



O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Josivânia Martins Dantas¹; Thiago Andrade de Oliveira Fernandes²; Anamélia Alves Lisboa³

Instituto Federal da Paraíba – Campus Cajazeiras, josyadp@hotmail.com.

Resumo: Este artigo constitui uma pesquisa em andamento que tem como objetivo analisar o uso do software GeoGebra como ferramenta de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial Integral. Para tanto foram construídas ferramentas no software GeoGebra que propõe o estudo dos conteúdos de Limite e Derivada. As experiências vivenciadas pelos professores de matemática diante do desempenho dos alunos, mostram a grande dificuldade de aprendizagem dos mesmos, quando se trata da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Nesse sentido a presente estudo se releva pela contribuição da melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral por meio de recursos tecnológicos, possibilitando a compreensão de conceitos matemáticos e das suas aplicações através do software GeoGebra. Além disso, esta pesquisa contribui tanto para o desenvolvimento profissional dos pesquisadores quanto serve de suporte e desenvolvimento de material de apoio aos alunos que cursam esta disciplina.

Palavras-chave: Ensino; Calculo Diferencial e Integral; Tecnologia Conhecimento e da Informação; GeoGebra.

1. Introdução

O Cálculo Diferencial e Integral, é uma ferramenta auxiliar de vários conceitos e definições na matemática. Desenvolveu-se a Álgebra e Geometria, se dedica ao estudo de taxas de variação de grandezas e acumulação de quantidades (como a inclinação da reta, área debaixo de uma curva ou volume de um solido).

Oferecida nos cursos de engenharias e licenciaturas, representa uma expressiva relevância na graduação. Especialmente pela sua potencialidade e aplicação nas diferentes áreas de conhecimento. Porem, tem se tornado objeto de estudo dos educadores matemáticos, pelos problemas relacionados ao índice de evasão e reprovação cada vez mais elevados.

Ao trabalhar a disciplina de Cálculo, surgem muitas dificuldades no processo de compreensão de seus conteúdos. Por esta exigir do aluno um grau elevado de abstração e necessidade de representação gráfica, estes nem sempre encontram utilidade nos conceitos a eles apresentados.

Nessa linha de pensamento, na busca de um pratica docente investigativa, dinâmica, expondo dados reais que envolvam teoria e pratica, em relação a disciplina em questão, surge o ensino com as TIC's (Tecnologia da Informação e Conhecimento). Os recursos tecnológicos estão cada vez mais presentes em sala de aula,



principalmente os computadores. Uma variedade de softwares é utilizado como instrumento facilitador do ensino e aprendizagem, proporcionado os alunos entrarem em contato com o que está sendo ensinado. Neste estudo destacamos o GeoGebra, software que une Cálculo, Álgebra, Geometria e Matemática Simbólica, permite realizar construções geométricas, inserir equações, funções (derivadas e integrais) e dentre outras funcionalidades.

No entanto, torna-se necessárias que o professor adote práticas de ensino voltadas a uma postura que torne os alunos construtores do próprio conhecimento, nesse sentido a utilização do GeoGebra no ensino da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, é uma proposta pedagógica que busca tratar os conteúdos da forma mais concreta possível. Um recurso didático que auxilia tanto os professores na sua pratica docente como os alunos na construção de conhecimento. Sendo capaz de promover mais dinâmico e atrativo, e menos complicado, permitindo que os alunos evoluam seus pensamentos trazendo para a realidade o que para ele era abstrato.

2 O ensino do Cálculo Diferencial e Integral

O processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral tem se tornado um tema de crescente discussão pelos educadores matemáticos. Está inserida nos diferentes cursos do ensino superior e o que tem chamado a atenção dos pesquisadores é o baixo rendimento dos alunos nessa disciplina, o que por sua vez tem acarretado um elevado índice de reprovação e consequente evasão.

Como destaca Marin (2009):

Em minha prática docente no ensino e aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral deparei-me com um problema que assusta também a outros professores que ministram essa disciplina na Universidade em que trabalho. Este problema é gerado por um grande número de reprovações e, conseqüentemente, evasões por parte dos alunos, nos diferentes cursos de graduação em que é ministrada. (MARIN,2009, pag.22)

Para os alunos as deficiências maiores se encontram no ensino, principalmente na forma como o professor conduz sua prática pedagógica.

De acordo com Barbosa (apud Rafael e Escher, 2015, pag.2)

Sabemos que a falta de sentido na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral origina-se, em parte, das dificuldades decorrentes dessa transposição. O aluno só compreende os vínculos do conteúdo estudado quando fica compreensível para ele essa passagem. Por isso, contextualizar no ensino de Cálculo vincularia os conhecimentos aos lugares onde foram criados e onde são aplicados, isto é, incorporar vivências concretas ao que vai se aprender e incorporando o aprendizado a novas vivências. (BARBOSA, 2004, p. 41)

(83) 3322.3222

contato@epbem.com.br

www.epbem.com.br



No Brasil, inúmeros trabalhos indicam a preocupação dos Pesquisadores em Educação Matemática com a problemática do ensino do Cálculo. Em seu trabalho Rafael e Escher(2015), fazem um levantamento das pesquisas realizadas que focam o tema:

O crescimento dessas pesquisas também foi acompanhado por Cury (2009) que aponta que entre 1992 e 2001 cerca de 42% dos artigos publicados nos anais do Congresso Nacional de Engenharia (COBENGE) tinham como foco o ensino e a aprendizagem de Cálculo. Em congressos específicos de matemática esse número também é expressivo: no Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC), entre 2002 e 2005, 19% dos artigos focavam o tema; No Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) entre 2001 e 2004, 36% das pesquisas apresentadas pelo grupo de trabalho sobre Ensino Superior ofereciam essa temática e no Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM), entre 2002 e 2006 o tema foi abordado por 49% dos trabalhos relacionados ao Ensino Superior. (RAFAEL; ESCHER, 2015)

Há décadas as discussões acerca do tema, também se manifesta nos estudos desenvolvidos fora do Brasil. Resende (2003) em sua tese de doutorado faz uma abordagem sobre um movimento Internacional em prol da reforma do Cálculo, conhecido por *Calculus Reform* (Cálculo Reformado):

Segundo seus precursores, o “*Calculus Reform*” tem como características básicas: o uso de tecnologia, isto é software computacional e calculadoras gráficas, tanto para o aprendizado de conceitos e teoremas como para a resolução de problemas; o ensino via a “Regra dos Três”, isto é, todos os tópicos e todos os problemas devem ser abordados numericamente, geometricamente e analiticamente; grande preocupação, ou pretensão, em mostrar a aplicabilidade do Cálculo através de exemplos reais e com dados referências; tendência a exigir pouca competência algébrica por parte dos alunos, suprimindo essa falta com o treinamento no uso de Sistemas de Computação Algébrica. (RESENDE, 2003, pag.4)

De fato, há uma grande dificuldade de os alunos entenderem determinados conteúdos da disciplina. E na tentativa de reverter esse quadro torna-se evidente as diversas mudanças ocorridas no âmbito acadêmico. Decorrente a isso várias tendências como as novas tecnologias, estão sendo inseridas para auxiliar os professores de Matemática a tornarem esse processo de ensino mais eficaz, oferecendo alternativas para os estudantes de Cálculo que enfrentam dificuldade de aprendizagem.

3. Uma Abordagem sobre o uso na tecnologia na educação matemática

A tecnologia está englobada em praticamente tudo que fazemos, seja em casa no uso da televisão, computador, internet, telefone, como está presente na indústria, no comércio no setor de investimentos e na educação.



Na educação a tecnologia tem tomado grandes proporções nos últimos anos. São cada vez mais frequentes práticas pedagógicas voltadas ao uso de recursos tecnológicos como computador, televisão, vídeos, projetor de multimídia, entre outros. Tem-se mostrado eficaz a utilização desses recursos, no processo de ensino e aprendizagem, por proporcionar experiências significativas não só para os professores como para os alunos.

De acordo com Sella (apud. GABRIELI, 2011, p.18)

É consenso que a tecnologia é um meio potente e valioso, onde os alunos podem penetrar novas informações e com elas trabalhar de diversas formas. A escolha de ambiente informatizados que propiciam interações e permite estabelecer relações entre conteúdos, criar novas heurísticas, avaliando-as e reavaliando-as. É um aspecto extremamente relevante e completamente relacionado com a forma como o docente compreende o que é matemático e a forma como concebe que sua aprendizagem se processa (SELLA, 2008, p.7)

No ensino da matemática estes recursos são fundamentais no processo de visualização e compreensão dos conteúdos, e no ensino da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral a visualização gráfica por meio de softwares, tem sido uma alternativa facilitadora da aprendizagem significativa dos alunos. Isabel (2011) afirma que:

Refletindo sobre a situação da tecnologia da educação matemática frente as novas tecnologias, se percebe a necessidade de novos métodos de trabalho de ensino/aprendizagem que possam se adequar aos novos avanços tecnológicos, é imprescindível que a escola enquanto "...uma instituição cujo papel consiste na socialização do saber sistematizado" (SILVANO, 2005, p.14) ofereça e utilize criticamente os recursos tecnológicos em sala de aula. (ISABEL, 2011, p.27)

Desta maneira, pelas dificuldades enfrentadas pela matemática no que diz respeito ao ensino/aprendizagem, o uso de tecnologia em sala de aula deve-se a necessidade de uma nova forma de interpretar e trabalhar os conteúdos propostos, que auxilie na construção de conceitos e aplicações, criando situações de aprendizagem estimulante.

4. O software GeoGebra

Um aplicativo de matemática dinâmica, o GeoGebra é um software gratuito, desenvolvido por Markus Hohenwarter para ser utilizado no ambiente de sala de aula. O programa permite trabalhar com vários conteúdos matemáticos, como a geometria, álgebra,

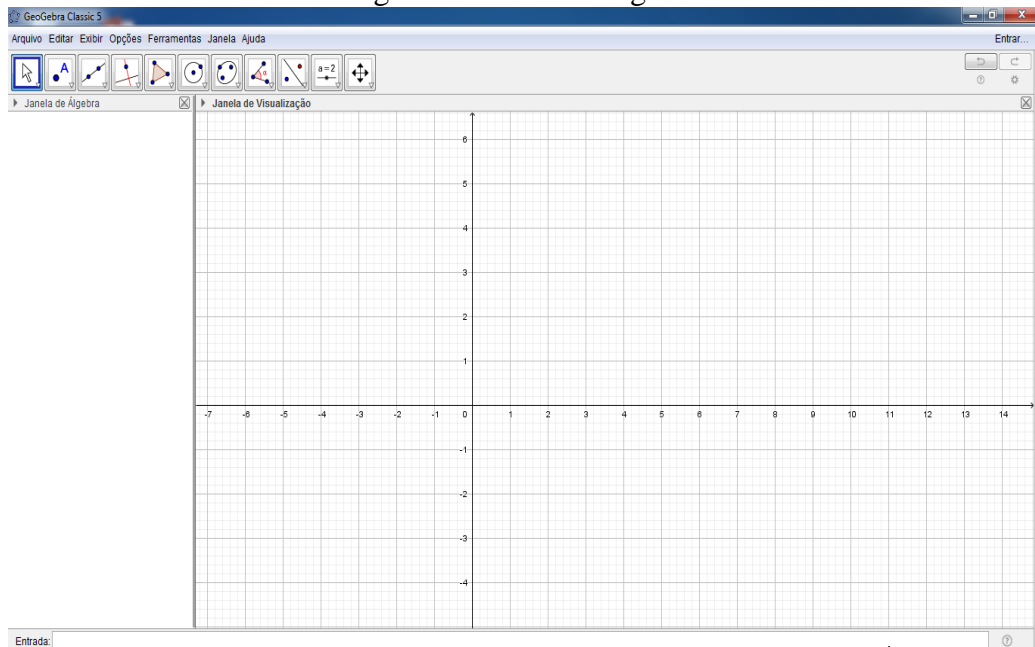
construção de gráficos tabelas, inserir funções e tantos outros.

Sella (apud, GABRIELI, 2011, p.25) afirma que:

Os softwares de geometria dinâmica são ambientes que possibilitam aos alunos se expressarem, confrontarem e refinarem suas ideias, criando e reformulando constantemente, as suas estratégias. São programas que permitem uma reflexão sobre suas construções, fazer e desfazer rever seus protocolos de construção, seus procedimentos, testar veracidade de suas hipóteses e conjecturas, transformar meras abstrações em realidade ativas. (SELLA. 2008, p.8)

A proposta de Utilização desse software no ensino do Cálculo Diferencial Integral é essencial ;por reunir ferramentas capazes de representar em um único ambiente visual, características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. É capaz derivar e integrar funções, e de oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Além de trabalhar com geometria em três dimensões. Neste sentido o uso do GeoGebra como proposta didática para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, poderá contribuir para o interesse e melhor desempenho dos alunos na disciplina.

Figura 1: Tela do Geogebra



Fonte: Autoria própria (2018)

4. Metodologia



Essa pesquisa de caráter qualitativo, ao ponto de vista da abordagem do problema, será realizada no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba campus Cajazeiras, nos cursos de Engenharia Civil e Licenciatura em matemática, no ano 2018 no 1º e 2º, 3º e 5º períodos respectivamente.

Nossa proposta com esse trabalho é fazer um levantamento bibliográfico acerca do uso de softwares nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral e posteriormente, desenvolver ferramentas que auxiliem na aplicação do Geogebra nas aulas de Cálculo.

Palis (1995) em seu estudo sobressai a importância das TIC no ensino-aprendizagem de Cálculo indicando que:

[...] tem-se constatado que algumas mudanças na qualidade do aprendizado dos alunos ocorrem simplesmente porque eles participam mais ativamente em aulas ou trabalhos apoiados em computadores e/ou calculadoras, seguem o curso mais de perto e fazem mais perguntas, do que em ambientes de ensino tradicionais (PALIS, 1995, p.25)

Dessa forma, as aulas de Cálculo onde o formalismo é atuante, o professor escreve no quadro e os alunos simplesmente reproduzem no caderno, apenas memoriza de maneira mecânica os conceitos e demonstrações, os exercícios não possibilitando o estudante a capacidade de construir um significado mais amplo ao conhecimento ligado ao Cálculo.

A primeira etapa a ser concluída na pesquisa será um estudo sobre as TIC aplicada nas aulas de Cálculo. Na segunda etapa está sendo analisada ferramentas para trabalhar com o Geogebra nas aulas de Cálculo.

5. Resultados

Ao aprofundar nossos estudos sobre o software Geogebra e explorar os seus recursos, como resultado parcial da pesquisa desenvolveu-se algumas ferramentas que serão utilizadas como suporte no estudo de Limites e Derivada.

Limites

O limite tem o intuito de definir o comportamento de uma função quando ela se aproxima de um certos valores. De maneira intuitiva dizemos que a função $f(x)$ tem limite L quando x tende a a ($x \rightarrow a$), se é possível tornar $f(x)$ tão próximo de L quanto se queira, desde que peguemos valores de x bem próximos de a . Porém com $x \neq a$.

De maneira formal:

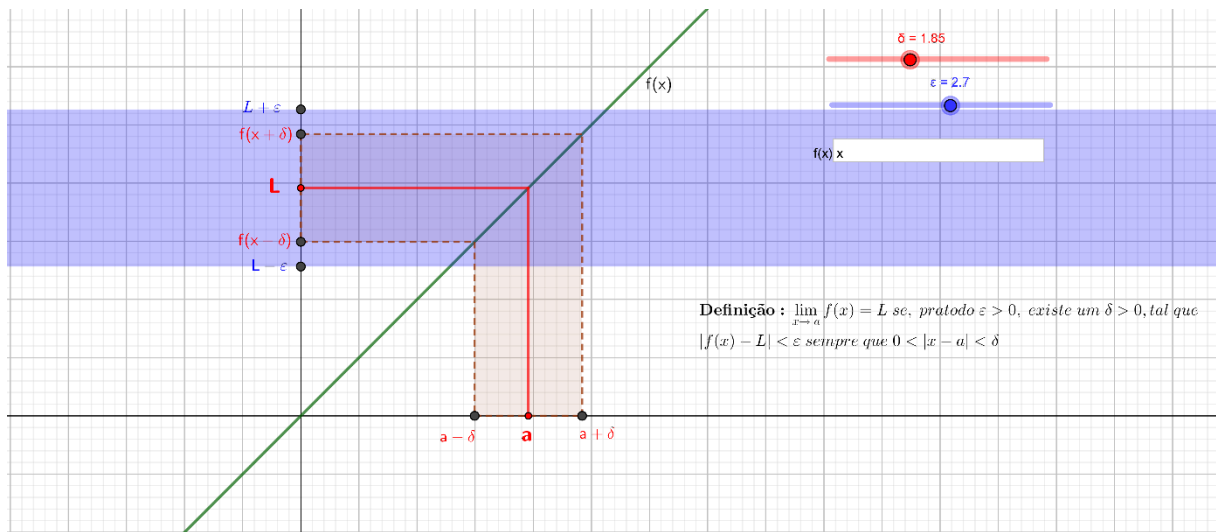
Seja $f(x)$ definida num intervalo aberto I , contendo a , exceto, possivelmente, no próprio a . Dizemos que o limite de $f(x)$ quando x aproxima-se de a é L e escrevemos

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

se para todo $\varepsilon > 0$ existe um $\delta > 0$, talque $|f(x) - L| < \varepsilon$ sempre que $0 < |x - a| < \delta$.

Na figura 1, temos a representação gráfica da função $f(x) = x$ para a definição formal de limite.

Figura 2: Representação gráfica da definição formal de limite



Fonte: Autoria Própria (2018)

O objetivo desta construção é visualizar graficamente o limite de um função, que ao ser inserida no campo de entrada, indicado por $f(x)$, e definindo os valores ε e δ utilizando os controles deslizantes, é possível estudar a existência ou não do limite no ponto, fazer o estudo dos limites laterais e verificar a continuidade de uma função em um ponto.

Derivada

A derivada de uma função $f(x)$, é a função denotada por $f'(x)$ tal que seu valor em qualquer $x \in D(f)$ é dado por,

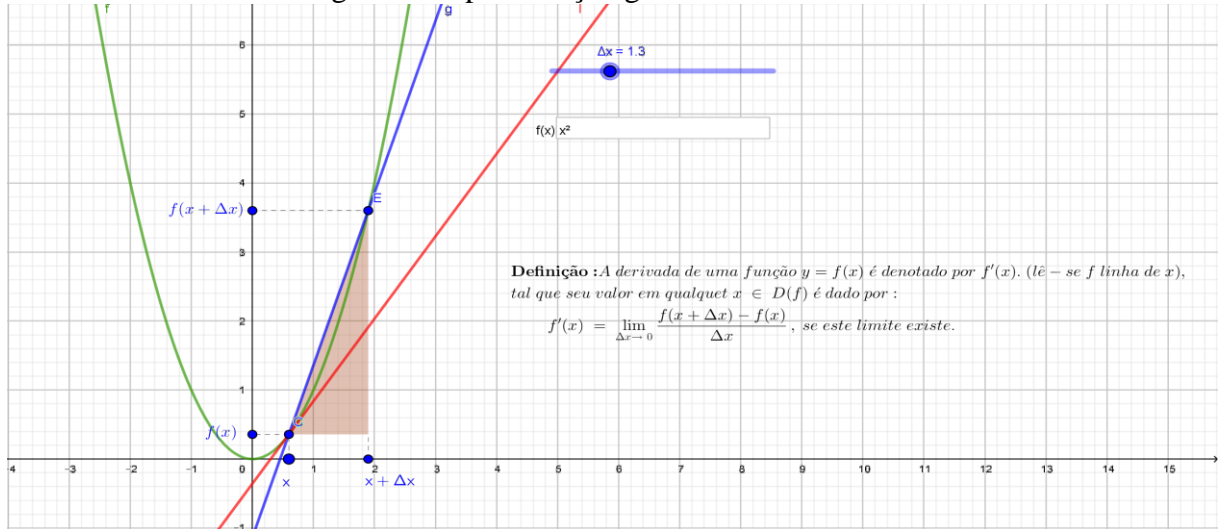
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \text{ se este limite existir.}$$

Desta forma dizemos que uma função é derivável se em todos os pontos do seu domínio a derivada existir.

A representação geométrica da derivada de $y = f(x)$ no ponto x_1 , levando em consideração que o limite de uma função nos fornece

a inclinação da reta tangente a curva $y = f(x)$ no ponto $(x_1, f(x_1))$ é a inclinação da curva nesse ponto.

Figura 2: Representação gráfica do conceito de Derivada



Fonte: Autoria própria (2018)

A construção ilustra o conceito de Derivada de uma função, a partir da variação de y em relação a x .

Ao movimentar o controle deslizante Δx , o aluno terá a concepção de que quanto menor fizermos essa variação, o ponto E irá se deslocar sobre a curva, ficando cada vez mais próximos de C, e a reta g secante a curva cada vez mais próxima da inclinação da reta tangente. Ou seja, quando esta variação tende a zero a inclinação da reta tangente tende a ser exatamente igual a reta secante.

Nas figuras 3,4 e 5 são utilizadas as ferramentas para o cálculo de derivadas por meio do Regra do Produto, Regra do Quociente e Regra da Cadeia respectivamente.

Neste ambiente os alunos terão a oportunidade de ver o passo a passo da solução.

Figura 3: Regra da Cadeia

f(x) g(x)

$$h(x) = [f(g(x))] = \text{sen}(x^2)$$

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Como $f'(x) = \cos(x)$

então $f'(g(x)) = \cos(x^2)$

e $g'(x) = 2x$

$$h'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$$

$$h'(x) = 2x \cos(x^2)$$

Mostrar solução

Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 4: Regra do produto

f(x) g(x)

$$y(x) = f(x) \cdot g(x) = 2 \cos(x) \text{sen}(x)$$

$$y'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$y'(x) = (-2 \text{sen}(x)) \cdot (\text{sen}(x)) + (2 \cos(x)) \cdot (\cos(x))$$

$$y' = -2 \text{sen}^2(x) + 2 \cos^2(x)$$

$$y' = 2 \cos^2(x) - 2 \text{sen}^2(x)$$

Mostrar solução

Fonte: Autoria própria (2018)

Figura 5: Regra do Produto

f(x) g(x)

$$h(x) = \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{x^2}{x^3 - 3x + 1}$$

$$h'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$h'(x) = \frac{2x(x^3 - 3x + 1) - x^2(3x^2 - 3)}{(x^3 - 3x + 1)^2}$$

$$h'(x) = \frac{2x^4 - 6x^2 + 2x - (3x^4 - 3x^2)}{x^6 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 6x + 1}$$

$$y'(x) = \frac{-x^4 - 3x^2 + 2x}{x^6 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 6x + 1}$$

$$y'(x) = -\frac{(x^4 + 3x^2 - 2x)}{x^6 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 6x + 1}$$

Mostrar solução

Fonte: Autoria própria (2018)



O propósito é ajudar o aluno a perceber os possíveis erros cometidos durante a resolução, sendo desnecessário a intervenção do professor, o que possibilita um leque de possibilidades de estudo fora de sala de aula.

Para utilização desse ambiente basta definir as funções $f(x)$ e $g(x)$ e inseri-las nos campos de entrada. Assim a solução será ajustada e todos os detalhes da resolução serão mostrados.

6. Conclusão

No decorrer do levantamento bibliográfico deste artigo apresentamos uma visão geral da problemática no ensino do Cálculo, destacando a importância do uso das TIC's no ensino de Matemática. E dando ênfase a utilização do Geogebra nas aulas de Cálculo, desenvolveu-se algumas ferramentas com este software que darão suporte ao professor no ensino dos conteúdos de Limite e Derivadas.

Acreditamos que a utilização das ferramentas desenvolvidas nesta pesquisa irá contribuir expressivamente no preenchimento das lacunas conceituais de aprendizagem da disciplina de Cálculo. Analisando estas construções, vimos que é possível a participação ativa dos alunos no processo de construção dos conceitos.

Propõe-se para a continuidade desta pesquisa uma análise mais detalhada dos conteúdos, abordados na disciplina de Cálculo, para o desenvolvimento de outras ferramentas, que assim como estas auxiliarão os professores no ensino da disciplina e consequente compreensão dos alunos do significado dos conceitos a estes apresentados.

Referencias

ASSUMPÇÃO, P. G. S. de. Introdução ao estudo de derivada: uma sequência didática com o uso do software Geogebra. 2011. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Curso de Pós-graduação em Matemática, Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul.

CATANEO, V. I. O uso do software Geogebra como ferramenta que pode facilitar o processo ensino aprendizagem da matemática no ensino fundamental séries finais. 2011. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Curso de Pós-graduação Lato Senso em Educação Matemática, Centro Universitário de Garriga Verde, Orleans.

FLEMMING D. M.; GONÇALVES M. B. *Cálculo A- Funções, limite, derivação e integração*. 6. ed. Florianópolis:2006.

MARIN, D. Professores de Matemática que usam a Tecnologia de Informação e Comunicação no ensino superior. 2009. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) -



Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro

PALIS, G.R. Computadores em Cálculo: uma alternativa que não se justifica por si mesma. Temas e Debates, v.8, n. 6, p.22-38, Blumenau, abr/1995.

RAFAEL, R. C.; ESCHER M. A. Evasão, Baixo Rendimento e Reprovações em Calculo Diferencial e Integral: Uma questão a ser discutida.

RESENDE, W. M. O Ensino do Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade de São Paulo, São Paulo.