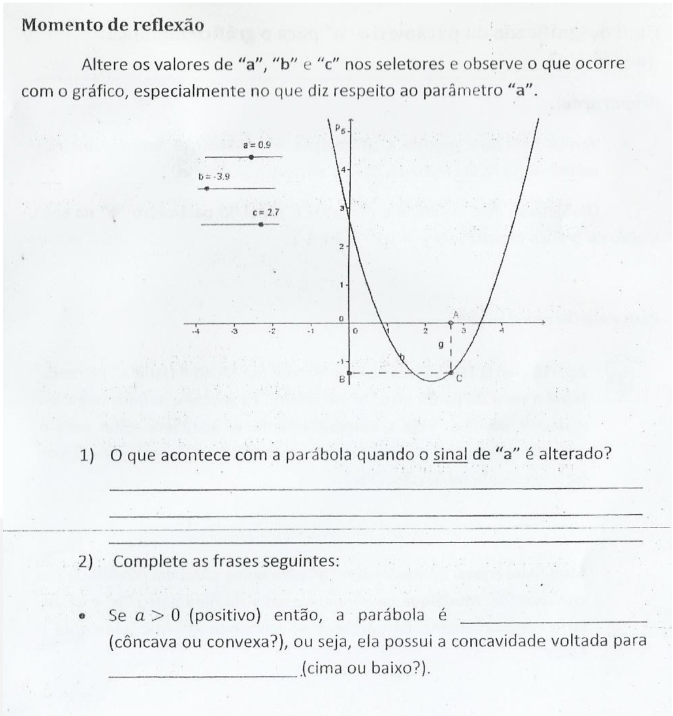
Ou seja, comparado com os estudos atuais ele se torna desinteressante, ineficaz.
A tradição do ensino fragmentado da matemática em três grandes áreas, geometria, álgebra e aritmética, deve ser substituído pelo ensino integrado dessas áreas, sob o ponto de vista que a ciência é um todo indivisível. Devendo ser priorizada a compreensão mais intuitiva do espaço, e em primeira linha e antes de tudo, o desenvolvimento da ideia de função, refletindo nela nossas representações do espaço e do número.

Para o ensino de matemática, o computador pode auxiliar na construção de imagens digitalizadas e oferecem a leitura e construção de representações espaciais (PCN's, 1998, p.149), sendo então um recurso importante para o individuo, pois na contemporaneidade exige-se cada vez mais uma imersão na cultura digital.

Um material muito interessante para ser usado como um mediador nos processos de ensino e aprendizagem no que tange ao uso do Geogebra é o desenvolvido por Nóbriga e Araújo (2010). Em um de seus capítulos é trabalhado funções quadráticas. Além de explorarem a construção do gráfico da função quadrática, trazem questionamentos e ambientes para resolução passo a passo (onde o aluno pode ver passo a passo a resolução do exercício, podendo mapear onde, eventualmente, esteja cometendo algum erro).

Tudo isso é importante para que o uso do Geogebra proporcione uma diferente perspectiva para observações das funções. As perguntas, ou melhor, os problemas podem ser explorados em outras versões, explorando a construção de mapas conceituais, podemos dizer, mais dinâmicas, e com possibilidades de outros sentidos e significados. Segue abaixo imagens de alguns dos momentos de reflexão.

Figura 1: Imagem do momento de reflexão abordado na relação entre o parâmetro "a" e o fato de a parábola ser côncava ou convexa.



Momento de reflexão

Altere os valores de "a", "b" e "c" nos seletores e observe o que ocorre com o gráfico, especialmente no que diz respeito ao parâmetro "a".

1) O que acontece com a parábola quando o sinal de "a" é alterado?

____

____

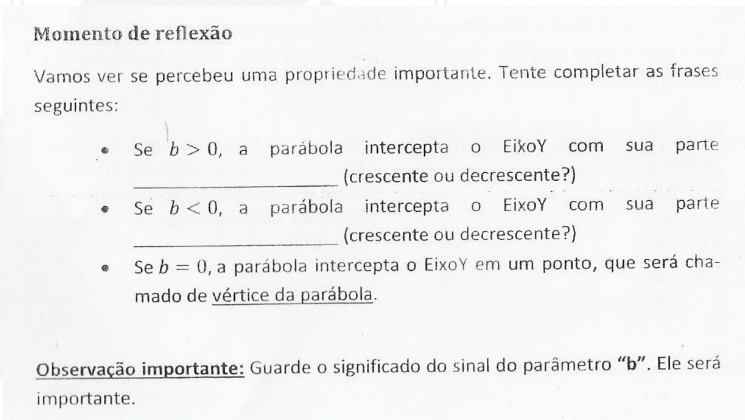
____

2) Complete as frases seguintes:

- Se $a > 0$ (positivo) então, a parábola é ____________ (côncava ou convexa?), ou seja, ela possui a concavidade voltada para ____________ (cima ou baixo?).

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 141.

Figura 2: Imagem do momento de reflexão abordado no significado do parâmetro "b" para o gráfico da função quadrática.



Momento de reflexão

Vamos ver se percebeu uma propriedade importante. Tente completar as frases seguintes:

- Se $b > 0$, a parábola intercepta o EixoY com sua parte ____________ (crescente ou decrescente?)
- Se $b < 0$, a parábola intercepta o EixoY com sua parte ____________ (crescente ou decrescente?)
- Se $b = 0$, a parábola intercepta o EixoY em um ponto, que será chamado de vértice da parábola.

Observação importante: Guarde o significado do sinal do parâmetro "b". Ele será importante.

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 143.

Figura 3: Imagem do momento de reflexão abordado na relação entre o parâmetro "c" e o local onde a parábola intercepta o EixoY.

Momento de reflexão

1) O ponto **D** tem duas coordenadas. Quais são as coordenadas do ponto D? Você consegue estabelecer uma relação entre a ordenada do ponto **D** e o parâmetro **"c"** da função?

____

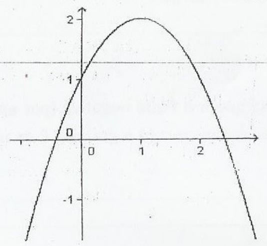
____

2) Altere o valor de **"a"** para -2, **"b"** para -5 e **"c"** para 4. Escreva a equação da nova função? Quais são as coordenadas do ponto **D**?

____

____

3) Considere a função, cujo gráfico é apresentado a seguir. Qual é o sinal dos parâmetros **"a"**, **"b"** e **"c"**?



Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 144.

Figuras 4 e 5: Imagens de uma questão do momento de reflexão abordado na relação entre o sinal de delta e o número de raízes da função.

3) Altere de forma que o Δ fique positivo (por exemplo: $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$), o que acontece com o gráfico? E os zeros da função? Quantos são?

____

____

Tente relacionar a primeira coluna com a segunda:

Se $\Delta > 0$ (positivo), então	(1)	(a)	O gráfico não intercepta o EixoX
Se $\Delta < 0$ (negativo), então	(2)	(b)	O gráfico toca uma única vez no EixoX
Se $\Delta = 0$	(3)	(c)	O gráfico intercepta o EixoX em dois lugares distintos.

__Observação importante:__ Guarde o significado do sinal de Δ. Ele será importante .

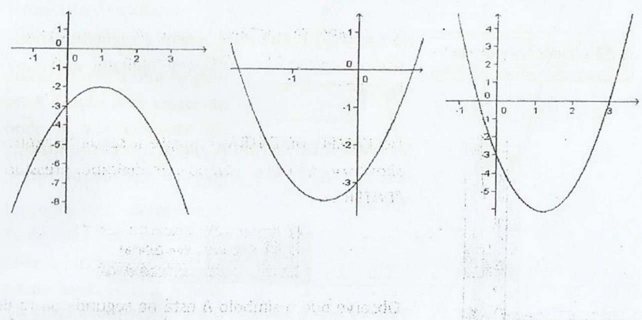
Momento de Reflexão

Perceba que, sabendo o significado de "a", "b", "c" e "Δ," você consegue fazer o esboço do gráfico de __qualquer__ função quadrática. Por exemplo: para a função $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$ sabe-se que $a = 2$, $b = -5$ e $c = -3$ e, consequentemente,

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.2.(-3) = 25 + 24 = 49 > 0$$

Com todas essas informações, qual dos gráficos a seguir tem estas propriedades?

( ) ( ) ( )



Tente justificar sua solução, ou seja, se não escolheu, por exemplo, o primeiro gráfico, diga por quê. Faça o mesmo com o outro gráfico que não escolheu.

____

____

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 148-149.

Figuras 6 e 7: Imagens do momento de reflexão abordado no estudo do sinal da função quadrática.

Momento de reflexão

1) Para a construção anterior, a função considerada foi:

$$f(x) = x^2 - x - 2.$$

- Para quais valores de x temos $f(x) > 0$? Essa pergunta poderia ser feita assim: para quais valores de x a imagem de x é positiva? (explore a construção feita e tente responder) .

____

____

- Para quais valores de x temos $f(x) < 0$? Essa pergunta poderia ser feita assim: para quais valores de x a imagem de x é negativa? (explore a construção feita e tente responder)

____

____

2) Considere as funções:
   - $f(x) = x^2 - 3x + 4$
   - $f(x) = -x^2 - 4x$

- Para cada uma delas, determine:

a) O ponto onde ela intercepta o EixoY.
b) Se intercepta o EixoY em sua parte crescente ou decrescente.
c) Se a parábola é convexa (concavidade voltada para cima) ou côncava (concavidade voltada para baixo)
d) Encontre Δ e decida se ela possui duas raízes distintas, uma única raiz[13] ou nenhuma raiz.
e) Com essas informações, faça um esboço do gráfico em papel, depois modifique os valores de "a", "b" e "c", usando a construção feita no GeoGebra para coincidir com a função. Veja se o resultado que você obteve vai de encontro ao que é mostrado no programa. Caso sim, parabéns. Caso não tente perceber em qual fundamento você falhou e tente corrigi-lo para o próximo exercício.
f) Encontre a(s) raiz(es), ou zeros, caso existam.
g) Encontre o vértice da parábola.
h) A função assume valor máximo ou mínimo? Qual é esse valor?
i) Em qual intervalo a função é crescente?
j) Em qual intervalo a função é decrescente?
k) Estude o sinal da função.

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 158-159.

CONCLUSÃO

De acordo com OECD (2015) em média, nos últimos 10 anos não houve nenhuma melhora perceptível no desempenho dos alunos em Leitura, Matemática e Ciências nos países que investiram pesado em Tecnologias da Informação e Comunicação para a Educação. Em média, 72% dos estudantes com 15 anos nos países da OECD usam computador na escola. Na Korea apenas 42% relataram usar computador na escola, mas este país teve o 3º melhor desempenho no teste de Matemática baseado no uso de computador.

Para que ocorram mudanças, tão necessárias no ensino de álgebra, é preciso que se contemple além dos aspectos formais, a construção do pensamento algébrico. É necessária uma imersão em atividades algébricas, que propiciem a construção do pensamento algébrico, como defende alguns autores, como Ken (1989), Lins e Gimenez (1997), Araujo (1999), Carvalho (2007).

O Geogebra é um software de matemática dinâmica. Antes de fazer a construção temos que começar perguntando qual a matemática que eu preciso usar pra fazer essa construção. Se o aluno não entender a matemática que está sendo utilizada, ele não vai usar um programa de matemática dinâmica, pelo menos para fazer construções. O Geogebra é uma ferramenta para o ensino de matemática e não o contrário. Com essa visão, Nóbriga e Araújo (2010) sugerem roteiros de apoio, orientados à promoção de discussões e análises de procedimentos matemáticos que atuam como mediadores na aprendizagem, já que propõem estratégias e caminhos a serem seguidos pelos professores e alunos durante o trabalho com o software.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, E. A. de. **Influências das habilidades e das atitudes em relação à matemática e a escolha profissional**. Tese de doutorado. FE. Campinas, SP, Unicamp. 1999.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental/Ministério de Educação. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, C. A. **A percepção da generalidade no trabalho com padrões em álgebra**. X Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Anais... Belo Horizonte, MG, 2007.

COXFORD, A. F. E SHULTE, A. P. (org) – **As ideais da Álgebra** – São Paulo, Atual Ed. 1994

FIORENTINI, D.; MIORIM, Â. e MIGUEL, A. **Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar.** Pro-posições, v. 4, n. 1, pp. 78-91, 1993.

INEP. **Sistema Nacional de Avaliação Básica – SAEB, 2016**. Brasília: INEP/Ministério da Educação, 2016. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2015/saeb_2015_resumo_dos_resultados.pdf >. Acesso em: 23 set. 2016.

KEN, M. **Fostering algebraic thinking in children**. The Australian Mathematics Teacher, v. 4, n. 45, pp. 14-16, 1989.

KIERAN, C. **Algebraic thinking in the early grades**: What is it? The Mathematics Educator, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

KIERAN, C. **The learning and teaching of school algebra**. In: Grouws, Douglas A. (ed.). Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, p. 390-419, 1992.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

NÓBRIGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**, São Paulo: Editora Exato, 2010.

OECD. **Students, Computers and Learning**: Making the connection, Pisa OECD , 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en>. Acesso em: 03 set. 2016.

PINTO, A. H. **As concepções de álgebra e educação algébrica dos professores de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro Pedagógico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 1999.

SOUZA, E. R. DE DINIZ, M.I.S.V. –**Álgebra das variáveis às equações e Funções**. 2 ed. São Paulo, IME/US, 1996.

VILLARROYA BULLIDO, F. **Klein y la enseñanza de lãs matemáticas**. SUMA , Zaragoza, 1996, n. 21, p. 107-113, fev. 1996.