



CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS UTILIZANDO RÉGUA E COMPASSO: UMA PROPOSTA EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA

Eduardo Gomes Lopes; Anderson Rodrigo Oliveira da Silva; Thiago Olímpio Silva;

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco - Campus Pesqueira;
eduardo.glopes18@gmail.com; ander.rodrigosl@gmail.com; thiagoolimpio77@gmail.com;*

Resumo: Este trabalho apresenta conceitos de uma proposta didática utilizando régua e compasso como recursos didáticos, com o propósito de despertar no aluno motivação por meio de mecanismos dinamizadores do pensamento lógico dedutivo, uma vez que a relevância desses conhecimentos é refletida tanto no ponto de vista prático quanto do aspecto instrumental na organização dos mesmos. Para isso, procuramos explicitar a aplicação das construções, utilizando uma linguagem simples, detalhando passo a passo a construção de cada figura. Nossos conhecimentos acerca das construções geométricas se apoiam nos estudos de Wagner e Carneiro (1993) e Rezende e Queiroz (2008). Baseamos nossa atividade nas recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (2000) e nas teorias psicológicas construtivistas de Vygotsky (1998). Nosso objetivo é abordar conceitos fundamentais da geometria plana ao decorrer das construções efetuadas, em função disso esperamos despertar no estudante o interesse pela matemática.

Palavras-chave: Construções Geométricas, Geometria Plana, Resolução de Problemas, Régua e Compasso.

INTRODUÇÃO

Os recursos didáticos envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Destacamos instrumentos que servem como ferramentas didáticas para a Matemática, bem como servem de aplicações para exemplificar assuntos de difícil entendimento para maioria dos alunos. Tratando-se de Matemática existem vários instrumentos, mas deste vasto "arsenal" destacamos dois: a régua e o compasso.

Utilizaremos estas ferramentas como recursos didáticos nas resoluções de problemas propostos de construções geométricas, em que o aluno, ao resolvê-los alcance aprendizado de diversos assuntos relacionados à Geometria, e ainda no decorrer do processo faça o uso das propriedades inerentes ao ensino da Geometria na resolução dos respectivos problemas. Na atividade de construções geométricas com régua e compasso há uma boa possibilidade de inovar a abordagem da disciplina em sala de aula, e gerar uma interação entre os alunos, que poderão também trabalhar em grupos.



Segundo Wagner e Carneiro (1993), os problemas de construções geométricas são envolventes e estimulam à descoberta de novas propriedades.

Cada problema proposto tem seu modo específico de se resolver e no decorrer de uma atividade proposta as construções utilizadas tendem a aumentar seu grau de dificuldade, pois é natural a elevação do nível dos problemas. Para o início da resolução o aluno terá que interpretar e assim usar adequadamente as ferramentas geométricas para concluir sua construção, e posteriormente sua solução.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), o estudo da Geometria é um campo proveitoso para trabalhar situações-problemas sendo um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas colabora para a aprendizagem de números e medidas, pois incentiva o aluno a observar, perceber similitude e diferenças, identificar regularidades etc.

Os problemas de Geometria fazem com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria. Mesmo que os conteúdos geométricos propiciem um campo fecundo para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade não deve restringir-se apenas a esses conteúdos.

Sendo assim, nossa proposta de atividade é de utilizar as propriedades geométricas que são inerentes ao procedimento de se construir geometricamente alguns entes elementares da Geometria Plana, tais como as posições entre as retas, os pontos notáveis de um triângulo (baricentro, circuncentro, incentro, ortocentro), entre outros. Em nosso estudo procuramos explicitar a aplicação das construções geométricas no ensino de Geometria Plana. Objetivamos com a metodologia apresentada neste trabalho que os alunos possam aprender e desenvolver conceitos da Geometria Plana. Acreditamos que os processos utilizados nessa proposta de atividade podem ser utilizados como uma alternativa no ensino de Geometria Plana para o Ensino Médio.

As Construções Geométricas na História

As construções geométricas com régua e compasso já aparecem no século V a.C. e tiveram grande importância no desenvolvimento da Matemática grega. Havia dificuldades nas medidas das grandezas, pois na época a palavra número era somente utilizada para representar os inteiros, já uma fração era considerada uma razão entre números. Era de fato complicado de entender a noção de número naquela época.

A noção de número real estava muito longe de ser criada, era necessário um conceito novo de representação numérica. “Por volta do ano 300 a.C., com Euclides, as grandezas passaram a ser associadas a segmentos de reta e, então, eram ‘construídas’, no lugar de serem calculadas ou medidas” (REZENDE; QUEIROZ, 2008, p.123). Essa ideia é a mesma que dizer que todo número real x positivo está relacionado a um segmento de reta, hoje visualizamos da seguinte forma:

Figura 1: Número real x moderno.



Fonte: Própria.

A mesma representação era representada antigamente da seguinte forma:

Figura 2: Número real x antigo.



Fonte: Própria.

Dessa forma, calcular nos dias de hoje era sinônimo de construir antigamente, mas as dificuldades são as mesmas. Com o uso da régua e compasso, os gregos realizaram uma grande quantidade de construções geométricas, e solucionaram diversos problemas geométricos, tais como: traçar por um ponto P uma perpendicular a uma reta r , traçar por um ponto P uma reta paralela à reta r , traçar uma mediatriz a um segmento AB , traçar a bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$, traçar por um ponto P as tangentes a circunferência α , entre outras.

As construções geométricas na maior parte de seus problemas utilizam-se de outras construções para que o indivíduo efetue sua resposta, pois cada construção é seguida de várias outras no progresso para que possa efetuar/desenvolver/chegar à construção principal. Pois é essencial para o desenvolvimento das soluções, que o indivíduo saiba as construções elementares principais, assim possibilita que ele não sinta dificuldade em responder os problemas propostos a ele.

METODOLOGIA

A atividade aqui descrita foi idealizada para a aplicação em uma turma de 1º ano do Ensino Médio.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) em matemática, a aprendizagem desta está ligada a compreensão e apreensão do seu significado, isto é, para o

aluno as conexões que ele estabelece entre a matemática e as demais disciplinas, entre a matemática e o meio cotidiano.

Utilizando recursos didáticos para o ensino de geometria plana, como a régua e o compasso, só tende a favorecer a aprendizagem a partir da “essência” das construções, propomos atividades didáticas para serem utilizadas/realizadas em sala de aula que fogem do rotineiro exercício de fixação. Sugerimos que cada atividade seja iniciada com uma conversa, para que assim o professor avalie o que e quanto os alunos conhecem a respeito do conteúdo e do grau de interesse pelo trabalho.

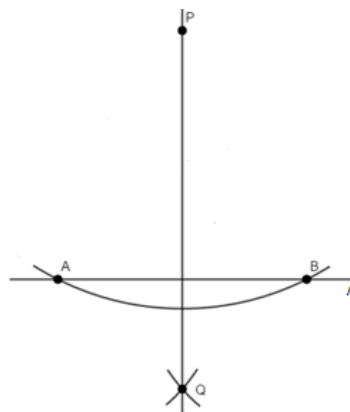
Recomendamos uma abordagem durante a aplicação das seguintes atividades baseada em Vygotsky (1998), respeitando um dos princípios do construtivismo de acordo com o autor supracitado, no qual o professor trabalha apenas como mediador, incita a construção do conhecimento através da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) oferecendo situações nas quais o aluno é convidado a atualizar criatividade, intuição, organização, entre outros. Contribuindo assim para a construção do conhecimento e não apenas uma mecanização na manipulação dos conceitos.

Atividade 1: Primeiras construções.

Para esta atividade, com o propósito de familiarizar os alunos com o assunto, intuímos a construção com régua e compasso de dois problemas básicos, que são: 1) Traçar por um ponto dado uma reta perpendicular a uma reta dada, e 2) Traçar por um ponto dado uma reta paralela a uma reta dada.

Para resolver o primeiro, seja P um ponto dado fora de uma reta r dada. A construção é a seguinte: com o compasso centrado em P trace uma circunferência qualquer cortando a reta r nos pontos A e B , como mostra a figura a seguir.

Figura 3: Reta Perpendicular.

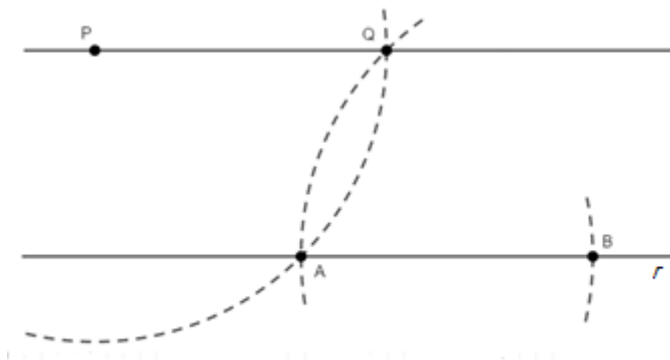


Fonte: Própria

Em seguida desenhamos dois arcos de circunferência de mesmo raio, com centros em A e B, determinando na interseção o ponto Q. A reta PQ é perpendicular à reta r e a justificativa é simples. Como $PA = PB$ e $QA = QB$, a reta PQ é mediatriz¹ de AB, e portanto, é perpendicular à reta r, e assim o problema está resolvido.

Para resolver o segundo problema, seja P um ponto dado fora de uma reta r dada. A construção é a seguinte. Traçamos três circunferências com mesmo raio: a primeira com centro em P cortando a reta r em A; a segunda com centro em A cortando a reta r em B e a terceira com centro em B e cortando a primeira circunferência em Q, como mostra a figura a seguir.

Figura 4: Reta Paralela.



Fonte: Própria

A reta PQ é paralela à reta r e o problema e a justificativa é simples. Da forma como foi feita a construção, PABQ é losango e, portanto seus lados opostos são paralelos, e assim o segundo está resolvido.

Atividade 2: Fixando Conceitos.

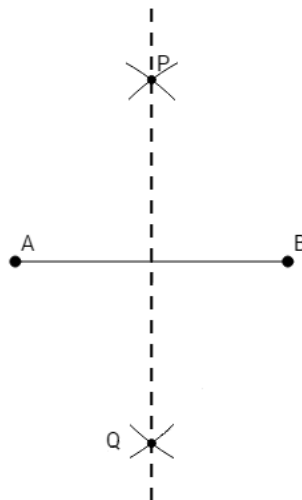
Para fixar um conteúdo mais presente no cotidiano escolar dos discentes, e pertencente à grade programática de conteúdos do 1º Ano do Ensino Médio, e para explicar conceitos secundários propomos a construção de dois problemas, que são: 1) Construir a Mediatriz do segmento AB; e 2) Construir a Bissetriz² de um ângulo $A\hat{O}B$ dado.

Para resolver o primeiro problema, prosseguimos da seguinte forma: tomemos o compasso, com uma abertura qualquer e maior que a metade do segmento AB, descrevemos duas circunferências de mesmo raio, um com centro em A e outro em B. Sejam P e Q pontos de intersecção, respectivamente, como mostra a figura a seguir.

¹ Mediatriz é o lugar geométrico dos pontos que equidistam de dois pontos A e B distintos.

² Bissetriz é o lugar geométrico dos pontos que equidistam de duas retas concorrentes e, por consequência, divide um ângulo em dois ângulos congruentes.

Figura 5: Mediatriz.

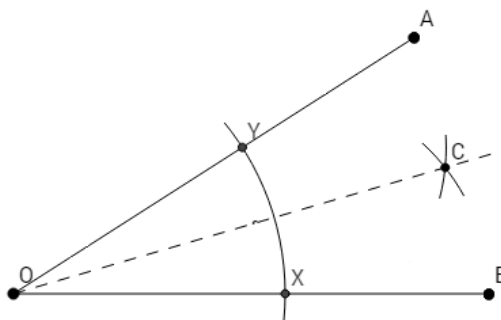


Fonte: Própria

A reta PQ é a mediatriz do segmento AB, e a justificativa é a seguinte: pela construção, o quadrilátero APBQ é um losango, e por definição, suas diagonais AB e PQ são perpendiculares e encontram-se em seus pontos médios.

Para resolver o segundo, traçamos uma circunferência com centro em O e raio r arbitrário, determinando os pontos X e Y nos lados do ângulo, respectivamente. Em seguida descrevemos duas circunferências de mesmo com centro em X e Y, tomamos C com um dos pontos de intersecção, como mostra a figura a seguir.

Figura 6: Bissetriz.



Fonte: Própria

A semi-reta OC é a bissetriz do ângulo \widehat{AOB} , e a justificativa é simples. Pela construção que foi feita, os triângulos OXC e OYC são congruentes pelo caso (LLL) e, portanto $\widehat{X\hat{O}C} = \widehat{C\hat{O}Y}$.

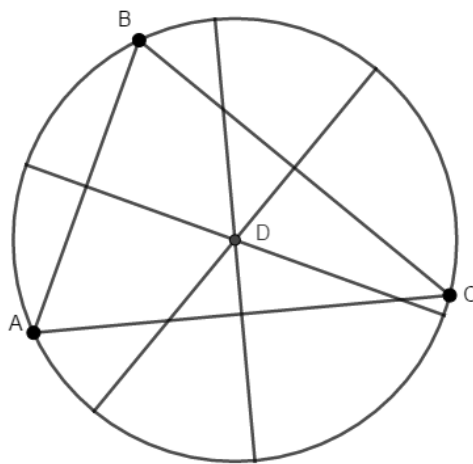
As próximas duas atividades envolvem a aplicação de conceitos aprendidos nas atividades 1 e 2.

Atividade 3: Construir o círculo circunscrito a um triângulo.

Esta atividade foi retirada do livro Construções Geométricas de Wagner e Carneiro (1993, p. 21).

Para resolver o problema, procederemos da seguinte forma: 1) Seja ABC um triângulo dado, tracemos as mediatrizes (Atividade 2) de seus lados AB, AC e BC. Seja D a interseção das mesmas, portanto, o ponto D é o circuncentro³ do triângulo ABC; 2) Tomemos o compasso, com a abertura em um dos vértices, por exemplo o vértice A, até o ponto D, o círculo formado pelo raio AD é o círculo circunscrito ao triângulo ABC.

Figura 7: Círculo circunscrito a um triângulo.



Fonte: Própria

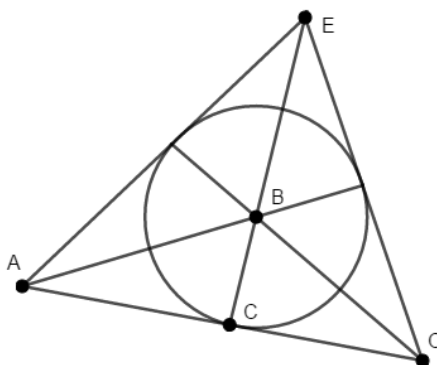
Atividade 4: Construir o círculo inscrito em um triângulo.

Para resolver o problema, procederemos da seguinte forma: 1) Seja AEO um triângulo, tracemos as bissetrizes (Atividade 2) de seus ângulos $\hat{A}EO$, $\hat{E}OA$ e $\hat{O}AE$. Seja B a interseção das mesmas, portanto, o ponto B é o incentro⁴ do triângulo AOE; e o ponto C interseção de uma das bissetrizes do triângulo AEO com um de seus lados, no caso, a bissetriz $\hat{A}EO$ com o lado AO. 2) Tomemos o compasso, com a abertura no ponto B até o ponto C, o círculo formado pelo raio BC é o círculo inscrito ao triângulo AOE.

³ O Circuncentro é a interseção das mediatrizes dos lados de um triângulo.

⁴ O incentro é o ponto de interseção das bissetrizes dos ângulos de um triângulo.

Figura 8: Círculo inscrito a um triângulo.



Fonte: Própria.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Espera-se assim que, através das construções geométricas elementares, os alunos possam fazer uma abordagem mais profunda da utilização das propriedades da Geometria Plana e gerar aprendizagem acerca de tais assuntos, uma vez que irão construir ao invés de apenas fazer cálculos e resolução de questões. Levando-se em conta que o projeto não foi aplicado em sala de aula, não temos como mensurar as dificuldades encontradas por parte dos alunos na execução desse trabalho. Aguardamos a aplicação do mesmo para validamos o modelo matemático apresentado, encerrada esta metodológica, pode-se deixar um precedente para uma retomada e possível melhoria do modelo.

Com a utilização das construções geométricas como elemento da resolução de problemas pode proporcionar aos alunos uma visão diferente acerca dos temas e conteúdos que seus professores abordam em sala de aula. O que propicia desenvolver os conteúdos propostos com um processo mais elaborado, com um nível de dificuldade maior do que as formas que anteriormente possam ter sido utilizadas. A atividade ainda propõe promover aos alunos uma interação com seus colegas, e gerar uma discussão acerca do método usado na resolução dos problemas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Constata-se que com as referentes construções elementares de alguns entes geométricos, pode-se, a partir delas, desenvolver construções mais elaboradas. Evidencia-se que as construções geométricas mais elementares podem se tornar essenciais nos processos de



aprendizagem da Geometria Plana, pois nesse propósito se utilizou das propriedades geométricas para cada processo de resolução.

O estudo da Geometria Plana às vezes pode se tornar um pouco difícil, pois a maioria dos alunos não tem interesse na mesma. Mas usando alguns recursos didáticos, como a régua e compasso, propostos até então, sugere-se criar uma nova atmosfera em torno do ensino. Um ambiente em que os alunos despertem cada vez mais interesse neste assunto, haja vista que as construções geométricas servirem como parte importante no estudo das propriedades geométricas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 2000.

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. - Brasília: MEC/SEF, 1998.

REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de. **Geometria Euclidiana Plana e construções geométricas**. 2. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2008.

WAGNER, E.; CARNEIRO, J. P. Q. **Construções Geométricas**. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1993. 110p. (Coleção do Professor de Matemática)

VYGOSTKY, L.S. **A formação social da mente**. 6ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.