



O USO DE TECNOLOGIAS COMO ALTERNATIVA DE ENSINO PARA A MATEMÁTICA: CONSTRUÇÃO GRÁFICA DE CURVAS PLANAS PARAMETRIZADAS NO WINPLOT

Francinette Mendes Lopes; Girlene Rodrigues Florentino; Bruno Lopes de Oliveira da Silva

Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) – Campus Pesqueira; francinnettemendes04lopes@gmail.com; girleane.2011@live.com; bruno.lopes@pesqueira.ifpe.edu.br

Resumo: Este trabalho tem por objetivo apresentar as experiências vivenciadas durante a aplicação do minicurso “Parametrizando Curvas Planas e Fazendo Gráficos Animados no Winplot”, realizado nas dependências do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) Campus Pesqueira, durante a realização do VII Pluri Pesqueira. O público alvo do minicurso foram os licenciandos dos cursos de Matemática e Física do campus e professores da educação básica, a proposta consistia em familiarizar o estudante com o software Winplot e resgatar um pouco da rica história do estudo de cinco curvas famosas e importantes para a Matemática, Física e Engenharias. Embasados Eves (2004), Simmons (1988), Torres (1999) e Ferretto (2003) foram apresentadas, os aspectos históricos das curvas parametrizadas sendo elas: a cicloide, a curva de Agnesi, a cissóide de Diócles, a astróide e o caracol de Pascal. Distribuímos para os participantes um material contendo orientações para a parametrização das curvas planas e o passo a passo para a construção das curvas no Winplot. Devido às dificuldades de ensino da Matemática, ocorrem necessidades de novos métodos de ensino, a utilização dos recursos computacionais para o ensino e aprendizagem da matemática emerge como uma possibilidade de diminuir essas dificuldades. Durante o minicurso os estudantes se mostraram muito interessados com a manipulação do Winplot é sua possível aplicação de ensino na educação básica.

Palavras-chave: Parametrização, Curvas Planas, Winplot, Tecnologias de ensino.

INTRODUÇÃO

As inovações tecnológicas na contemporaneidade são uma característica marcante na nossa sociedade, elas permitem a exploração e o surgimento de meios alternativos para educação e, em especial para o ensino e aprendizagem de matemática. Nesse sentido que tipo de atividades matemáticas pode ser explorado na educação a partir dessas inovações? São muitas as possibilidades que podem ajudar os professores a tornar o ensino da Matemática atrativos para os alunos.

Dentro desta perspectiva, apresentamos então as experiências vividas durante a aplicação do minicurso “*Parametrizando Curvas Planas e Fazendo Gráficos Animados no Winplot*” realizado nas dependências do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) Campus Pesqueira, durante a realização do VII Pluri Pesqueira. O público alvo do minicurso foi os licenciandos dos cursos de Matemática e Física do campus e professores da educação básica, onde foram propostas atividades que se caracterizaram pela construção gráfica de curvas



planas parametrizadas no software Winplot¹, tendo como apresentação no minicurso cinco curvas planas: a ciclóide, a curva de Agnesi, a cissóide de Diócles, a astróide e o caracol de Pascal.

Em meados de novembro de 2017, foi realizado no IFPE Campus Pesqueira o VII Pluri Pesqueira. Organizado por docentes e discentes vinculados aos cursos existentes do campus, o evento favorece/oferece atividades na forma de oficinas, minicursos, palestras, apresentações culturais, mostras científicas entre outras mostras de conhecimentos produzidas no campus.

A origem da proposta do minicurso surgiu por interesse do docente, Prof. Me. Olavo Otávio Nunes² e dos discentes que estavam vinculados ao Programa de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Este programa proporciona aos licenciados a participação em atividades que contribuem para a formação de práticas de ensino, para a pesquisa e para a Extensão Universitária.

Acrescentamos que a proposta consistia em familiarizar o estudante com software Winplot e resgatar um pouco da rica história do estudo destas curvas famosas e importantes para a Matemática, Física e Engenharias, dado que são estudadas nas cadeiras de cálculo superficialmente, em alguns casos. Em sequência, apresentamos alguns estudos que embasam este relato, a história das curvas planas, assim como a metodologia e as discussões pertinentes.

TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO: WINPLOT

Vivemos um momento marcado pela presença de recursos tecnológicos em múltiplas áreas do conhecimento humano. Isto configura um contexto social dinâmico, que afeta os professores habituados com costumes do cotidiano escolar tradicional, onde a exposição de conteúdos ocorre, quase sempre, oralmente. A presença das tecnologias, principalmente do computador, requer das instituições de ensino e do professor novas posturas frente aos processos de ensino e de aprendizagem. Na opinião de Mendes (2009, p. 113) “o computador exerce um papel decisivo no ensino da Matemática, [...], em virtude das possibilidades de construção de modelos virtuais para a Matemática imaginária”.

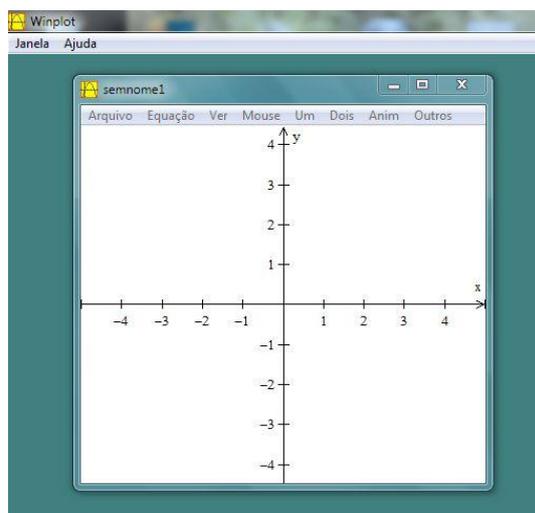
¹ O Winplot é um software freeware da Geometria Dinâmica.

² Professor do IFPE Campus Pesqueira, email: olavo@pesqueira.ifpe.ed.br

O ensino de Matemática nos dias atuais requer uma mudança na forma como os conteúdos são apresentados, uma vez que, existem alternativas que podem ser executadas com o objetivo de atrair e aproximar os estudantes para a aprendizagem da disciplina. Dentro desta perspectiva é importante que os professores criem diferentes ambientes de aprendizagem e que com o auxílio da tecnologia, envolva os alunos.

As tecnologias transformam o ensino da Matemática, pois oferecem soluções gráficas e algébricas em um ambiente virtual de aprendizagem proposto por diversos softwares educacionais desenvolvidos. O Winplot é um software matemático de uso livre desenvolvido por Richard Parris em meados de 1985, da Philips Exeter Academy, em New Hampshire. Constituído como um programa gráfico muito eficiente e versátil na plotagens de gráficos de funções (de uma ou duas variáveis) em duas dimensões (2D) e em três dimensões (3D), sendo de fácil manipulação pra alunos e professores. Na figura 1, vemos a interface do Winplot.

Figura 1 – janela de visualização do Winplot.



Fonte: Própria.

O software pode ser usado em todos os níveis educacionais e possui recursos que variam de uma simples função de 1º grau até funções do 3º grau, e integrais de todos os tipos. Utilizamos este software para familiarizar e capacitar os estudantes com esse recurso tecnológico, uma vez que facilita a visualização da Matemática imaginária. Destacamos que ele pode ser utilizado nas escolas públicas com uma proposta pedagógica centrada nas necessidades de aprendizagem dos estudantes do ensino médio.



PARAMETRIZAÇÃO

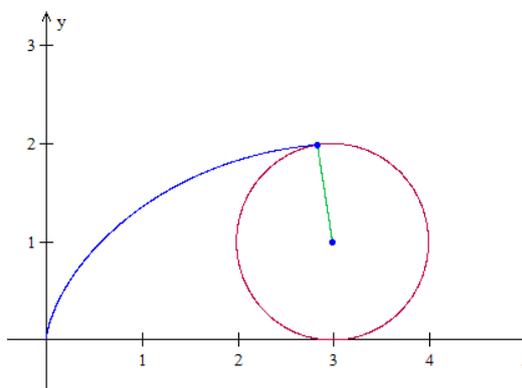
Pela definição de Barboni (2007) a parametrização de uma curva no plano, dada sua equação, tem início expressando uma das variáveis em função de outra, obtendo-se um ponto $P(x,y)$ que satisfaz as coordenadas cartesianas. Assim, as coordenadas do ponto $P(x,y)$ de uma curva podem ser expressas em função de uma terceira variável; essa terceira variável chama-se parâmetro e as equações que descrevem as coordenadas com parâmetro são chamadas equações paramétricas.

Na abordagem usual das universidades, as equações paramétricas das curvas planas acabam, às vezes, somente, sendo trabalhadas algebricamente. Em poucos casos são apresentadas a partir de sua abordagem histórica. As curvas planas têm sido investigadas e estudadas desde os gregos, mas somente com o surgimento da Geometria Analítica, do Cálculo Diferencial e Integral, ganharam atenção de muitos matemáticos. Em sequência falaremos mais sobre as curvas apresentadas no minicurso.

ASPECTOS HISTÓRICOS DE CURVAS PLANAS

Segundo Simmons (1988) a curva plana cicloide recebeu esse nome por Galileu Galilei em 1600, sendo um dos primeiros, aparentemente, a notar a cicloide e investigar suas propriedades. No entanto, Galileu só obteve resultados aproximados de algumas propriedades, porém recomendou aos seus amigos o estudo desta curva, um deles foi Marin Mersenne que deu a definição da curva em 1615, como curva descrita por um ponto P (lugar geométrico) fixo de uma circunferência que “rola” sobre uma reta (figura 2). Como resultado dessa indicação, seu discípulo Torricelle (1608 - 1647) em 1644 publicou sua descoberta em relação à área sob o arco gerado pela cicloide, que é igual ao triplo da área da circunferência geradora. Galileu chegou a um resultado aproximado deste cálculo.

Figura 2 – curva ciclóide.



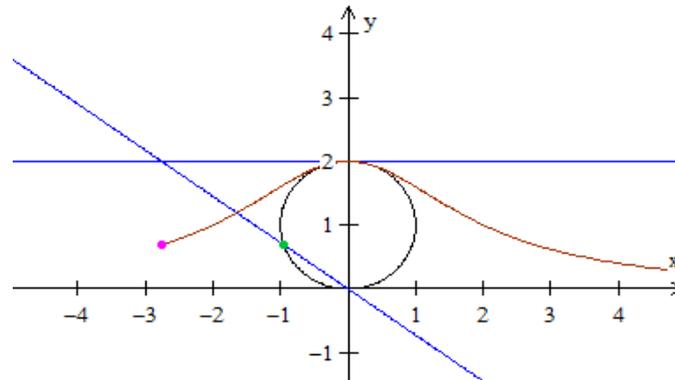
Fonte: autoria própria, construída no Winplot.

De acordo com Eves (2004) esta a curva ciclóide foi chamada de “Helena dos Geômetras” por causa da frequência que seus estudos ocasionaram em conflitos entre os matemáticos do século XVII. A curva foi estudada por vários matemáticos importantes como: Fermat, Decartes, Christiaan Huygens, Blaise Pascal, Libniz, Newton, John e James Bernoulis (TORRES, 1999, p. 108 - 109).

Conforme Simmons (1988) a curva de Agnesi tem esse nome em homenagem à matemática italiana Maria Agnesi, que a citou em seu livro de Matemática elementar e avançada intitulado *Instituzioni Analitiche* publicado em 1748. Em um erro de tradução da obra para o inglês a curva acabou surgindo com o nome de “Bruxa de Agnesi”. Esta curva havia sido estudada anteriormente por Fermat e Guido Grandi em 1703.

A curva de Agnesi é o lugar geométrico descrito por um ponto $P(x,y)$ quando uma reta qualquer gira em torno da origem do sistema cartesiano O (figura 3) (FERRETTO, 2003, p. 28)

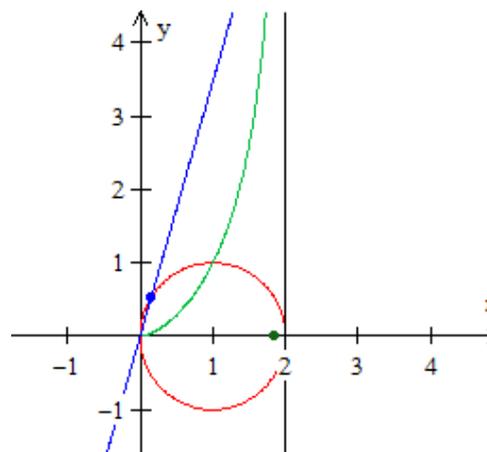
Figura 3 – Curva de Agnesi.



Fonte: autoria própria, construída no Winplot.

Em relação à cissóide, Eves (2004) resalta que esta foi inventada pelo matemático Diócles (240 a.c. - 180 a.C.) a fim de resolver o problema da duplicação do cubo. Os matemáticos Huygens e Wallis em 1658 descobriram que a área entre a curva e sua assíntota é $3\pi a^2$, onde a é o raio da circunferência. A cissóide é uma cúbica que tem como elementos básicos para sua geração o ponto sendo seu polo, a circunferência como sua base e a reta sendo a diretriz. Logo é uma cúbica circular. Observamos na figura 4 representação da curva cissóide.

Figura 4 – Curva cissóide de Diócles.

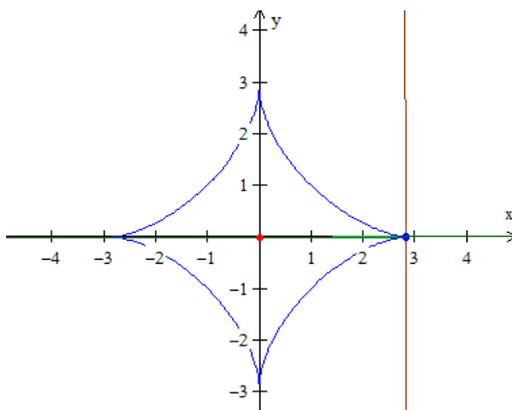


Fonte: autoria própria, construída no Winplot.

Sobre a astróide, esta é uma curva da família das hipociclóides. A curva descreve a trajetória de um ponto fixo em uma circunferência que desliza internamente em outra circunferência. Essa circunferência permanece sempre

tangente à circunferência maior. A curva foi descoberta por Roemer em 1674 que queria encontrar a melhor forma de encaixe para os dentes de uma engrenagem. Entretanto, ela só recebeu este nome em 1838. A astróide é uma curva plana de sexto grau, com quatro pontos de reversão, ou cúpula (figura 5). O comprimento de um arco compreendido entre dois pontos de reversão é igual a $2\pi r$, onde r é o raio da circunferência (SIMMONS, 1988, p. 263).

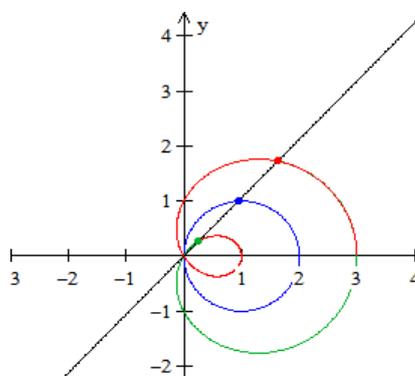
Figura 5 – Curva astróide.



Fonte: autoria própria, construída no Winplot.

De acordo com Torres (1999), o caracol ou limaçon de Pascal recebeu seu nome de Etienne Pascal, pai de Blaise Pascal. Embora, também foi estudada por Gilles Pirsonne de Roberval. Esta curva pode ser definida como o lugar geométrico de pontos do plano cuja distância a pontos de uma circunferência é constante, sendo que as distâncias médias das cordas traçadas estão ligadas a um ponto fixo da própria circunferência (figura 6). O caracol de Pascal também pode ser obtido como curva podaria³ de uma circunferência em relação a um ponto qualquer no plano.

Figura 6 – Curva plana, o caracol de Pascal.

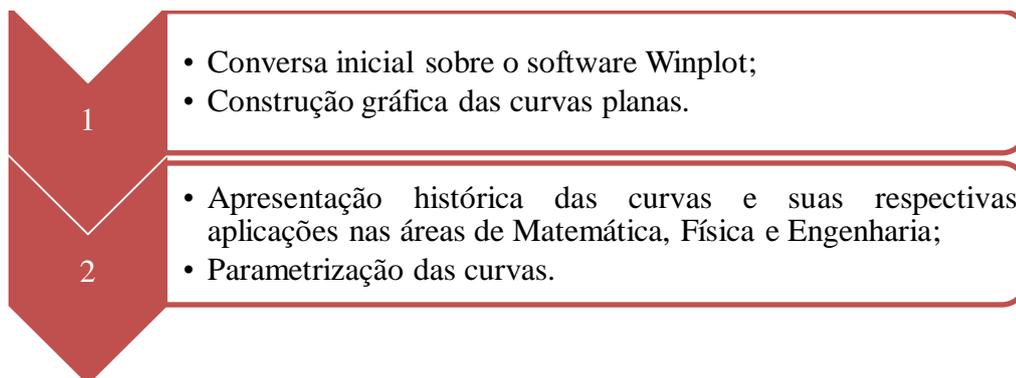


Fonte: autoria própria, construída no Winplot.

³ Lugar geométrico da projeção ortogonal de um ponto fixo sobre as tangentes em uma curva dada.

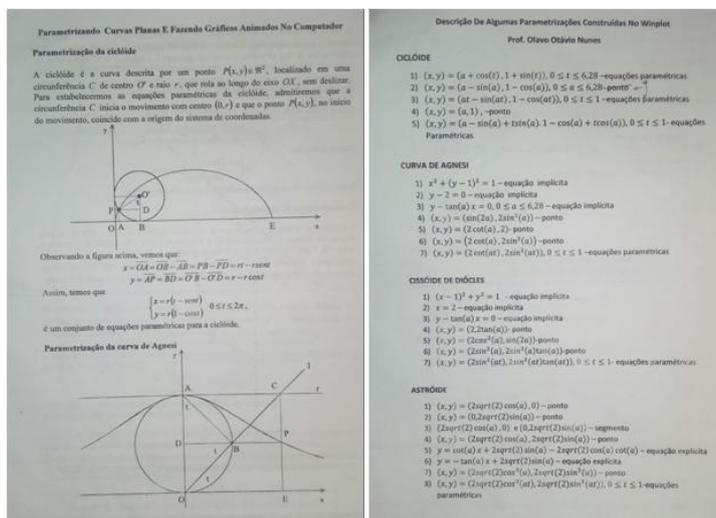
METODOLOGIA

Nossa proposta de atividade foi desenvolvida com um grupo de nove pessoas, professores de escolas públicas e alunos dos cursos de licenciatura em Matemática e Física do IFPE – Campus Pesqueira. O minicurso ocorreu no município de Pesqueira – PE, em três horas/aulas divididas em dois momentos descritos no esquema a seguir:



Distribuímos para os participantes um material contendo orientações para a parametrização das curvas planas e o passo a passo para a construção das curvas no Winplot (figura 7).

Figura 7 - Material distribuído para os participantes.



Fonte: Própria.

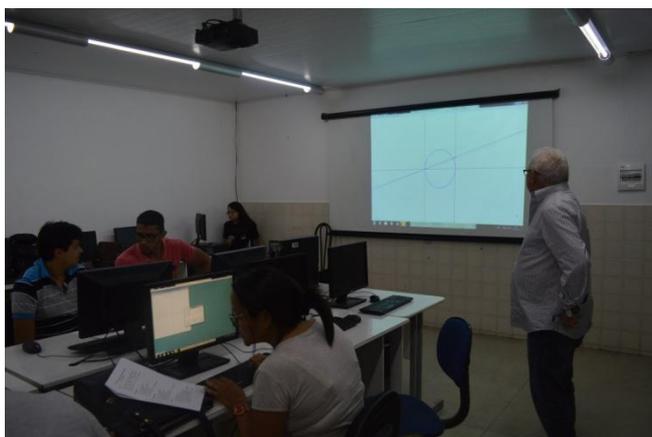
Figura 8 - Participantes do minicurso.



Fonte: própria, registro do minicurso.

Durante a realização do primeiro momento, percebemos o grau de interesse que os discentes e professores apresentaram em relação ao uso do Winplot. O software apesar de se “antigo” e difundido nos meios educacionais, era desconhecido pela maioria dos participantes. Na construção gráfica das curvas planas parametrizadas, notamos nos participantes uma espécie de satisfação que surge na pessoa quando perceber que inventou – construiu – um resultado obtido só de ideias abstratas e algébricas. Nessa atividade, nosso objetivo foi explorar com os integrantes os efeitos que a variação dos coeficientes das funções causa no traçado do gráfico. Nesta etapa, elucidamos a geometria dinâmica e a Matemática imaginária.

Figura 9 – Alunos fazendo as animações gráficas no Winplot.



Fonte: própria, registro do minicurso.

No segundo momento apresentamos a fundamentação histórica e a semiótica dos aspectos das curvas parametrizadas. A partir de



problemas retirado do livro *Problemas de Geometria Analítica* de D. Kletenik e Efimov (1979), passamos para uma análise conceitual, com o intuito de averiguar junto com os integrantes na atividade o estudo dos pares ordenados de (x, y) que satisfaziam as soluções das equações dos problemas. Resaltamos que optamos trabalhar com as coordenadas polares, já que estas facilitava a manipulação com o software.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A prática docente em Matemática é, em muitas vezes, somente teórica, que desconsidera as aplicações em outras áreas do conhecimento, inclusive em formas alternativas de ensino. Um dos obstáculos imediatos ao sucesso de ensino-aprendizagem de Matemática diz respeito ao desinteresse dos estudantes com relação ao modo como a Matemática é apresentada em sala de aula. Notamos que no decorrer do minicurso os participantes se mostraram interessados e bem envolvidos com o desenvolvimento das atividades realizadas.

Posteriormente a realização do minicurso, buscou-se saber com os participantes se eles passaram a compreender melhor a parametrização das curvas planas depois que foram feitas as construções no Winplot. Objetivamos com isso verificar o efeito surtido pela metodologia aplicada a partir da utilização dos recursos tecnológicos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Durante o minicurso, os participantes representavam graficamente as curvas e observavam a animação computacional, tornando a compreensão do comportamento gráfico das equações paramétricas muito mais fácil. Com a criação animada no Winplot os alunos notaram que a maneira como a qual o software executou os comandos dados por eles, seguiam uma hierarquia de operações matemáticas não muito diferentes daquelas que fazem algebricamente no papel.

Os participantes manifestaram que, somente após a participação no minicurso, é que passaram a entender melhor o comportamento gráfico. As dificuldades que os discentes apresentaram foram com a familiarização e manipulação do Winplot. Tendo como aspectos positivos nas aulas, o uso do computador desenvolve a percepção e criatividade, além de facilitar a visualização das figuras geométricas e proporcionar a troca de experiências e conhecimentos entre os alunos e professores.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por certo não esgotamos neste texto todas as questões que poderiam ser discutidas acerca do uso de tecnologia no ensino. Em suma, acreditamos ter relatado as atividades desenvolvidas no minicurso e apresentado às curvas paramétricas da cicloide, a Bruxa de Agnesi, a cissóide de Diócles, a astróide e o caracol de Pascal. Recomenda-se a aplicação deste minicurso com mais professores e licenciados, seguido por melhorias e adaptações para outros conteúdos matemáticos.

Dessa forma, esperamos que o uso de tecnologia realmente tenha uma influência significativa na abordagem de certos conteúdos matemáticos e que auxilie os discentes no processo de ensino-aprendizagem, quando estes estiverem exercendo sua profissão utilizando-se de softwares como o Winplot e outros recursos tecnológicos nas escolas públicas.

Tendo em vista os aspectos observados, esperamos ter contribuído de forma significativa com a formação dos licenciados e professores participantes do minicurso, e que durante a sua prática docente ao ensinar conceitos matemáticos, como funções, mais professores sintam-se estimulados e encorajados a usar tecnologias em sala de aula. Permitindo aos estudantes experimentarem novas experiências matemáticas como as ferramentas educacionais que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS

BARBONI, Ayton; PAULETTE, Walter. **Cálculo e análise: cálculo diferencial e integral a uma variável**. 1. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas – SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FERRETTO, Daniel. **Curvas: estudo e visualização com o software Cabri-Géomètre II**. 2003. 69 f. Monografia – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis – SC. Disponível

em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/96807/Daniel_Ferreto.PDF?sequence=1>. Acesso em: 16 fev. 2018.

KLETENIK, DAVID; EFIMOV, N. **Problemas de geometria analítica**. 4 ed. Moscou:



Editorial Mir, 1979.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

SIMMONS, George F. **Cálculo com Geometria Analítica**. Vol. 2. Tradução de Seiji Hariki. Revisão Técnica de Rodney Carlos Bassanezi & Silvio de Alencastro Pregnotatto. 1988.

TORRES, Agustín Carrillo de Albornoz; CENTENO, Inmaculada Llamas. **Trazado de curvas ilustres: Una propuesta con Cabri II**. Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, n. 30, p. 103-109, 1999.