

## ESTUDOS DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU E SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU NO GEOGEBRA

Lindomar Porpino Dias<sup>1</sup>; Eduardo da Silva Andrade<sup>2</sup>; Franciclaudio de Meireles Silveira<sup>3</sup>; Agnes Liliane Lima Soares de Santana<sup>4</sup>

*Universidade Federal da Paraíba; Universidade Federal da Paraíba; Universidade Federal da Paraíba; Universidade Federal da Paraíba.*

*lindomarporpino@hotmail.com; edusilva3108@gmail.com; franciclaudiocall-14@hotmail.com; agnes@dce.ufpb.br.*

### RESUMO

O presente trabalho vem apresentar os resultados de uma oficina pedagógica intitulada que foi o Estudo de Equações do 2º grau e Sistemas de Equações do 1º grau utilizando o software Geogebra, recurso de grande porte no auxílio do ensino e aprendizagem da matemática. A oficina foi realizada com os alunos do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio do município de Rio Tinto-PB. A oficina teve seu desenvolvimento no laboratório de informática da UFPB/Campus IV, durante a IV Semana da Matemática, no período de 19 a 21 de outubro. O intuito dessa oficina pedagógica foi promover aos alunos do Ensino Médio um ensino contextualizado, diferenciado e poder contribuir com uma melhor visualização nos conteúdos do ensino da matemática, utilizando como recurso tecnológico o software Geogebra. A metodologia utilizada neste trabalho quanto aos procedimentos técnicos, foi à pesquisa bibliográfica e a pesquisa experimental. Quanto aos objetivos, foi caracterizada como descritiva e exploratória, e quanto à abordagem do problema foi à pesquisa qualitativa pelo fato que esse estudo objetivava inserir e descrever as características e os comportamentos dos alunos após a oficina. A oficina pedagógica foi realizada com 30 alunos do 2º e 3º ano do Ensino Médio da respectiva escola. Ao final da aplicação e desenvolvimento da oficina, através dos resultados observados e descritos pelos alunos foi possível concluir que os alunos tiveram a oportunidade de conhecer novos ambientes de aprendizagem, expandindo seus conhecimentos, rompendo a barreira do ensino tradicional, possibilitando assim uma melhoria na qualidade no processo ensino-aprendizagem.

**Palavras-chave:** Ensino-aprendizagem; Oficina pedagógica; Software Geogebra;

### 1. INTRODUÇÃO

Nossa sociedade atual encontra-se permanentemente em processo de crescente informatização daí surge à necessidade de grandes inovações no processo de ensino-aprendizagem, a escola desempenha um importante papel na sociedade, de acompanhar essas mudanças, e o professor deve estar apto a utilizar estes recursos ao seu favor, como facilitador no processo de ensino aprendizagem, com o intuito de tornar as aulas mais dinâmicas, criativas e interessantes. O programa PIBID proporciona aos bolsistas como futuros profissionais da educação, a prática docente adquirida ao auxiliar os alunos do Ensino Fundamental e Médio suprindo suas falhas com a disciplina de Matemática devido ao apoio didático oferecido nas escolas onde o programa é implantado, o qual gera uma ligação direta entre eles, centrando-se na dificuldade de aprendizagem e na desmitificação de que os conteúdos da disciplina de Matemática são de complexa compreensão. Dessa forma, trabalhando as necessidades individuais dos alunos que apresentam um baixo desempenho na disciplina, dando a estes oportunidades para sanar suas dificuldades nos diversos conteúdos matemáticos abordados no âmbito escolar. Os bolsistas percebem as dificuldades enfrentadas pelos alunos, o que vem proporcionar como futuros professores, a chance de criarem meios e estratégias para facilitar a visualização e compreensão, gerando um aumento significativo no processo ensino-aprendizagem.

Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs e PCNEM) recomendam o uso dessas tecnologias, enfatizam que:

É indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras." (BRASIL, 1998, p. 96).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), o computador é, ao mesmo tempo, ferramenta e instrumento de mediação. Dessa forma, elaboramos uma oficina com o uso do software Geogebra na Universidade Federal da Paraíba, Campus IV – Rio Tinto, cuja proposta foi levar os alunos do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, para participarem da oficina intitulada “Estudos de Equações do 2º grau e Sistemas de Equações do 1º grau no Geogebra”, realizada durante a IV Semana da Matemática, no período de 19 a 21 de outubro.

Quanto ao uso de softwares educacionais como ferramenta para o ensino e aprendizagem de geometria, na visão de Bolgheroni e Silveira (2008):

O uso de softwares de geometria dinâmica [...] pode contribuir em muitos fatores, especificamente no que tange à visualização geométrica. A habilidade de visualizar pode ser desenvolvida, à medida que se forneça ao aluno materiais de apoio didático baseados em elementos concretos representativos do objeto geométrico em estudo. Softwares educativos podem representar possibilidades de simulação deste material concreto.

Assim, o projeto também oferece oficinas pedagógicas, as quais têm o objetivo de levar aos alunos um ensino contextualizado com práticas inovadoras. Essa oficina teve o propósito de trazer conceitos já trabalhados em sala de aula de uma forma diferenciada. A proposta de trabalhar com o software Geogebra foi de mostrar aos alunos um novo método de resolução referente a esses conteúdos. O intuito de trabalhar com esse software, partiu da conscientização sobre a importância e a contribuição que o ele propõe para a aprendizagem do aluno, fazendo com que os alunos venham ter um olhar diferenciado com a ajuda desse software, pois sua utilização permite o interesse na aprendizagem da matemática, mostrando diversos caminhos de se obter a aprendizagem e adquirir conhecimentos.

## 2. CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA E SUAS FINALIDADES

Geogebra (aglutinação das palavras geometria e álgebra), é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra. Sua distribuição é livre, nos termos da GNU (General Public License), e é escrito em linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas. Este Software tem a capacidade de podermos trabalhar e entender o ensino da matemática de uma forma que podemos evitar o contato tradicional, por exemplo, o uso de papel e lápis. Foi criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula. O projeto foi iniciado em 2001, na Universität Salzburg, e tem prosseguido em desenvolvimento na Florida Atlantic University. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Portanto, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes de equações e soluções geométricas de sistemas de

equação do 1º grau, no qual será nosso objeto de estudo na pesquisa. (fonte: [www.wikipedia.org/wiki/GeoGebra](http://www.wikipedia.org/wiki/GeoGebra)).

Podemos definir esse software que:

São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem as propriedades geométricas intrínsecas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento (GRAVINA, 1996, p. 6).

Desta forma podemos observar a importância da utilização desses recursos tecnológicos em sala de aula, proporcionando ao aluno uma melhor visualização geométrica nesses conteúdos estudados com auxílio desse software. Bem sabemos que atualmente os alunos têm uma ferramenta tecnológica que vem a cada dia fazendo parte da sua vida cotidiana, que é o celular, ou melhor, dizendo um computador na palma de sua mão, aproveitando dessa capacidade de manuseio e domínio que os alunos têm, podemos mostrar o surgimento de novos conceitos e novas teorias matemáticas, utilizando essas ferramentas de uma forma adequada para uma melhor aprendizagem, pois podemos dizer que o computador e a junção de novas tecnologias podem ser grandes aliados nesse processo de construção dos saberes dos alunos na educação matemática, fazendo com que o aluno fique motivado, pois no momento que eles tiverem conseguido observar seus resultados utilizando essas ferramentas seu interesse pelo conteúdo estudado irá melhorar cada vez mais, pois ele irá perceber que é capaz de aprender matemática. Segundo GAUDÊNCIO (2000,p.76, apud BAZZO, LOPES, 2009, p.885) ele diz que:

“As principais vantagens dos recursos tecnológicos, em particular o uso de computadores, para o desenvolvimento do conceito de funções seriam, além do impacto positivo na motivação dos alunos, sua eficiência como ferramenta de manipulação simbólica, no traçado de gráficos e como instrumento facilitador nas tarefas de resolução de problemas. A utilização de computadores no ensino provocaria, a médio e longo prazo, mudanças curriculares e de atitude profundas uma vez que, com o uso da tecnologia, os professores tenderiam a se concentrar mais nas idéias e conceitos e menos nos algoritmos”.

O autor nos passa que a principal vantagem em utilizar ferramentas tecnológicas para auxiliar o conceito de funções, é bastante eficaz, pois proporciona aos alunos motivação, no

decorrer das manipulações do software envolvendo o conteúdo, por exemplo, nos traçados de gráficos, facilitando uma melhor visualização na resolução de seus problemas.

De acordo com Valente (1997b; 1998), o computador pode ser utilizado como uma ferramenta potencial, que o professor pode utilizar ao seu favor, como um instrumento facilitador no processo de ensino e aprendizagem, fornecendo a autonomia e estimulando a criatividade do aluno. No entanto, para que isto aconteça, é necessário que o professor assuma o papel de mediador dessa interação entre aluno-conhecimento-computador. Quando não usamos essas tecnologias na escola estamos comprometendo a qualidade do ensino, uma vez que não ocorre transformações, o ensino não se torna dinâmico, o aluno não se sente motivado e esse desestímulo compromete e dificulta o processo de ensino-aprendizagem.

### 3. METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste trabalho quanto aos procedimentos técnicos, foi a pesquisa bibliográfica e a pesquisa experimental. A pesquisa bibliográfica foi de suma importância para aprofundarmos mais sobre o tema escolhido, estudamos tutoriais, livros e artigos sobre o software Geogebra para estarmos aptos a desenvolver e aplicar a oficina. Após este estudo bibliográfico nos reuníamos para discutir uma melhor forma de abordar os conteúdos matemáticos com o auxílio do software Geogebra. Foi uma experiência de muito valor pelo fato que alguns dos bolsistas da equipe iria ministrar uma oficina pela primeira vez utilizando estes recursos tecnológicos em sala de aula.

Quanto aos objetivos, foi caracterizada como descritiva e exploratória, descritiva pelo fato de pretender descrever a visão do aluno no estudo das equações e das inequações utilizando o software Geogebra. E exploratória pelo fato de querer aplicar uma nova metodologia que infelizmente ainda é pouco utilizada na sala de aula, mesmo sendo um software gratuito, leve e de fácil manuseio.

A oficina foi desenvolvida com uma turma de aproximadamente 30 alunos do 2º e 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio do município de Rio Tinto-PB no laboratório de informática da UFPB/Campus IV, o tempo disponível para a realização da oficina foi de aproximadamente 2 horas. O desenvolvimento da oficina ocorreu por etapas, a primeira etapa foi para reunião com os membros da equipe para a escolha do tema, o desenvolvimento e a organização da oficina, observamos também que o tema escolhido era ainda desconhecido por alguns integrantes da equipe, seria uma nova experiência para ministrar tais conteúdos. Assim, o



grupo ficou responsável por aprofundar-se no fundamento da transferência dos conhecimentos e no aprimoramento de seus métodos de ensino.

Em um segundo momento, foi confeccionado um caderno da oficina pedagógica contendo o resumo da proposta da oficina e alguns exercícios extraídos do livro de (DANTE, Luiz Roberto, Projeto Teláris Matemática: Ensino fundamental II 9º ano. 1.ed.São Paulo: editora ática,2012.pp.91-102), para auxiliar e propiciar o êxito do tema exposto.

A terceira fase foi concretizar com a realização da oficina, onde por meio da coordenação do projeto foi decidido que a mesma seria aplicada na Universidade, onde estava sendo realizado o evento, com a participação de alunos do ensino médio. Os bolsistas distribuíram os cadernos de atividades para os alunos, para que assim pudessem resolver os exercícios sugeridos. A apresentação iniciou-se com uma introdução do conteúdo e em seguida, foram mostrados os conceitos e alguns exemplos de forma algébrica. A oficina foi encadeada com a aplicação do software Geogebra, com a finalidade de refazer os exercícios já resolvidos algebricamente, agora com a utilização do software, fazendo com que o aluno tivesse uma maior visualização de forma que viesse facilitar o seu entendimento diante das atividades desenvolvidas. Segue abaixo a figura onde nós monitores auxiliávamos aos alunos:



Figura 1- Laboratório do CCAE – Campus IV

**Fonte: Arquivo pessoal**

#### 4. RESULTADOS E DISCURSÕES

Podemos considerar que nossa oficina pedagógica voltada para tecnologia educacional da educação básica foi bastante motivadora e de grande importância para os alunos, área na qual é pouco explorada nas escolas, e sabendo dessa deficiência por parte da escola nossa equipe ministrou essa oficina no estudo de equações do 2º grau e sistema de equações do 1º grau no software Geogebra.

A importância da realização dessa oficina foi mostrar resultados e métodos educacionais diferenciados que os alunos vivenciam em sala de aula. Após a nossa explanação mostramos aos alunos alguns exemplos de como seria trabalhado esse conteúdo no software Geogebra. Segue abaixo algumas questões trabalhadas pelos alunos no laboratório de informática. Vejamos:

Questão 01. Dada as equações abaixo resolva algebricamente.

a)  $x^2 - 3x - 4 = 0$

b)  $2x^2 - 4x - 2 = 0$

c)  $10x^2 + 6x + 10 = 0$

Questão 02. Agora utilizando as equações acima, resolva geometricamente no software.

Questão 03. O que podemos definir quando os valores de  $\Delta$  forem,  $\Delta > 0$ ;  $\Delta = 0$  e  $\Delta < 0$  observando os resultados no software.

Questão 04. Dado o sistema do 1º grau 
$$\begin{cases} 2x + 4y = 22 \\ x + y = 8 \end{cases}$$
 resolva algebricamente e logo após utilize o software Geogebra para descrever alguns pontos importantes que o software oferece em meio a esse conteúdo.

#### Resultados esperados das atividades.

**Questão 01** - Essa questão foi apenas pra que eles encontrassem as soluções possíveis das equações do 2º grau no modo algébrico.

**Questões 02** - Já nessa questão os alunos começaram os seus primeiros contatos com o software, eles tinham que mostrar soluções geometricamente com o auxilio do Geogebra, e tinha que comparar as respostas algebricamente e geometricamente, onde eles teriam que observar pelo gráfico gerado de cada equação.

**Questão 03** - É uma sequência dos resultados anteriores principalmente da questão 02, pois eles teriam que observar os possíveis valores reais de modo geometricamente e a posição de cada gráfico correspondente a sua equação. Na equação  $x^2-3x-4=0$  eles conseguiram encontrar dos valores distintos, ou seja, o gráfico tocará no eixo da abscissa (eixo x), em dois pontos distintos, veja o gráfico abaixo:

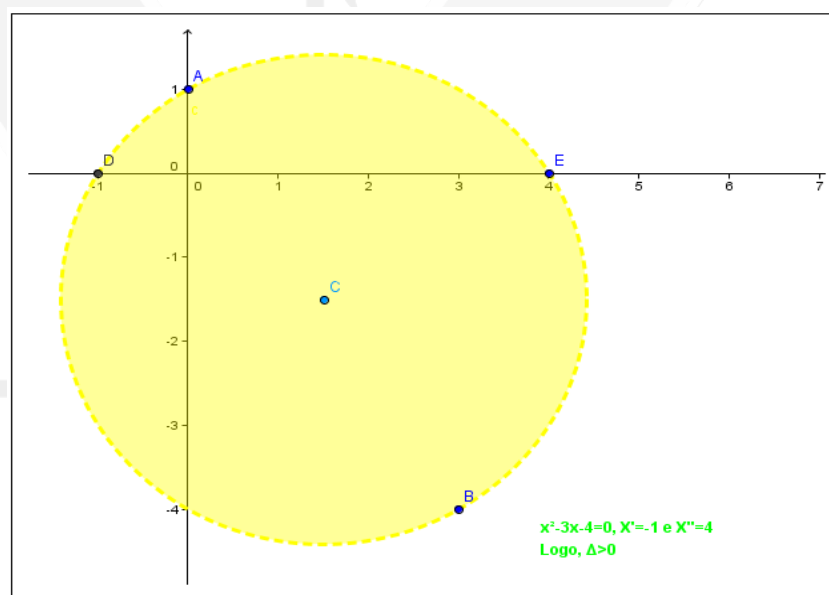


Figura 2- Solução Geométrica da equação  $X^2 - 3X - 4=0$  - No

Geogebra

**Fonte: Arquivo pessoal**

Na letra b, os valores reais encontrados por eles foram único, ou seja,  $x' = x''$ , e geometricamente o gráfico toca apenas em um ponto. Essa questão gerou muita confusão por parte dos alunos, pois quando eles resolveram geometricamente eles encontraram um valor que não coincidia com o ponto de intersecção do gráfico da equação, essa questão foi colocada de propósito para que eles observassem que existe uma regra, em equações quando o valor coeficiente de “ $ax^2$ ” for maior que



um, ou seja,  $ax^2 > 1$ , basta apenas dividi o ponto intersecção do eixo X pela coordenada de x do ponto

A (x,y), ou seja,  $\frac{\text{Ponto de intersecção(eixo X)}}{\text{Coordenada x (ponto A)}} = \frac{2}{2} = 1$ , vejamos o gráfico gerado abaixo.

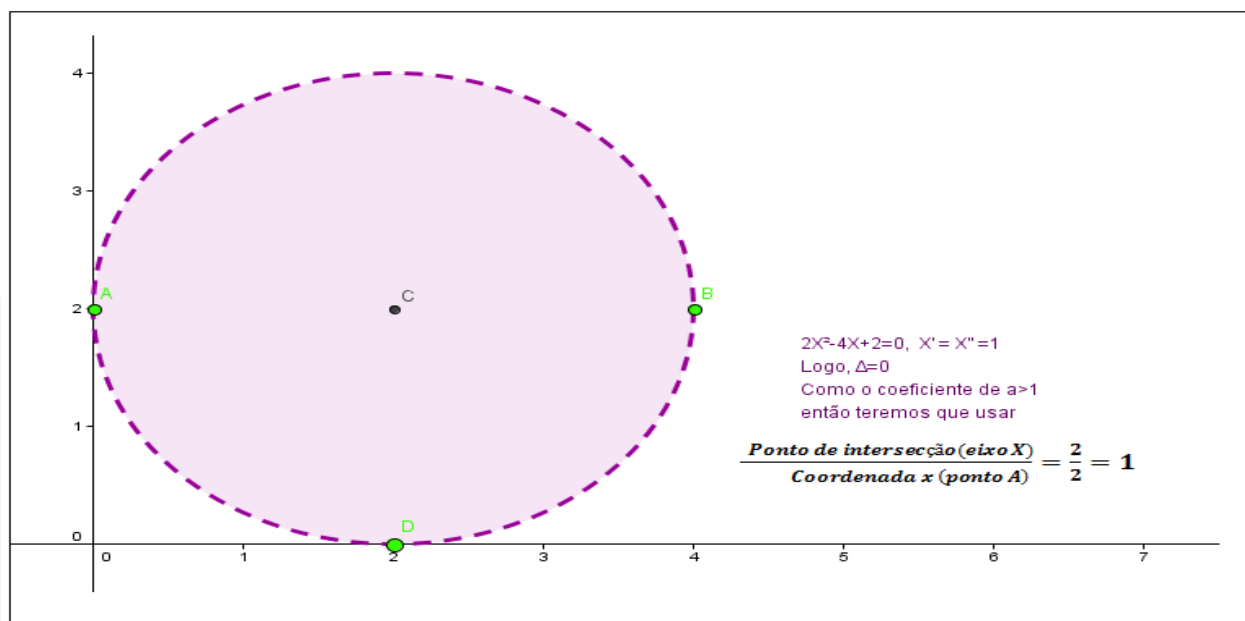


Figura 3- Solução Geométrica da equação  $2x^2 - 4x + 2 = 0$  - No Geogebra

Fonte: Arquivo pessoal

Já na letra c eles não encontraram soluções reais para essa equação. Vejamos essas soluções geometricamente na figura abaixo:

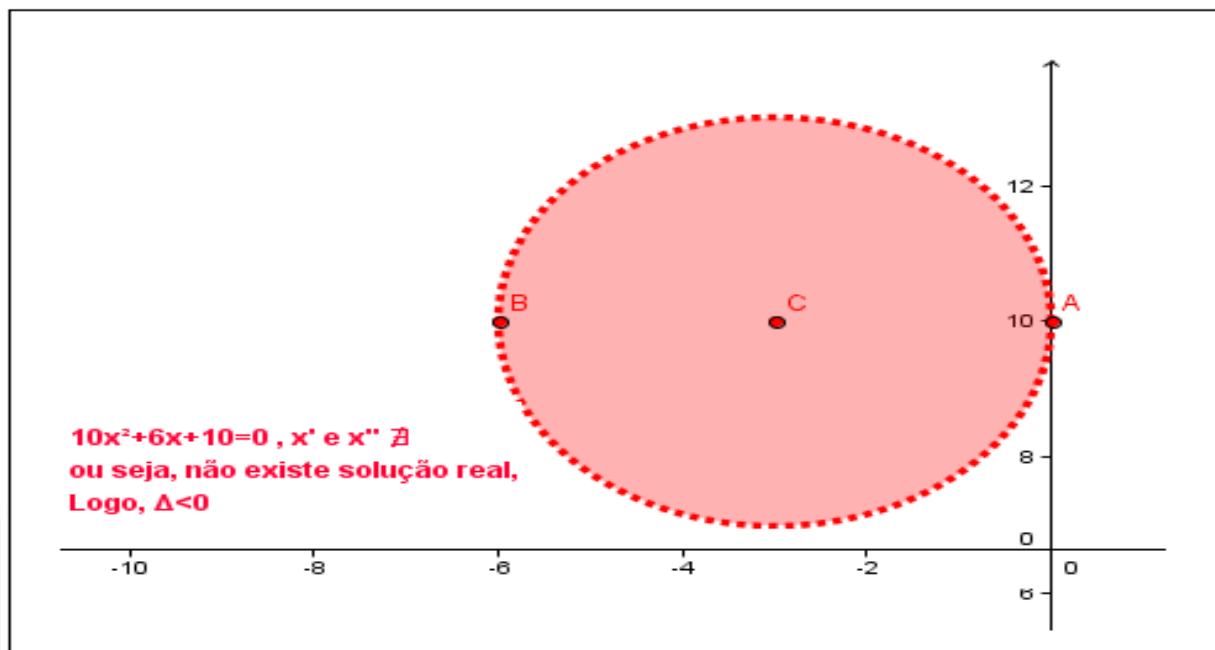


Figura 4- Solução Geométrica da equação  $10x^2 + 6x + 10 = 0$  - No Geogebra

**Fonte: Arquivo pessoal**

**Questão 04** – Também foi de grande importância esse tipo de questão, pois além de explorar o software sobre a respectiva atividade, também discutimos como seria para encontrar o sistema de equação através do gráfico. Vejamos a solução desse sistema abaixo:

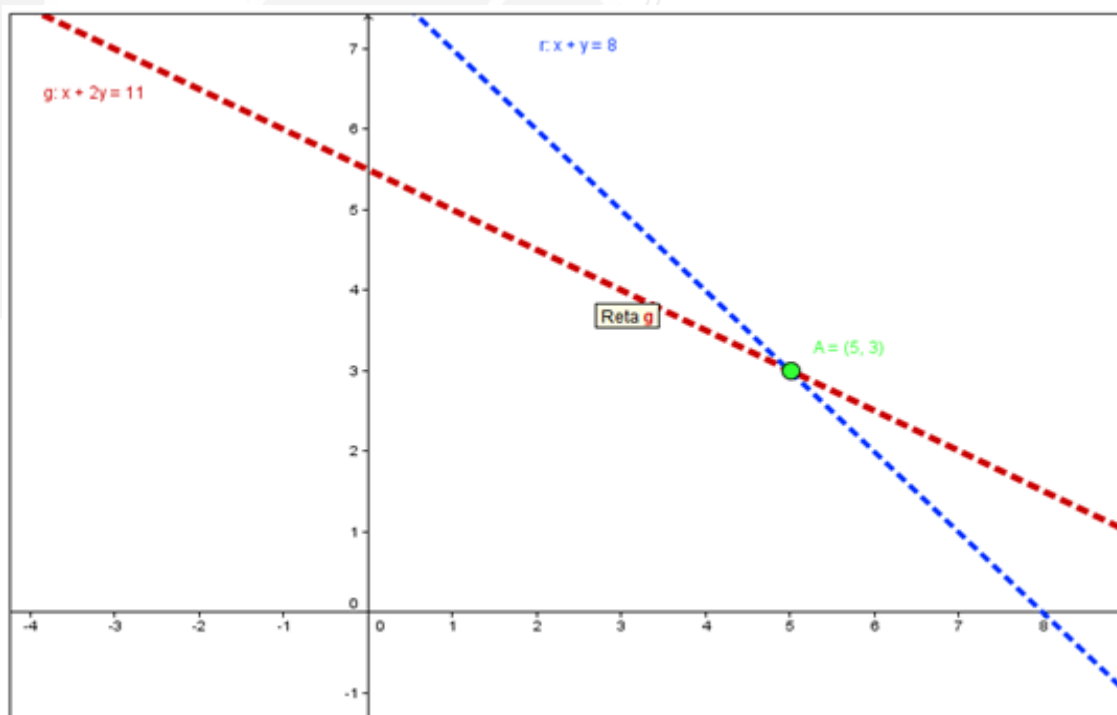


Figura 5- Solução Geométrica do Sistema de Equação  $\begin{cases} 2x + 4y = 22 \\ x + y = 8 \end{cases}$  - No Geogebra

**Fonte: Arquivo pessoal**

## 5. CONCLUSÕES

Ao final da oficina, constatamos que a mesma foi de grande valia, tanto para os alunos quanto por nós. Os alunos vivenciaram um ambiente diferenciado e a maneira que participaram da oficina foi surpreendente, enxergaram a matemática com um olhar investigativo, criativo e dinâmico. E para nós bolsistas, podemos afirmar que a oficina pedagógica desenvolvida foi de suma importância, pois além de observar de perto a vivência dos alunos e professores, foi vivenciada também na prática a rotina de um profissional da educação básica, uma vez que o papel do professor é sempre incentivar, de conhecer o aluno e torná-lo especial, valorizando todos os saberes, introduzir nas suas aulas práticas inovadoras, que tragam a atenção e o interesse dos alunos para a aula, pois ao realizar esta diligência como educador, o professor torna-se um pesquisador de sua própria prática, tendo assim como objetivo buscar melhorias para o ensino.

## 6. REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEE, 1997. p.127.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. **Conselho Nacional de Educação**. Câmara de Educação Básica. Parecer CEB n. 4/98. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/CNE, 1998.

BAZZO, Bruno; C.M. LOPES, Maria - XEPRE III – Encontro Paranaense de Educação Matemática, ISS 2175, p. 885, Paraná, Brasil, 2009.

BOLGHERONI, W; SILVEIRA I. F. Software livre aplicado ao ensino de geometria e desenho geométrico. **Anais do XXVIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação**. Belém do Pará, p.3, 2008.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris Matemática: Ensino fundamental II 9º ano**. 1.ed. São Paulo: editora ática, 2012.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. IN: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, 1996.

IEZZ, G.; MURAVAMI C. **Fundamentos de Matemática Elementos 1**: conjuntos funções. 3.ed. São Paulo: ed. atual,1997.

(Wikipédia, a enciclopédia livre. Em: <[http:// pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra](http://pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra)>. Acesso em: 31 de julho de 2016).

