A IMPORTÂNCIA DO USO EM SALA DE AULA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS PARA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS DE DISTÂNCIA ENTRE UM PONTO E UMA RETA E ÁREA DE UMA REGIÃO TRIANGULAR

Mozart Edson Lopes Guimarães

Aníbal de Menezes Maciel

Universidade Estadual da Paraíba - UEPB - mozart.edson21@gmail.com /anibalmenezesmaciel@gmail.com

Resumo

A Educação Matemática, enquanto área de pesquisa, favorece uma constante busca de novas metodologias de ensino, ou do aperfeiçoamento das existentes, em prol da melhoria do processo de Ensino-Aprendizagem de Matemática em todos os níveis escolares: infantil, fundamental, médio e até mesmo o nível superior. Tal fato se deve, em parte, ao (re)aparecimento e/ou fortalecimento da metodologia de resolução de problemas no âmbito do ensino dessa disciplina. O presente artigo é resultado do início de um estudo sobre a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, elaborada pelo pesquisador Raymond Duval, produzido na disciplina “Ensino-Aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e Médio”, do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, no Semestre letivo 2016.1. Abordamos, de forma embrionária, a problemática da compreensão de conteúdos e conceitos envolvidos nas Situações-Problema, ou simplesmente Problemas, estreitamente relacionadas à interpretação destes e, dentro dos nossos objetivos, refletimos sobre alguns princípios da teoria citada além de apresentarmos um planejamento de aula o qual mostra a importância do uso da Teoria dos Registros de Representações Semióticas para construção de conceitos de Distância entre um Ponto e uma Reta e Área de uma Região Triangular, com ênfase na conversão dos registros de representação, a saber: língua natural, gráfico e forma algébrica, procurando, constantemente, expor o objeto matemático preservado nestas diferentes formas de representação semiótica. Desta forma, pretendemos contribuir com a construção e apreensão dos conceitos envolvidos no conteúdo em questão. E de uma forma geral possibilitar a acesso mais democrático do conhecimento matemático.

Palavras-chave: Matemática. Semiótica. Representação.

1. Introdução

O processo de ensino-aprendizagem, de qualquer disciplina ou conteúdo, só está completo se houver uma propagação e uma recepção de conceitos, as quais propiciem a compreensão do que está sendo apresentado.

Os vários exames nacionais que avaliam os alunos, também, quanto ao nível de conhecimento matemático, a saber: Prova Brasil, Provinha Brasil, ENEM etc, mostram, em seus resultados, que grande parte dos alunos não apreendeu os conteúdos referentes aos respectivos anos escolares.

No entanto, qual seria a causa desse paradoxo, uma vez que os alunos não estão ficando retidos em suas séries? Uma possível causa dentro do ensino de Matemática é que o conceito de compreensão, por parte de professores e alunos, parece estar distorcido.

Segundo Onuchic *apud* Guimarães (2013, p.3), “[...] os alunos deviam aprender Matemática ‘com compreensão’ e deviam ‘entender’ com compreensão, isto é, deviam entender o que faziam” e, para tanto, uma das propostas dessa autora, a ser colocada em prática no ensino dos conteúdos matemáticos, seria a perspectiva da *resolução de Situações-Problema*, ou simplesmente *Problemas*, cujo exercício nessa direção poderia permitir a diminuição da distância entre o objeto matemático e a sua representação.

Tal encurtamento pode ser entendido pelo fato de os problemas sempre estarem presentes no cotidiano das pessoas, trazendo consigo desafios do dia-dia a serem ultrapassados.

Olhando os conceitos "Um problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver" (ONUCHIC *apud* GUIMARÃES, 2013, p.7) e "Um problema é uma situação que para ser resolvida necessita de um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos" (POZO *apud* GUIMARÃES, 2013, p.7), observamos a presença da intenção de se encontrar uma resolução e daquilo que é necessário para que esta seja encontrada.

Assim, conhecendo o problema e o caminho a ser seguido para encontrar sua resolução a partir do uso, não só das representações, mas também dos objetos matemáticos, podemos afirmar que o aluno terá conseguido compreender os conceitos matemáticos apresentados.

Justificamos a afirmação pela ideia de que, para Duval[1] (1993), a compreensão de determinado conteúdo está diretamente ligada à *conversão de registro*, como por exemplo, um aluno ao compreender a Função Afim ele capaz de converter uma tabela em um gráfico, um problema em uma tabela, uma equação em um gráfico etc, além de conseguir extrair informações importantes desses registros, como o fato de que se uma reta está na horizontal implica que seu coeficiente angular é zero.

No ensino atual, alguns professores, talvez por falta de orientação e/ou conhecimento, estão se comportando como meros transmissores de conhecimento e, por sua vez, a maioria dos alunos, como meros receptores, tratando o conhecimento como uma reprodução de algoritmos.

Neste sentido, podemos ainda entender que os problemas atuais, no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, sejam um resquício do movimento da Matemática Moderna, em que:

> [...] o ensino proposto fundamentava-se em grandes estruturas que organizam o pensamento matemático contemporâneo e enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia, etc. Porém toda esta proposta estava longe da realidade dos alunos, principalmente das séries iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998, p. 19).

Fato este que dificultava ainda mais a compreensão por encontramos um alto nível de abstração, “a linguagem estava reduzida a códigos e codificações” (DUVAL, 2013, p.12).

Também é comum nos depararmos com situações do ensino tradicional em que o professor, erroneamente, apresenta os conceitos e depois apresenta um problema na tentativa de verificar se os alunos “entenderam” aquilo que foi apresentado. Os PCNs (1998, p. 40) dizem que “Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações”.

Essa inversão na apresentação de Problemas em sala de aula acaba trazendo consequências ruins para o processo de aprendizagem, pois os alunos vão perder o espaço de *reflexão* para a *reprodução de técnicas*.

---

[1] Raymond Duval, pesquisador francês, filósofo e psicólogo de formação, desenvolve suas pesquisas em psicologia cognitiva desde os anos 1970, oferecendo importantes contribuições para a área de Educação Matemática. Duval foi pesquisador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática – IREM de Estrasburgo, França, de 1970 até 1995. Atualmente, Raymond Duval é professor emérito em Ciências da Educação da *Université Du Littoral Côte d'Opale*, na cidade de Boulogne-sur-mer, e reside na cidade de Lille, norte da França.

Sendo assim, na perspectiva de contribuir com um ensino de Matemática que parta do princípio de termos professores e alunos ativos, colaboradores no processo de ensino e aprendizagem, anunciamos a questão que norteia o nosso trabalho: como ensinar os conceitos matemáticos de *Distância entre um Ponto e uma Reta e Área de uma Região Triangular*, considerando a Teoria Registros de Representações Semióticas.

Para tal, objetivamos, no presente artigo, refletir sobre alguns princípios da teoria citada e apresentar um esquema de aula que mostra a importância do uso em sala de aula da Teoria dos Registros de Representações Semióticas para construção de conceitos de Distância entre um Ponto e uma Reta e Área de uma Região Triangular com ênfase na conversão dos registros de representação, a saber: língua natural, gráfico e forma algébrica, procurando, constantemente, expor o objeto matemático preservado nestas diferentes formas de representação semiótica, assim, auxiliando o discente na construção e apreensão dos conceitos envolvidos no conteúdo em questão.

2. Metodologia

O presente estudo foi desenvolvido e apresentado na disciplina de “Ensino-Aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e Médio” ministrada pelo Programa de Mestrado no Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como uma das formas de avaliação da referida matéria. Refere-se a uma proposta de aula para introduzirmos os conceitos de *Distância entre um Ponto e uma Reta e de Área de uma Região Triangular*, destinado a uma turma de 3º ano do Ensino Médio. Tivemos como base: os fundamentos teóricos de Reymond Duval em relação aos Registros de Representação Semiótica e a metodologia de Resolução de Problemas.

Para tal, elaboramos um planejamento, para ser realizado em duas aulas, dividida em 5 passos, nos quais apresentamos uma forma de abordar o problema proposto e ao mesmo tempo refletimos sobre os procedimentos tomados.

3. Fundamentação Teórica

3.1 O que é Semiótica?

Para melhor entendermos o que trata a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, elaborada por Duval, é necessário compreender a definição de Semiótica. De acordo com Santaella (1994, p. 7), “A Semiótica é a ciência geral de todas as linguagens” e tem por objetivo “[...] o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno como fenômeno de produção de significação e de sentido” (SANTAELLA, 1994, p. 13).

Assim, percebemos que a Semiótica está presente em todas as práticas sociais, produzindo significação e sentido. Com isso, a partir do momento em que os objetos matemáticos abstratos passam a ser observados e manipulados por meio de suas representações, com o intuito de dar um significado e um sentido a esses objetos, adotamos uma linguagem própria, podendo assim, inserir a Matemática dentro do campo da Semiótica.

3.1.2 Alguns aspectos importantes da Teoria dos Registros de Representações Semióticas

A Semiótica é uma ciência ampla, complexa e em construção. Cada um dos modelos de análise dos signos, que a fundamentam, possui características comuns e características específicas.

Para Duval, a particularidade do nível de abstração da Matemática leva os indivíduos a recorrerem a representações de seus objetos para poderem apropriar-se destes. Essas representações, caracterizadas como semióticas, possuem dois diferenciais quando comparados aos "signos[2]". O primeiro é que "[...] elas têm uma organização interna que varia de um tipo de representação semiótica para outra" (DUVAL, 2011, p. 37).

Gráficos, frases, equações, tabelas etc, são exemplos de representações em que podemos claramente observar que suas organizações são diferentes e singulares, enquanto que dois signos podem apresentar mesma estrutura, principalmente por se apresentarem de forma unitária, o que nos leva ao segundo diferencial. As representações são apresentadas como agrupamentos de unidades, em que a ordem na qual são apresentados influencia diretamente no sentido que se pretende transmitir.

Duval defende que a preservação de sentido diante da mudança de representações é consequência da compreensão de determinado conceito. Em contra partida, o *enclausuramento* de registro impede o reconhecimento de um mesmo objeto matemático apresentado em diferentes representações, o que dificulta a compreensão e o alcance do objetivo do ensino da matemática, o qual é descrito como "[...] contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades [...]", referência aos alunos, "[...] de raciocínio, de análise e de visualização" (DUVAL, 2011, p. 11).

Com relação às mudanças de representações, ou transformações, são classificadas como: tratamentos e conversões.

Tratamentos: quando são feitas dentro de um mesmo registro. Exemplo: resolver um sistema de equações utilizando apenas a forma algébrica.

[2] [...] unidades elementares de sentido [...] (DUVAL, 2011, p.37)

Conversões: quando ocorre a mudança de registros. Exemplo: representar graficamente uma expressão algébrica.

Os Tratamentos são as transformações mais utilizadas em aulas de matemática devido à facilidade de visualização no desenvolvimento das ideias. Porém, é a Conversão que conduz a compreensão. A seguir, montamos um esquema de aula em que tratamos a Conversão como um dos fundamentos do processo de resolução do problema apresentado.

4. Resultados e discussão

Existem diversas formas de serem estruturadas aulas de matemática, dentre as quais podemos citar as baseadas na resolução de problemas[3]. Para introduzirmos os conceitos de Distância entre um Ponto e uma Reta e de Área de uma Região Triangular, em uma turma de 3º ano do ensino médio, vamos adotar o seguinte problema:

Problema: João, experiente navegador marítimo, está fazendo uma fiscalização do trabalho de pesca na região de interseção entre o triângulo ABC, cujos vértices tem coordenadas marítimas A(2, 3), B(4, -1) e C(-1, 1), e o primeiro quadrante do plano cartesiano presente no radar de seu navio. Para melhorar seu trabalho e garantir uma divisão igualitária de região entre os funcionários, João precisa encontrar a medida da sua área de intervenção. Como nosso navegador pode encontrar a medida desejada?

A partir do enunciado do Problema, vamos dividir nossa aula da seguinte forma:

Parte 1: Apresentar o *Problema* para os alunos, dando-os um intervalo de tempo com um intuito de deixá-los refletir acerca do que lhes foi apresentado, fazendo sempre o papel de professor mediador.

Esse passo é importante uma vez que propicia uma oportunidade, infelizmente rara em aulas de matemática, de os alunos tentarem encontrar meios de solucionar o problema a partir de conhecimentos prévios.

Parte 2: Debater com os alunos sobre as dificuldades encontradas na busca da resolução do Problema, pois ao criar interações professor-alunos e aluno-aluno, estamos tornando pública a *necessidade* de aquisição de determinados conhecimentos no processo de transpasse de dificuldades.

[3] Segundo Onuchic *apud* Guimarães (2013, p. 7) "Um problema é tudo aquilo que não se sabe fazer mas que se está interessado em resolver" e para Pozo *apud* Guimarães (2013, p. 7) "Um problema é uma situação que para ser resolvida necessita de um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos".

Parte 3: Mostrar as diferentes possibilidades de resolução do Problema, apresentadas pelos alunos, refletindo sobre os acertos e os erros. Dessa forma estaremos disseminando conhecimentos deles mesmos.

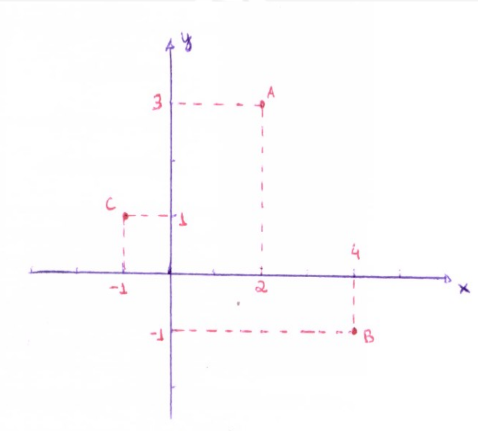
*Parte 4***:** Lançar uma proposta de resolução, seguindo os seguintes procedimentos:

Analisar junto com os alunos os dados do problema, o qual traz como informação inicial "*interseção entre o triângulo ABC, cujos vértices tem coordenadas marítimas A(2, 3), B(4, -1) e C(-1, 1), e o primeiro quadrante do plano cartesiano*".

Sabendo-se que estamos trabalhando com uma turma de 3º ano do ensino médio, pressupõe-se que os alunos tenham conhecimento sobre medida de área de interseção de regiões, conteúdo apresentado no 2º ano do ensino médio. Também temos como pressuposto que os discentes tenham conhecimento sobre o conceito de plano cartesiano, conteúdo apresentado no 1º ano do ensino médio.

Contudo, como primeiro passo da resolução do Problema, vamos fazer uma transformação, conversão, do enunciado (língua natural) para figuras, iniciando pela apresentação de uma representação de plano cartesiano, neste marcando os pontos *A(2, 3), B(4, -1) e C(-1, 1)*, em seguida ressaltando que o Plano Cartesiano nada mais é que a representação geométrica do **produto cartesiano**[4] $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ fazendo, também, uma breve revisão sobre marcação de pontos, como vemos na figura 1

Figura 1: Plano cartesiano

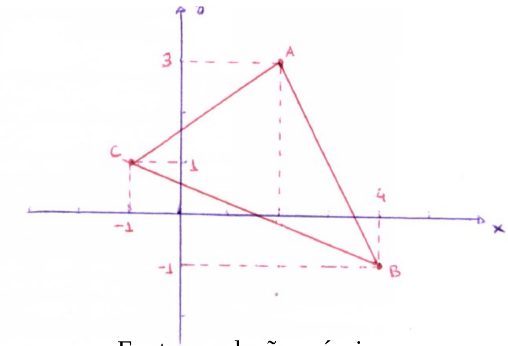


Fonte: produção própria

[4] Guimarães (2013, p.25-28) apresenta definições formais e uma atividade envolvendo Gráficos e Plano Cartesiano.

Por conseguinte, construamos o triângulo de vértices[5] nos pontos *A(2, 3), B(4, -1) e C(-1, 1)* delimitando, assim, a região triangular citada na questão (figura 2).

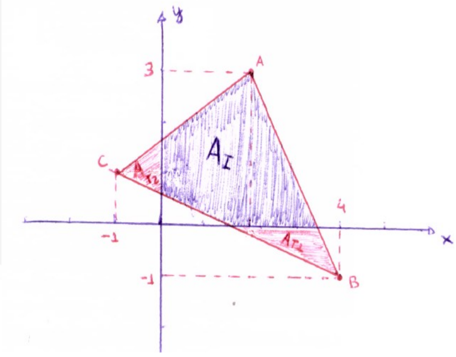
Figura 2: Limites da região triangular



Fonte: produção própria

A partir da Figura 2, com a participação dos alunos, faremos uma hachura na região de nosso interesse, *região de interseção entre o triângulo ABC e o primeiro quadrante do plano cartesiano* (figura 3). É de grande valia chamar a atenção, a cada passo, da importância de saber as conexões entre o que está escrito e as figuras construídas, sempre com foco no objetivo: *João precisa encontrar a medida da sua área de intervenção*.

Figura 3: Região de interseção e regiões triangulares



Fonte: produção própria

Dentro da Figura 3, vamos adotar signos os quais irão representar cada uma das regiões de nosso interesse. Como vamos trabalhar com área, adotamos símbolos que deixam os alunos atentos aos seus significados. Logo, vamos utilizar A_I para área de interseção, A_{T1} e A_{T2} para as áreas triangulares.

[5] Fazer um revisão sobre a definição de Vértices de um triângulo.

Ainda fazendo uso da Figura 3, iremos construir com os alunos a ideia de que se "juntarmos" as três áreas teremos a área do triângulo *ABC*. Transformando a ideia em palavras e as palavras em símbolos matemáticos, chegamos ao seguinte resultado:

$$med(A_I) + med(A_{T1}) + med(A_{T2}) = med(A_T), \qquad \textbf{(I)}$$

sendo utilizado o símbolo med para representar medida.

Desenvolvendo algebricamente a igualdade anterior, com foco na medida da área de interseção, chegamos a:

$$med(A_I) = med(A_T) - med(A_{T1}) - med(A_{T2}). \qquad \textbf{(II)}$$

Até então foram utilizados apenas conhecimentos do 1º e 2º anos do ensino médio. Ao encontrar a equação junto com os alunos, o professor deve questionar como podem ser encontradas as medidas em questão.

Estamos trabalhando com medida da área de uma região triangular, assim vamos mostrar ao aluno que podemos utilizar a fórmula que representa essa medida. Logo,

$$med(A_{T1}) = \frac{base.\,altura}{2}$$

Para A_{T1} a base é o segmento de reta cujos extremos são o ponto de interseção entre o segmento *BC* o eixo *x* e o segmento *BA* e o eixo *x*. A altura é a distância entre o ponto *B* e o eixo *x*. Tais conclusões são mostradas aos alunos por meio da Figura 3.

Porém, surge naturalmente o seguinte questionamento: como encontrar os pontos de interseção citados anteriormente e, consequentemente, a medida da base?

Nesse momento vale lembrar aos alunos que a algumas aulas anteriores foram trabalhados os temas *Interseção entre duas retas* e *Distância entre dois pontos*. Com o conhecimento sobre esses dois conteúdos é possível responder o questionamento anterior.

Mostremos que com os pontos *B* e *C* podemos encontrar a equação da reta a qual contém[6] o segmento *BC*.

Denotemos de *r* a reta a qual os pontos *B* e *C* pertencem[7] e *P* o ponto de interseção de *r* com o eixo *x*. Daí,

---

[6] Podemos dizer que utilizamos a palavra "contém" por se tratar da relação entre dois conjuntos de pontos, a saber: a reta e o segmento de reta.

[7] Podemos dizer que utilizamos a palavra "pertencem" por se tratar da relação entre elementos e conjunto, a saber: os pontos e a reta.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow y = \frac{-2}{5}x + \frac{3}{5}$$

Por estarmos trabalhando com retas é inevitável fazermos a relação com Função Afim. Devemos relembrar aos alunos que a interseção entre uma reta e o eixo *x* é o ponto de coordenada $y = 0$. Assim, *P(1,5;0)*.

Denotemos de *s* a reta a qual os pontos *B* e *A* pertencem e *Q* o ponto de interseção de *s* com o eixo *x*. Daí,

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow y = -2x + 7$$

Assim, *Q(3,5;0)*.

A distância entre *P* e *Q* pode ser encontrada com a aplicação da fórmula entre dois pontos, $d_{PQ} = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2}$. Porém, queremos estimular o uso do raciocínio lógico. Dessa forma, voltando os olhares para Figura 3, façamos os alunos perceberem que o fato dos pontos *P* e *Q* estarem alinhados na horizontal, a distância entre eles é dada simplesmente pelo módulo da diferença entre suas coordenadas *x*. Isto é, $|x_P - x_Q| = 2$. Em seguida, é interessante que seja mostrada a aplicação da fórmula, agora, com algum sentido sobre o valor 2.

Posteriormente, questionamos os alunos quanto o valor da altura do triângulo *BPQ* e apresentemos, na Figura 3, essa altura como a distância entre o ponto *B* e o eixo *x*, sendo exatamente igual ao valor absoluto da coordenada *y* de *B*, ou seja, $d_{Bx} = 1$. É importante ressaltar, junto aos discentes, a notação utilizada para representar a distância entre o ponto *B* e o eixo *x* (reta *x*), d_{Bx}.

Concluindo o cálculo da medida da área A_{T1}, mostremos a mundança dos símbolos presentes na fórmula da $med(A_{T1})$ pelos valores que os representam. Isto é,

$$med(A_{T1}) = \frac{base.altura}{2} = \frac{d_{PQ}.d_{Bx}}{2} = \frac{2.1}{2} = 1\ u.a.$$

De forma análoga, encontramos $med(A_{T2}) = 0{,}325\ u.a.$

Para completarmos a resolução do nosso problema falta-nos apenas encontrar $med(A_T)$. Induzindo os alunos a analisarem a Figura 3 conjuntamente com a expressão algébrica que representa a medida da área de um triângulo, pretendemos chegar à conclusão de que a medida da distância entre o ponto *A* e a reta *r* é igual à medida da altura do triângulo *ABC* em relação ao lado *BC*. Chamando a atenção para o fato de que essa medida é a característica comum à representação algébrica e a representação geométrica.

A partir de uma necessidade, faremos a apresentação da fórmula da distância entre um ponto e uma reta, ficando para um segundo momento a construção, demonstração, desta.

Logo,

$$d_{Ar} = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|-2.2-5.3+3|}{\sqrt{(-2)^2+(-5)^2}} = \frac{16}{\sqrt{29}}.$$

E mais,

$$d_{BC} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(4-(-1))^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{29}.$$

Concluindo o cálculo da medida da área A_T, apresentemos a mudança dos símbolos presentes na fórmula da $med(A_T)$ pelos valores que os representam. Isto é,

$$med(A_T) = \frac{base.altura}{2} = \frac{\sqrt{29}\cdot\frac{16}{\sqrt{29}}}{2} = 8\ u.a.$$

Como a última ação de resolução do problema, mostremos a mudança dos símbolos presentes na fórmula da $med(A_I)$ pelos valores que os representam. Ou seja,

$$med(A_I) = med(A_T) - med(A_{T1}) - med(A_{T2}) = 8 - 1 - 0{,}325 \Rightarrow$$

$\Rightarrow med(A_I) = 6{,}675\ u.a.$

Parte 5: Revisar os principais passos da resolução deixando clara a intenção de desenvolver nos alunos a capacidade de raciocinar, de analisar, visualizar e, principalmente, converter representações semióticas.

5. Considerações finais

Para que tenhamos um eficiente sistema de comunicação, com linguagens que cumpram o seu papel, dependemos da adoção de elementos de representação de objetos, concretos ou abstratos, e da sua organização dentro de estruturas criadas para cumprir determinada função sociocultural, assim produzimos significação e sentido. Dessa forma, fica explícita a necessidade de estudarmos as diversas linguagens, seus elementos e suas estruturas, sendo este o objetivo da Semiótica, ciência que engloba, dentre tantas outras ciências, a Matemática.

Dessa forma, foi com o intuito de darmos início ao estudo das relações entre o processo de Ensino-Apredizagem em Matemática e a Semiótica, representada pela Teoria Registros de Representações Semióticas, que produzimos o presente artigo, o qual trás um Esquema de Aula que serve de instrumento auxiliador do professor mediador em aulas que utilizem Situações-Problema na construção de conceitos matemáticos.

É válido ressaltarmos a importância, transmitida pelo esquema de aula, de serem expostos os objetos matemáticos nas suas mais diversas formas de representação, chamando sempre a atenção dos alunos para preservação de características fundamentais desses objetos. Dessa forma, o discente, além de compreender melhor a função destes, terá a consciência de possuir instrumentos os quais podem ajudá-lo na resolução de Situações-Problema, fato este que torna o conhecimento democraticamente acessível.

Salientamos, também, que as apresentações dispostas no decorrer do texto estão em suas formas simplificadas, para aqueles que pretendem se aprofundar nos temas abordados sugerimos a leitura de fontes mais específicas.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais, Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental, matemática. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF. 2002. Disponível em
< http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em 28 em agosto de 2016.

DUVAL, Raymond. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. Org. Silvia Dias Alcântara Machado. – 8ª Ed. – Campinas, SP: Papirus, 2011 (Coleção Papirus Educação).

______. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. In: **RPEM**, v. 2, n. 3, Campo Mourão Pr: jul. - dez., 2013.

______. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Org. Tânia M. M. Campos. [tradução Marlene Alves Dias] Raymond Duval. – 1ª Ed. – São Paulo: PROEM, 2011.

GUIMARÃES, M. E. L. **O computador em sala de aula: ensino e aprendizagem de funções através de resolução de problemas**. TCC (PROFMAT). UFCG: Campina Grande PB, 2013.