O CUBO MÁGICO: APLICAÇÕES DO ALGORTMO EUCLIDIANO DA DIVISÃO

Alecio Soares Silva,

Universidade Estadual da Paraíba, mataspe@hotmail.com;

Thalita Alves da Silva,

Universidade Estadual da Paraíba, mataspewbcl@gmail.com;

Weslley Balbino Barros,

Universidade Estadual da Paraíba, weslleybarros02@gmail.com.

Valdson Davi Moura Silva,

Universidade Estadual da Paraíba, valdsondavi@gmail.com.

Resumo:

Nesta proposta de atividade considerou-se a oportunidade de compartilhar uma experiência de trabalho com quebra-cabeça, em específico o Cubo Mágico de Rubik, aplicado em aulas de Matemática ministradas na turma do 7º ano do Ensino Fundamental, da E. E. E. F. M. Walnyza Borborema Cunha Lima, localizada na zona rural da cidade de Campina Grande - PB. Buscou-se, com ele, fortalecer o diálogo existente entre a matemática escolar da educação básica e situações práticas, afim de atingir a motivação dos alunos na busca pelo aprendizado do conteúdo estudado. Daí pôde-se perceber uma relação intrínseca entre o Algoritmo da Divisão de Euclides e os passos da manipulação do Cubo Mágico, e surgiu então, a necessidade de relacioná-los de forma contextualizada, com o objetivo de alcançar uma aplicação "prática" para o conteúdo matemático estudado e de mostrar a forte ligação existente entre as duas áreas do conhecimento. Para atingir este objetivo procurou-se modelar matematicamente algumas situações de montagem do Cubo, tanto valendo-se do conceito da Divisão Euclidiana de números inteiros, quanto apoiando na lógica. Para tal fez-se uma pesquisa exploratória, pois trata-se de um estudo baseado na exploração de um quebra-cabeça para verificar a fixação de conteúdos discutidos nas aulas. Traz-se com ela uma proposta de atividade para o sétimo ano do Ensino Fundamental em que se valoriza o uso de quebra-cabeças como ferramenta motivacional no processo de ensino aprendizagem. Tal verificação foi feita por meio da aplicação de um questionário com cinco perguntas, sendo quatro delas objetivas, baseadas em uma escala e a última objetiva.

Palavras Chaves: Lúdico, Ensino de Matemática, Quebra-cabeça

INTRODUÇÃO

Atualmente o ensino de matemática, tanto no nível básico, quanto no nível superior tem passado por inúmeras dificuldades, dentre elas, a falta de motivação dos alunos e a falta de relação entre a matemática escolar e a matemática enfrentada por eles no cotidiano. Superar essas dificuldades é uma das tarefas de professores, técnicos em educação e gestores. Certamente, existe uma grande necessidade de aproximar conceitos de situações que estejam evidentes no dia a dia dos alunos.

São muitas as referências que sugerem o uso de jogos como ferramenta didática pertinente ao ensino de matemática, como por exemplo, Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que sugerem que:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções, além de possibilitar a construção de uma atitude positiva perante os erros, [...] sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p.46).

Relacionando intrinsecamente o jogo ao ensino de matemática, pois o jogo, aplicado na sala de aula, alia raciocínio, estratégia e reflexão com desafio e competição de uma forma lúdica muito rica.

METODOLOGIA

Neste trabalho a abordagem feita foi a de uma pesquisa participante, pelo fato de o pesquisador ser professor atuante das turmas observadas, facilitando assim o contato entre o pesquisador e os sujeitos pesquisados, já que Segundo GIL (1991), "a pesquisa participante, assim como a pesquisa ação, caracteriza-se pela interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas".

Nele, a abordagem a análise dos dados foi feita de maneira quantitativa e qualitativa, haja vista que desta maneira se poderá traduzir tudo aquilo que pode ser quantificado, ou seja, traduzir em números as opiniões e informações para então obter a análise dos dados e, posteriormente, chegar a uma conclusão. E sabendo que essa modalidade requer o uso de estatísticas e de recursos, como, porcentagens, média, entre outros, como o objetivo é o de apurar as opiniões explícitas dos entrevistados, foi usado um questionário com questões dos tipos fechadas e abertas, para testar de forma precisa as hipóteses levantadas.

A aplicação em sala de aula foi feita em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Walnyza Borborema Cunha Lima, situada na zona rural do município de Campina Grande-PB. Esta turma é constituída por 27 alunos, dos quais nove são meninos, nela em um primeiro momento o professor deu uma aula sobre o Cubo Mágico, na qual abordou sua história, como identificar a cor de uma face, quais os tipos de movimentos e que matemática está por trás deles. Em uma aula seguinte expôs o Algoritmo Euclidiano da Divisão, resolvendo alguns exercícios junto aos alunos, para que por fim pudesse mostrar a relação entre o cubo e o Algoritmo da Divisão e verificar o nível de satisfação dos alunos, por meio de um questionário no qual eles responderam sobre o quanto conseguiram compreender o conteúdo com a metodologia utilizada, usando uma tabela com cinco perguntas:

1- Como você avalia a prática de aulas baseadas em quebra-cabeças?

2- Após as exposições, como você classifica o nível de compreensão sobre o conteúdo estudado?

3- Como se poderia classificar a aplicação do conteúdo feita na prática?

4- Qual foi seu nível de estímulo para aprender o conteúdo com a metodologia proposta?

5-Descreva em algumas linhas o que se pode aprender durante essas aulas.

Cada uma delas ate a quarta era composta pelos seguinte itens sobre a compreensão do conteúdo passado:

1-Insatisfatório;

2-Regular,

3-Satisfatório;

4-Bom;

5- Ótimo.

Na quinta pergunta, os alunos deveriam dissertar sobre o que aprenderam para que se pudesse, baseado em suas respostas, examinar o quão proveitosa foi a experiência.

DISCUSSÃO

O CUBO MÁGICO

O uso de jogos, mais espeficicamente, de quebra-cabeças como o Cubo Mágico nas aulas de matemática é uma excelente estratégia, motivar, atrair a atenção do aluno, ilustrar a aula, mostrando aplicações que evidenciem o diálogo entre teoria e prática e fazer com que o raciocínio dos alunos se desenvolva com mais facilidade. Logo, um dos maiores benefícios do uso de tal recurso didático é o aumento da concentração, disciplina e a sociabilidade do aluno nas aulas, tendo em vista que educar vai além de apenas transmitir conteúdos, todo aluno precisa estreitar suas relações sociais.

Dessa maneira, a aula com o cubo desenvolve o espírito de equipe entre os colegas, com apoio, discussões e partilha situações em que impera a evidenciação das interações entre as potencialidades de cada um. Sendo assim, uma estratégia inovadora de sucesso na sala de aula no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

No ano de 1974, um jovem professor de arquitetura de Budapeste, na Hungria, chamado de Erno Rubik criou um objeto que mesmo após de ter sido girado, não quebrou ou desmontou. Com vários adesivos coloridos em suas faces, o cubo foi embaralhado e assim surgiu o primeiro “Cubo de Rubik”. Erno demorou um pouco mais de um mês para conseguir solucionar seu quebra-cabeça. Mal ele sabia que o cubo que criara se tornaria, em um breve futuro, o brinquedo mais vendido do mundo.

Erno era um professor que sempre procurava inovar em suas aulas, para das maneiras mais emocionantes transmitir informação e conhecimento, então ele usou o primeiro modelo do cubo para ajudá-lo a explicar aos seus alunos sobre relações de espaço. Isto é, a princípio a utilidade do cubo na sala de aula foi a de evidenciar um modelo geométrico.

Assim como as maiores invenções do mundo, o Cubo de Rubik não teve um começo fácil. Os primeiros cubos foram produzidos e distribuídos na Hungria pela Politechnika. Estes primeiros cubos, comercializados como “Cubo Mágico”, eram o dobro do peso dos que seriam fabricados mais tarde. Nos anos 70. E o primeiro passo para o cubo ganhar reconhecimento mundial seria ser exportado da Hungria. Com esse objetivo alguns matemáticos levavam o cubo para conferências internacionais, outra contribuição se deu por parte de um empresário húngaro que levou o cubo para a feira de brinquedos de Nuremberg em 1979. Nesta feira foi que Tom Kremer, um especialista em brinquedos, concordou em vendê-lo para o resto do mundo.

Desde o seu lançamento internacional em 1980, estima-se que foram vendidos mais de 350 milhões de cubos. Aproximadamente uma a cada sete pessoas já brincaram com o quebra-cabeça. Este pequeno cubo de seis cores passou a representar uma década. Ele apareceu em obras de arte, vídeos famosos, filmes de Hollywood e até teve o seu próprio programa de TV, ele representava tanto genialidade quanto confusão, deu início a um novo esporte (speedcubing), e já até foi para o espaço. Sem dúvidas este quebra-cabeças é um dos maiores de todos os tempos, como podemos inferir do que afirma o site cubo velocidade quando afirma que ele é “uma das invenções mais frustrantes e viciantes já produzidas”.

ALGORITMO DA DIVISÃO

Nesta seção aborda-se a divisão de dois números inteiros, que é uma operação que pode ser realizada, mesmo quando um destes números não é múltiplo do outro, para isso se faz a apresentação e demonstração do conhecido Algoritmo de Euclides da divisão, além de se fazer algumas aplicações deste importante resultado. Restringe-se aqui o Algoritmo de Euclides para o caso em que $m \in Z_{¿}^{+¿¿}$, como pode ser visto em HEFEZ (2011), Ferreira (2013) e SILVA (2014), pois sem perda de generalidade pode-se supor que se $n \in Z_{¿}^{+¿¿}$ e $m \in Z_{¿}^{-¿¿,}$ o resultado da divisão de n por m será o mesmo da divisão de $-n$ por $-m$.

Teorema 1. *(Algoritmo da divisão de Euclides restrito ao caso* m *inteiro e positivo)*

Dados $m \in Z_{¿}^{+¿¿}$ e $n \in Z$. Existem dois únicos inteiros q e r tais que $n = mq + r$, com $0 \leq r < m$.

Demonstração. Inicialmente precisa-se mostrar a existência de q e r , em seguida mostrar suas unicidades. Tem-se que n é um múltiplo de m ou então n está situado entre dois múltiplos qm e $(q+1)m$ de m , para algum $q \in Z$. Se n é múltiplo de m , digamos , $n = mk$, trivialmente temos $q = k$ e $r = 0$. Caso n não seja múltiplo de m , é fato que teremos, $qm < n < (q+1)m$. Nesta desigualdade pode-se subtrair qm de todos os membros, tendo assim, $0 < n - qm < m$.

Tomando $n - qm = r$ isso implica em $n = mq + r$, daí $0 < r < m$. Segue que, quando $r = 0$, n é múltiplo de m . Para provar a unicidade de q e r , suponhe-se que existam outros inteiros r' e q' tais que $n = mq' + r'$, com $0 \leq r' < n$. Desta forma tem-se que $n = mq + r = mq' + r'$, ou seja, $(r - r') = (q - q')m$, percebe-se assim que $(r - r')$ é múltiplo de m e como $-m < r - r' < m$, o único valor possível é $r - r' = 0$, mas assim tem-se, $r = r'$. Desta forma, $q = q'$.

Obs. 1. Chama-se n de dividendo, m de divisor, q de quociente e r de resto.

Exemplo 1. O quociente e o resto da divisão de 17 por 5, usando o Algoritmo de Euclides é obtido fazendo.

$$17 - 5 = 12, 17 - 2 \cdot 5 = 7, 17 - 3 \cdot 5 = 2 < 5$$

Portanto o quociente desta divisão é 3 e o resto é 2.

A RELAÇÃO ENTRE O CUBO MÁGICO E O ALGORITMO DA DIVISÃO

Com todas as suas engrenagens, faces e cores em cada um dos quadrados que as compõe o Cubo Mágico é um quebra-cabeça cheio de relações com conteúdos matemáticos tanto de geometria quanto de aritmética ou álgebra. Ele, incontestavelmente, pode ser aplicado como uma ferramenta didática capaz de potencializar o ensino de matemática, como ao ser sendo enfatizado no estudo de volume ou capacidade.

Considerando a disposição em que todas as faces do cubo possuem quadrados com adesivos da mesma cor como a posição inicial, é possível observar que se pode girar faces ou combinar sequências de giros (movimentos), que ao serem repetidos algumas vezes retornam o brinquedo a posição inicial. Por exemplo, com o cubo na posição inicial pode-se girar a face superior dele no sentido horário, ou anti-horário, quatro vezes consecutivas e assim, ter-se-á novamente a posição inicial. Desta maneira, se deixa evidente que pode-se modelar essa sequência de movimentos por uma função periódica. E cada uma das posições alcançadas com um dos giros da face podem ser relacionadas com um possível resto da divisão de um número inteiro por quatro. Ou, com a seguinte sequência:

- Giro da face da esquerda no sentido anti-horário;
- Giro da face inferior no sentido anti-horário;
- Giro da face da esquerda no sentido horário;
- Giro da face inferior no sentido horário.

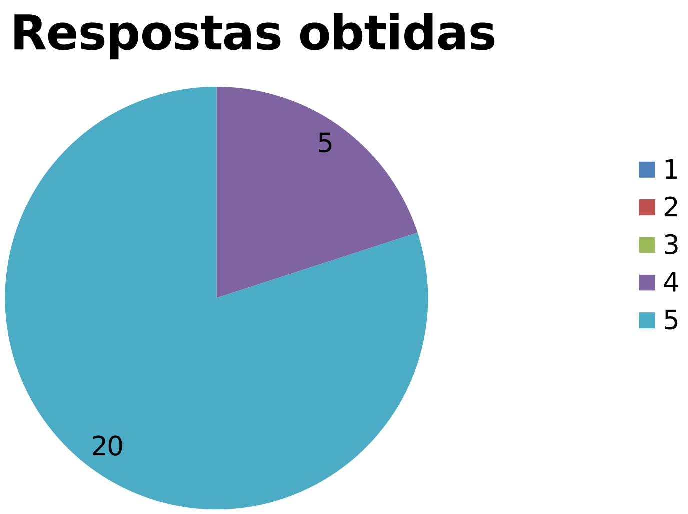
Sendo repetida seis vezes consecutivas ter-se-á novamente a posição inicial. Relacionando cada uma das posições alcançadas com a sequência de giros das faces podem ser relacionadas com um possível resto da divisão de um número inteiro por seis. Mostrando que o cubo é um modelo em que se evidencia um sistema composto pelos restos da divisão euclidiana de números inteiros, assim desenvolvendo ideias como a do raciocínio sequencial e periódico.

RESULTADOS

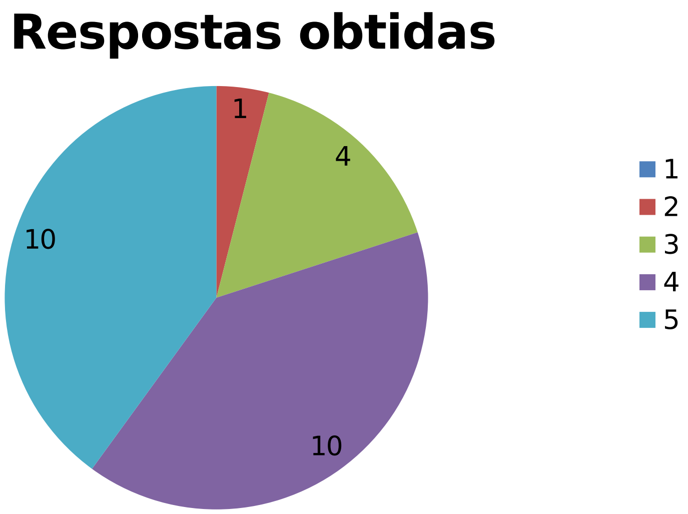
A literatura em Educação Matemática tem enfatizado que o trabalho com quebra-cabeças como, *Tangram* e o Cubo Mágico que possibilitam levar o aluno a resolver situações-problema adotando estratégias, tomando decisões, desenvolvendo formas de raciocínio e processos ligados à intuição, indução e analogia, além de permitir que ele interaja com os colegas de modo cooperativo, aprendendo a trabalhar em conjunto na busca de soluções. Desta maneira, desenvolvendo habilidades de extrema importância para a aprendizagem da Matemática.

Aqui aplicou-se as aulas teórica, com as noções sobre aplicação do algoritmo da divisão para números inteiros, e prática, em que os alunos tiveram contato com o material lúdico, em específico o Cubo Mágico de Rubik, quando eles puderam aprender experimentando e experimentar aprendendo. Dos 26 alunos presentes no dia da aplicação da atividade observou-se as respostas que podem ser quantificadas da seguinte maneira:

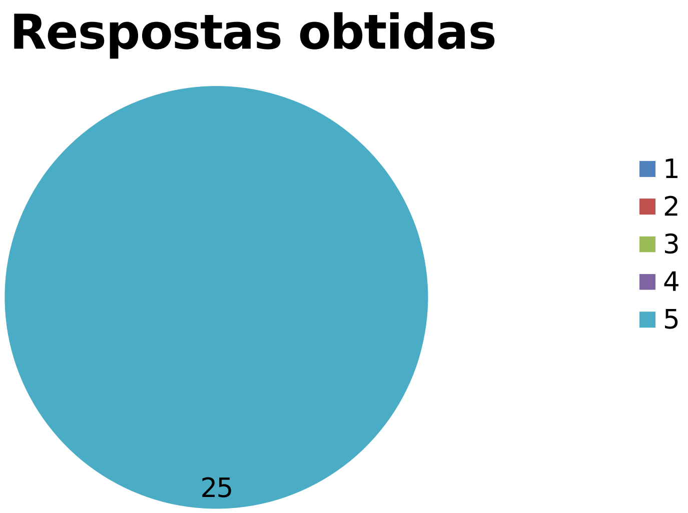
Questão 1(Como você avalia a prática de aulas baseadas em quebra-cabeças?)



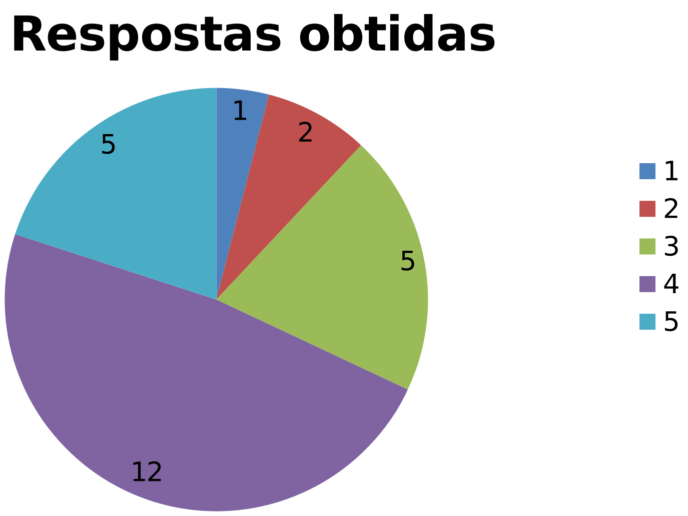
Questão 2(Após as exposições, como você classifica o nível de compreensão sobre o conteúdo estudado?)



Questão 3(- Como se poderia classificar a aplicação do conteúdo feita na prática?)



Questão 4(Qual foi seu nível de estímulo para aprender o conteúdo com a metodologia proposta?)



Com essas respostas observa-se que os alunos se sentem mais motivados, quando conseguem perceber a relação existente entre teoria e prática, como se pode ver nas respostas dadas as questões 1 e 3, que relacionam a aplicação do conteúdo a prática e discutem o uso do quebra-cabeça como instrumento motivador nas aulas, nelas percebemos que grande parte dos alunos se agraciam de aulas que fogem do pragmatismo das aulas tradicionais de matemática, nas quais o professor impõe várias fórmulas e equações, muitas vezes sem significado e desconectadas do mundo em que os alunos vivem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atualmente o ensino de matemática em escolas da educação básica tem sido caracterizado como “bicho papão” pelos alunos, pois muitas vezes, não é estabelecida uma relação entre o conhecimento trabalhado em sala de aula e a realidade vivida por eles, tornando o conhecimento matemático meramente abstrato e, portanto, dificilmente alcançável. Pensando nesse tipo de situação, foi buscada neste trabalho uma proposta de estudo sobre a matemática envolvida no Cubo Mágico, um quebra-cabeça bastante instigante. Do Algoritmo Euclidiano da Divisão, para que o conteúdo trabalhado pudesse ser visto pelos alunos como uma ferramenta útil na resolução de problemas, em outra área do conhecimento, como sugerem as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, página 7, quando propõe que a organização curricular deve ocorrer com “integração e articulação dos conhecimentos em processo permanente de interdisciplinaridade e contextualização”. Sendo assim, buscou-se fazer com que o conhecimento matemático pudesse ser encarado pelos alunos como algo que tem sentido, pois eles conseguem com essa relação de contextualização perceber seu significado.

Desta maneira, chegou-se a conclusão de que se pode alcançar uma contextualização em outra área do conhecimento que ajude a dar sentido no porquê estudar este conteúdo, e assim motive os alunos. Finalmente conclui-se dizendo que este trabalho pode ser utilizado por professores de Matemática do Ensino básico, com a intenção de atingir seus objetivos, mesmo sabendo que as relações interdisciplinares e contextuais entre o conteúdo estudado e outras áreas do conhecimento, ainda podem ser abordadas de outras maneiras, usando outros procedimentos. Procurou-se dar uma pequena contribuição para melhorar a qualidade da educação básica, no que se refere à direção da contextualização, tornando o ensino de matemática um processo significativo.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. (1998), **Ministério da Educação e do Desporto**. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática (5ª a 8ª séries). Brasília: MEC/ SEF.

- FERREIRA, Jamil; **A construção dos números/Jamil Ferreira**. 3a Ed. SBM, Rio de Janeiro, 2013.

- GIL, Antonio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1991. 207 p.

- HEFEZ, Abramo; **Elementos de Aritmética**. . SBM, Rio de Janeiro, 2011.

- SILVA, Alecio Soares. **Um Estudo Sobre Aplicação do Algoritmo de Euclides**. 14 de Agosto de 2014. 63p. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande 14 de Agosto de 2014.

- A história do cubo mágico. Disponível em: <http://www.cubovelocidade.com.br/info/historia-do-cubo-magico.html> Acesso em 27 de outubro de2016