

ENSINO DE CÁLCULO INTEGRAL VIA SOFTWARE GEOGEBRA NA ANÁLISE DO PARADOXO MATEMÁTICO DA TROMBETA DE GABRIEL

RESUMO

Esse artigo apresenta o uso de Recursos Didáticos e Educação Matemática no Ensino Superior, ao utilizar-se do Software GeoGebra, versão 5.0, para construir gráficos em três dimensões. Entende-se o papel da Educação Matemática como aquele voltado para o desenvolvimento curricular e sua relação com as atividades docentes de ensino. O uso do Software permitiu uma atividade de ensino com maior significado, pois permitiu a compreensão do paradoxo da Trombeta de Gabriel através do cálculo de Integrais impróprias. A Trombeta de Gabriel foi criada pelo físico e matemático italiano Evangelista Torricelli (1608 – 1647), sendo chamada também de trombeta de Torricelli, trata-se de uma superfície de revolução que se obtém girando a curva $y=1/x$, com $x \in [1, \infty[$, em torno do eixo das abscissas. A integral imprópria é o limite de uma integral definida quando o intervalo de integração é infinito, ou seja, se aproxima de menos ou mais infinito. Em alguns casos, os dois lados do intervalo se aproximam desses limites. A metodologia de pesquisa consiste em uma investigação bibliográfica, da aplicação de integrais impróprias para encontrar a área de superfície e volume e da construção do sólido por meio do Software GeoGebra, versão 5.0, para gráficos em 3 dimensões. Os resultados do estudo mostram o sólido gerado via software matemático e que tal construção tem a característica de possuir uma superfície com área infinita que possui um volume finito, ou seja, um paradoxo e indica que um dos principais objetivos da Educação matemática consiste na busca pela qualidade no ensino /aprendizagem em matemática, sobretudo na importante relação professor-aluno na busca pelo saber matemático.

Palavras Chaves: educação matemática, metodologia de ensino, integral imprópria, área infinita, volume finito.

1. INTRODUÇÃO

A Trombeta de Gabriel, ou a Trombeta do Anjo Gabriel, ou ainda a Trombeta de Torricelli é uma figura geométrica que apesar de ter uma superfície infinita tem um volume finito. Descoberto por pelo físico e matemático italiano, Evangelista Torricelli (1608 – 1647) (FLEMMING, 2007).

A Trombeta de Torricelli, trata-se de uma superfície de revolução que se obtém girando a curva $y=1/x$, com $x \in [1, \infty[$, em torno do eixo das abscissas. A integral imprópria é o limite de uma integral definida quando o intervalo de integração é infinito, ou seja, se aproxima de menos ou mais infinito (para evitar a assíntota em $x = 0$), e rodando em três dimensões em torno do eixo x (FLEMMING, 2007).

Esse artigo apresenta e explica o paradoxo da Trombeta de Gabriel através do cálculo de Integrais impróprias.

A metodologia de pesquisa consiste em estudo exploratório (GIL, 2002) e uma investigação bibliográfica sobre a Educação Matemática e sobre o sólido em estudo, da aplicação de integrais impróprias para encontrar a área de superfície e volume e da construção do sólido por meio do Software GeoGebra, versão 5.0, para gráficos em três dimensões. O software foi baixado em <https://www.geogebra.org/download>

A pesquisa propõe-se ao uso do GeoGebra, software matemático que reúne geometria, álgebra e cálculo, como objeto de estudo, para propiciar ao aluno uma nova metodologia de ensino que vise uma maior aprendizagem, como orienta a Educação Matemática.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Educação Matemática é definida por Bicudo e Guarnica (2002) como:

A Educação Matemática seria, então, o campo propício para o estabelecimento de uma postura crítica em relação à Matemática e seu estilo, contrapondo-se à esfera da produção científica de Matemática, campo de uma postura técnica tendencialmente conservadora quanto ao ensino e aprendizagem. Vislumbra-se o destino crítico da Educação Matemática por um dinamismo que lhe é próprio, quer na aceitação de metodologias alternativas (BICUDO & GUARNICA, 2002, p. 71).

Os autores propõem o uso de novas metodologias. No presente estudo aplicou-se o uso de softwares matemáticos no ensino de Matemática para o nível superior, inclusive porque o papel da Educação Matemática é aquele voltado para o “desenvolvimento curricular e sua relação com as atividades docentes de ensino”, ampliando as definições anteriores como afirma Guimarães (2003, p. 275).

Fiorentini (1995, p. 02) concorda com Guimarães ao indicar como principal objetivo da Educação matemática a busca pela qualidade, de forma não imediata ou direta, como diz do ensino /aprendizagem em matemática, sobretudo na importante relação professor-aluno na busca pelo saber matemático.

Em síntese pode-se entender a Educação Matemática como um campo de estudo multidisciplinar que propõe uma maior interação entre o conhecimento matemático, os alunos e o professor para o desenvolvimento e otimização dos modos de apropriação desse saber (saber matemático) de forma crítica e emancipadora.

2.2 TROMBETA DE TORRICELLI OU GABRIEL

Toricelli, além de ser famoso por sua diversidade de descobertas, incluindo o barômetro, fez uma descoberta de um sólido infinitamente longo, agora chamado de Trombeta de Gabriel. A Trombeta de Torricelli, trata-se de uma superfície de revolução que se obtém girando a curva $y=1/x$, com $x \in [1, \infty[$, em torno do eixo das abscissas (FELIMMING, 2007).

O paradoxo da Trombeta de Gabriel foi elaborado antes da existência de cálculo integral. Com a Integral imprópria é possível encontrar áreas da superfície e o volume desse sólido, conforme passo a passo, a seguir (FLEMMING, 2007).

1º passo: Integral para encontrar o Volume (V).

$$V = \int_1^a \pi f(x)^2 dx = \int_1^a \pi \left(\frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^a \frac{dx}{x^2} = \pi \left(1 - \frac{1}{a}\right)$$

2º passo: Integral para encontrar a Área (S).

$$S = \int_1^a 2\pi f(x) dx = \int_1^a 2\pi \frac{1}{x} dx = 2\pi (\ln a - \ln 1)$$

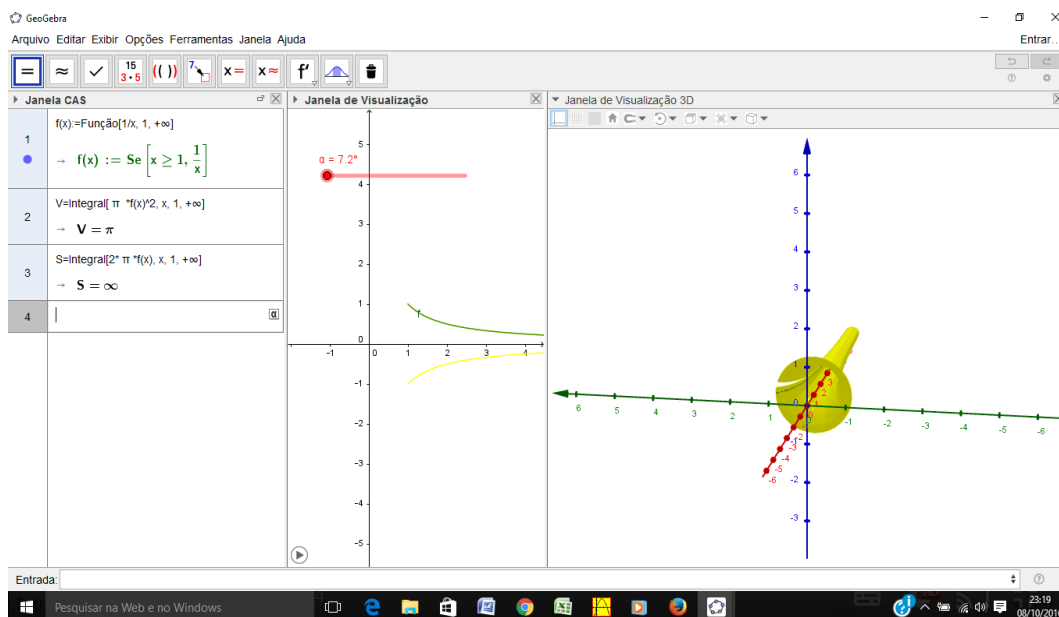
Se a tende ao infinito, o volume é finito, e se a se aproxima do infinito, a superfície é infinita.

3. RESULTADO

3.1 O PARADOXO DA TROMBETA DE GABRIEL

O papel da Educação Matemática voltado para o desenvolvimento das atividades docentes de ensino motivou o uso de software para o Ensino de Integrais, assim os cálculos feitos pelo Geogebra mostraram que tal construção tem a característica de possuir uma superfície com área infinita que possui um volume finito, ou seja, um paradoxo. A Figura apresenta a Trombeta de Gabriel e os cálculos feitos

Figura 1. Trombeta de Gabriel no software Geogebra



Este objeto tem levado a um paradoxo interessante, como mostra a figura 1, pois tem volume finito e área de superfície infinita.

3.2 O GEOGEBRA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

O Geogebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para Educação Matemática nas escolas, sendo um Software matemático gratuito que reúne geometria, álgebra e cálculo e está escrito na linguagem *Java*, em código aberto e funciona em qualquer plataforma (*Microsoft Windows*®, *Linux*, *Macintosh*®, etc). Esta multiplataforma permite a todos experimentar as percepções extraordinárias que a matemática permite. A versão 5.0 do programa permite trabalhar com geometria em três dimensões.

O uso do software na prática da Educação Matemática visa trazer qualidade no ensino /aprendizagem, sobretudo na importante relação professor-aluno na busca pelo saber matemático. Seu uso em aulas da licenciatura em Matemática permitiram um maior dinamismo e a compreensão sobre a teoria envolvendo os sólidos de revolução, as integrais definidas e integrais impróprias e um maior entendimento sobre o cálculo do V (volume) e da S (área) do sólido.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados do estudo mostram o sólido gerado via software matemático e que tal construção tem a característica de possuir uma superfície com área infinita que possui um volume finito, ou seja, um paradoxo, além disso, os conceitos de integrais impróprias e o uso adequado do software de construção de gráficos podem proporcionar aos alunos um maior e diferente aprendizado, como propõe a Educação matemática, pois amplia o entendimento geral do paradoxo da Trombeta de Gabriel, através do cálculo de Integrais impróprias. O estudo indica que A Educação matemática tem como um dos principais objetivos a busca pela qualidade no ensino /aprendizagem em matemática, sobretudo na importante relação professor-aluno na busca pelo saber matemático.

5. REFERÊNCIAS

BICUTO, Maria A . Viggiani, GUARNICA, Antonio V. Marafioti. Filosofia da educação Matemática, Belo Horizonte, Autêntica, 2002.

FLEMMING, Diva Marília. CÁLCULO A: Funções Limites Derivação Integração. Ano 2007. Editora. Pearson. Ed. 6.

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o Ensino da Matemática no Brasil. Campinas/SP. In: Revista Zetetiké, ano 3, n 04, 1995.

GUIMARÃES, Henrique M. Ensinar matemática: concepções e práticas. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 1993. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 1988.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4.ed. São Paulo: Atlas, 2002.