

SITUAÇÕES DIDÁTICAS E CAMPOS CONCEITUAIS: ENTRELAÇANDO RELAÇÕES EM UMA AULA SOBRE PROPORCIONALIDADE

Jozeildo José da Silva (1); Lucialin Benedito de Lemos Silva(2)

Universidade Nacional del Centro de la Provícuia de Buenos Aires, <u>jozeildosilva@gmail.com</u> (1) Universidade de Pernambuco (2), <u>lucialinsilva@gmail.com</u>

Resumo: O objetivo deste trabalho é investigar à luz da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), os procedimentos metodológicos presentes em uma aula sobre o conteúdo razão e proporção que pertencem ao campo das grandeza e medidas e tem como suporte para seu desenvolvimento a Teoria. das Situações Didáticas (TSD). Um dos fundamentos do uso de ambas as teorias é a seguinte questão: a "transmissão" do conhecimento matemático depende das ciências da educação, da psicologia ou da própria matemática? O estudo se desenvolveu em uma escola pública do município de Orobó – PE e representa um recorte da monografia de conclusão de seminário de doutorado intitulada "Um estudo de Situações Didáticas a partir do Conceitos de Proporcionalidade à Luz da Teoria dos Campos Conceituais. Os resultados apontam que a otimização das situações de ensino mobilizados pelo professor pode potencializar os saberes a serem ensinados e que se não houver uma intencionalidade didática, o processo de ensino pode fazer com os saberes não sejam aprendíveis e que a construção dos conceitos ocorra de modo distorcido.

Palavras-chave: Grandezas e medidas, situações didáticas, campos conceituais, proporcionalidade.

1 INTRODUÇÃO

Nos tempos atuais, observa-se que alguns métodos de ensino de matemática transformam as aulas em um processo em que os alunos se comportem apenas como receptores de conhecimento. Esta posição coloca em risco a formação dos conceitos matemáticos presentes nas situações propostas e pode resultar em uma aprendizagem empobrecida.

As razões para se investigar sobre a proporcionalidade entre grandezas convergem com os estudos de Nunes (2003), ao destacar que situações relativas a esse conhecimento estão presentes em diversas situações e, dessa forma, fazem parte do dia-a-dia das pessoas, seja no trabalho, em casa, dentre outros ambientes.

Os conhecimentos decorrentes da proporcionalidade nos permite a formação de outros conceitos matemáticos, como a semelhança entre triângulos, a razão entre as grandezas, o cálculo de medidas desconhecidas e a equivalência entre unidade de medidas. Assim, a proporcionalidade tem uma importância ímpar no que diz respeito ao ensino de matemática, bem como em outras áreas das ciências, como a química, a física, a engenharia, entre outras. (FIOREZE, 2010).



Os estudos de Fioreze destacam que o conceito de proporcionalidade está presente nas escalas musicais; na ampliação e redução de fotos e mapas a partir do conceito de escalas, no conceito de frações, número racional, função linear, dentre outras situações.

De acordo com as ideias de Gitirana e Carvalho (2010, p. 69):

a necessidade do ser humano de compreender os fenômenos que o cercam e ampliar, aprofundar e organizar, progressivamente o seu conhecimento e sua capacidade de intervenção sobre esses fenômenos sempre impulsionou — e impulsiona — a construção do conhecimento matemático. Ou seja, os conceitos e procedimentos matemáticos são construídos na evolução da sociedade a partir de necessidades do cotidiano, de demandas de outras áreas do conhecimento e também da própria matemática.

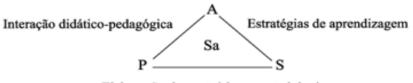
No âmbito do desenvolvimento da aprendizagem considera-se que a proporcionalidade entre grandezas constitui uma base muito importante para o progresso do conhecimento matemático e de outras ciências porque diversos conhecimentos necessitam desse saber para se desenvolver. Desse modo, representa um aspecto amplo e complexo de atitudes cognitivas que incluem tanto a dimensão matemática com a dimensão psicológica (LESH, POST, BEHR, 1988).

Mas o que se observa de modo preliminar nas situações propostas, em alguns livros didáticos, é que as situações ali presentes podem representar obstáculos didáticos-epistemológicos, que muitas vezes podem não garantir que os saberes sejam aprendíveis de modo eficaz.

2 Teoria das Situações Didáticas

Para Brousseau (1996), uma situação didática é um conjunto de relações explícitas ou implicitamente estabelecidas entre um aluno ou grupo de alunos, em um determinado ambiente, envolvendo instrumentos e objetos em um sistema educacional (o professor) com o objetivo de possibilitar a tais alunos um conhecimento construído ou em construção.

Nesse sentido, o trabalho do aluno deve ter, pelo menos, características do trabalho científico que assegure uma construção efetiva de conhecimentos relevantes e deve contemplar as múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre a tríade: professor, aluno e saber; com o objetivo de desenvolver atividades voltadas ao ensino e aprendizagem de conteúdos ou conceitos, conforme explicitado no esquema a seguir.



Elaboração de conteúdos e metodologias

Figura 1: Sistema Didático (BROUSSEAU, 1996)



A representa o aluno, **P** o professor, **S** o saber a ser ensinado, que nem sempre representa o saber que é trabalhado na escola, e **Sa** as situações didáticas ou de aprendizagem. As situações didáticas se classificam em quatro fases ou dialéticas diferentes e em cada uma delas o saber tem diferentes funções e o aluno não tem a mesma relação com o saber. São elas: ação, formulação, validação e institucionalização. Para ele, a *dialética da ação* permite ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo, muitas vezes, sem a intervenção do professor, graças à retroação do *milieu*.

Enquanto que na *dialética de formulação*, ele interage com uma ou mais pessoas que serão os emissores e receptores, criando-se assim, condições para que ele construa, progressivamente, conceitos matemáticos envolvidos na situação didática. Na *dialética da validação* o aluno deve validar o modelo por ele criado a partir de uma linguagem matemática. E, finalmente, a *dialética da institucionalização* que lhe permite construir o estatuto cognitivo do saber.

Um dos principais fatores de que as situações didáticas dependem é o *milieu*, que é definido por Brousseau (2008, p.3) como sendo "[...] o sistema de antagonista do sujeito. [...] tudo o que age sobre o aluno e/ou tudo sobre o que o aluno age"; ou seja, o *milieu* é considerado como um fator externo, o meio em que o aluno está inserido, o qual permite que ele aprenda por uma necessidade própria e não necessariamente por uma necessidade do professor ou da escola.

Partindo dessa questão, Lima *et al* (2017) destaca que "[...] o professor tem uma situação, na medida em que seu *milieu* contém o *milieu* do aluno, que foi por ele organizado com uma intencionalidade didática". Esse argumento reforça a ideia de Brousseau (2008) ao afirmar que situações didáticas valorizam a integração, a cooperação e estimula uma melhor relação entre o aluno e o professor; e acima de tudo, situações didáticas acentuam o protagonismo do professor como sujeito da situação, como destaca Margolinas (2002), ao afirmar que:

Quando falamos de professor e aluno, é de fato dos conhecimentos desses sujeitos que estamos falando. São os conhecimentos que lhes permite agir sobre o *milieu*, a retroação do *milieu* podendo conduzir a uma modificação de seus conhecimentos (a aprendizagem). Como todo sujeito, na interação com o meio *milieu*, o professor utiliza e reproduz conhecimentos (MARGOLINAS, 2002, p. 149).

Como o professor é de fato, o principal responsável pelas atividades propostas aos alunos, é importante compreender como ocorrem os processos envolvidos em suas atividades que são categorizados por Margolinas (2002) como



níveis. Seus estudos lhe permitiram a organização de um modelo denominado *Níveis de Atividade do Professor*, como descrito a seguir:

Quadro 1 - Modelo de Níveis da Atividade do Professor

Nível +3: (*Noosférico ou ideológico*) *Concepções sobre ensino e aprendizagem* Projeto educativo: valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino.

Nível + 2: Construção do tema

Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções a estudar e aprendizagem a construir.

Nível + 1: Planejamento da aula

Projeto didático especifico para uma aula: objetivos, planejamento do trabalho.

Nível 0: Situação didática

Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação.

Nível -1: Observação do aluno em atividade

Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho atribuído aos alunos.

Fonte: Margolinas (2002)

Os estudos de Margolinas (2002) mostraram também que os níveis de atividades do professor não devem estar necessariamente organizados nessa ordem uma vez que dependendo da situação didática proposta, a partir dos níveis 0 e -1 pode-se retomar aos níveis anteriores para se corrigir possíveis dificuldades encontradas pelos estudantes.

Câmara do Santos (1997) destaca que existe uma relação existente entre as atividades do professor e o tempo, que por sua vez se dá em duas dimensões: o Tempo Noosférico e o Tempo do Professor. O primeiro é representado pelo currículo e orientações curriculares da escola, enquanto que o segundo diz respeito às rupturas e conflitos existentes entre o conhecimento.

No Tempo do Professor, ele é visto como o 'sujeito didático' e "a gestão desse tempo está profundamente ancorada na relação que o professor mantém com o conhecimento matemático (CÂMARA DOS SANTOS,1997, p. 113). Portanto, quanto mas proximidade com o conhecimento se tem em relação a um determinado saber, mas se pode avançar, e mais se pode adaptar e modificar esse saber.

Para Brousseau (2008), é justamente a busca pela modificação do conhecimento matemático, que leva o professor à *otimização* de sua prática, sendo esta um meio para a adaptação das situações aos alunos, já que são indispensáveis para as realizações dos procedimentos matemáticos.



3 Teoria dos Campos Conceituais

O resultado das investigações relacionadas ao comportamento dos alunos levou Vernaud a desenvolver hipóteses sobre como eles constroem o conhecimento matemático. Tais investigações foram responsáveis pelo desenvolvimento da Teoria dos Campos Conceituais - TCC, afirmando que o ponto fundamental da cognição é o processo de conceituar a realidade que representa uma atividade psicológica interna do sujeito e não pode ser reduzida ou operações lógicas gerais, nem para operações linguísticas.

De acordo com Vernaud (1998, p. 173) "o desenvolvimento cognitivo não pode ser explicada por modelos simplistas, mesmo que seja recorrendo a ideias de reprodução social ou por estruturas inatas ao sujeito (tradução do autor)" ou, ainda a metáfora da mente como o processamento de informação. No entanto, os estudos de Piaget (1996), nos permite analisar os mecanismos gerais de desenvolvimento do sujeito, tais como a teoria da equilibração que oferece contribuições para explicar as ações do sujeito com o objeto do conhecimento.

Tal teoria piagetiana é a base para o estudo da teoria da Vernaud e sua essência é o conceito de esquema, porque o conhecimento é organizado em campos conceituais durante um período de tempo, através da experiência, maturidade e aprendizagem (MOREIRA, 2002).

Um 'esquema' é definido como a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. É nos esquemas que se deve investigar o conhecimento-emação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operacional. Portanto, o conceito de esquema é muito importante, não apenas para descrever comportamentos familiares, mas também para descrever e compreender os processos de situações-problema (MOREIRA, 2002).

O conjunto de fatos discutidos é que culmina na definição de campo conceitual que, segundo Vernaud, é um conjunto de situações, conceitos, procedimentos e representações, como se vê na figura a seguir.

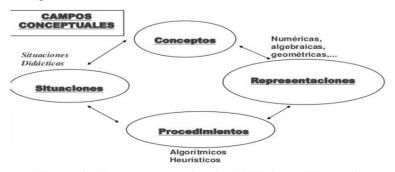


Figura 2: Campos conceituais (VERGNAUD, 1990)



Três argumentos principais permitiram a Vergnaud (2004, p.393) chegar ao conceito de campo conceitual:

- 1) um conceito não é formado dentro de um único tipo de situação;
- 2) uma situação não é analisada com um único conceito;
- 3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo que é muito grande e se estende por anos, às vezes com analogias e mal-entendidos entre situações, concepções, procedimentos e entre significantes.

Neste contexto, os campos conceituais representam o contexto em que os alunos estão inseridos e sua cultura.

Vernaud (1998, p. 7) define como campo conceitual

um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relacionamentos, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados entre si e provavelmente interligados durante o processo de aquisição. (tradução do autor)

Como se observa, a conceituação é o foco principal do desenvolvimento cognitivo na teoria dos campos conceituais e para o autor o conceito é formado por três conjuntos: *as situações (s), os invariantes (S) e as representações simbólicas (R)*.

São as situações (S) que dão sentido ao conceito e o torna significativo porque um dos focos da análise é o sujeito-em-ação, porque são as ações que permitem a construção dos conceitos. As operacionalidades dos conceitos ocorrerem por causa de seus invariantes (I) que representam o que se preservada e que lhes permite ser reconhecidos em tal situação, porque eles representam o significado do conceito. As Representações Simbólicas (R) são identificadas como o significado do conceito porque elas indicam e representam os invariantes.

Diante de uma situação, a *representação*, a *imaginação* e a *percepção* é que permite ao sujeito reter informações, interpretar, inferir e agir sobre ela. De acordo com Vergnaud (2004, p 27) "a representação é essencialmente um instrumento de situação e de cálculo, que permite desencadear a ação ou o bem que precede para organizá-la" (tradução do autor); sendo então a ciência, uma perfeita ilustração desse significado, pois permite a identificação ou criação de novos objetos.

É importante ressaltar que o conceito de situação referida por Vernaud não tem o sentido de uma situação didática definida por Brousseau, mas o de tarefa, porque Vernaud considera que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas. Ao contrário de outros pesquisadores, subordina o (83) 3322 3222



papel da forma dos enunciados e o número de elementos colocados em questão ao papel essencial dos próprios conceitos matemáticos. No entanto, não há como investigar os conceitos envolvidos em conteúdos matemáticos se não houver situação didática que permitem a sua exploração.

4 METODOLOGIA

Alguns estudos em educação tem se preocupado com a seleção da modalidade mais adequada para se representar os dados referentes a pesquisa, entre os estudos destacamos Oliveira (2007), ao afirmar que a pesquisa qualitativa é mais apropriada porque engloba um estudo no qual não apenas os resultados serão analisados, mas todo o processo envolvido na investigação.

Alguns autores como Bogdan e Bike (1991) preferem chamar essa modalidade apenas de qualitativa de cunho qualitativo porque valoriza tanto o processo como produto. Entre suas definições, Oliveira (2007, p. 37) a define como "um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para a compreensão detalhada do objeto em estudo".

Entre as modalidades de pesquisa qualitativa adotou-se o estudo de caso; Huberman e Matthew (1991) destacan que este tipo de investigação possui uma estratégia metodológica de naturaleza exploratória, descritiva e interpretativa. Para Maren (1995, p. 239) "o estudo de caso facilita a compreensão de fenômenos sociais complexos e geralmente se aplica com mais frequência as áreas de ciências".

A pesquisa seja foi realizada em uma escola pública da cidade de Orobó - Pernambuco. Os sujeitos, além do professor participante que chamaremos de João, foram 9 alunos de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental e para efetuar os registros dos fatos utilizamos os recursos de videografia, caderno de campo e após as gravações realizar as transcrições dos áudios, que de acordo com Bodgan e Bike (1991) é uma tarefa que requer muita atenção de demando muito tempo, mesmo com a ajuda de softwares que já realizam parte desta tarefa.

A observação das atividades desenvolvidas se iniciou a partir da organização das situações que poderiam ser trabalhadas em sala a partir do conteúdo razão e proporção, que ocorreram durante uma aula de 50 minutos. Usamos a nomenclatura 'E1' para nos referir a equipe 1, 'E2' para a equipe 2, 'E3' para a equipe 3 e 'P' para nos referir ao professor



Adiante serão apresentadas as situações didáticas propostas e suas respectivas análises a luz da Teoria das Situações Didáticas, a Teoria dos Campos Conceituais e também nossas concepções a respeito dos fenômenos didáticos e cognitivos que regem os saberes a serem ensinados.

5 Análise dos dados e discussões

O tempo da investigação ocorreu durante duas aulas de 50 minutos cada. As seguintes situações didáticas foram utilizadas:

Situação 1 - Bruna e Carlos querem fazer limonada

Bruna usa 3 limões para cada 5 copos de água e Carlos usa 4 limões para cada 5 copos de água. Quem produzirá a limonada mais concentrada?

12. E1, E2, E3: Carlos!

13. E3: Eu acho que a limonada de Carlos é a mais forte porque ele usa mais limão que Bruna para os cinco copos de água.

Situação 2 - Daniela e Marcos querem fazer uma limonada

Daniela usa 2 limões para 5 copos de água e Marcos usa 3 limões para 7 copos de água. Quem produzirá a limonada mais concentrada?

O que observamos na situação 2 é que os alunos não se arriscaram a responder e a partir desse momento houve a intervenção do professor que fez a seguinte pergunta:

17. P: Porque vocês responderam a pergunta da situação 1, e não conseguiram responder a pergunta da situação 2?

18. E2: Porque os denominadores são diferentes, então não há como comparar.

Com base nos estudos de Vergnaud (1990), nota-se que esta atividade revelou uma nova situação para os alunos: eles não tinham conhecimento prévio acomodado e assimilados para apresentar uma solução para a atividade. Além disso, é possível inferir que eles apresentaram conhecimento implícito, isto é, invariantes operatórios modelados, o que Vergnaud chama de teorema em-ação falsa. Em seguida, o pesquisador tenta provocar nos alunos novas reflexões na busca de uma possível resposta.

19. P - Tem certeza de que não há como comparar? Não há como deixar os denominadores iguais? Vamos ver os múltiplos de 5, quem são eles?

20. E1, E2, E3: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ...

21. *P*: Agora vamos ver os múltiplos de 7 (7, 14, 21, 28, 35 ...). Existe um múltiplo comum?

22. E3: Sim, é 35

23. *P*: Como 5 gera 35? e como o 7 gera?

24. *E1: multiplicando 5 por 7 e 7 por 5?*

(83) 3322.3222

contato@epbem.com.br



25. P: Sim, corretamente. Vamos também fazer com os numeradores.

Registro do professor				
2 x 7	_ 14	3 X 5	15	
$\frac{1}{5}$ x $\frac{1}{7}$	35	$\frac{7}{7}$ x $\frac{7}{5}$	35	

26. In: Observem que $\frac{14}{35}$ é una fração equivalente a $\frac{2}{5}$ e o mesmo ocorre com

 $\frac{3}{7}y\frac{15}{35}$. E agora quem produzirá a limonada mais concentrada?

27. E1, E2, E3: Marcos!

28. E2: Marcos, porque é só comparar 14 com 15. É como se ambos usassem 35 copos de água para fazer as limonadas..

Nesse estrato da situação didática, fica claro o conceito de dialética, descrito por Brousseau (2008), ao afirmar que as situações propostas pelo professor devem oferecer ao aluno a oportunidade de progredir e permitir que ele faça novas perguntas e gere novas respostas.

Situação 3 - Promoção de pastéis!

Se 7 tortas custam R \$ 15,00. Quantos pastéis podem ser comprados com R \$ 120,00?

- 53. E1: Não há como responder porque temos que saber quanto custa um pastel.
- 54. E3: Nós também não conseguimos responder.

Esta atividade indica que o teorema en-ação falsa é um elemento de um esquema resistente que não foi completamente desestabilizado. Esta é uma das razões pelas quais Vergnaud (1990) defende a necessidade de diferentes situações para a compreensão de um conceito matemático, no decorrer da aprendizagem escolar. Além disso, o pesquisador faz com que os alunos reflitam novamente e procurem uma solução para o problema.

55. *P*: Vamos pensar: 7 pastéis custan R\$15,00. Com R\$ 30,00 posso comprar quantos pastéis?

56. E2: 14 pasteles.

57. P: E com R\$ 60,00 e com R\$ 120,00

58. E3: Entendi, veja como fizemos

<u> </u>
Registro do grupo A3
7 pasteles R\$ 15,00
14 pasteles R\$ 30,00
28 pasteles R\$ 60,00
56 pasteles R\$ 120,00

Observamos que os alunos apresentaram dificuldades em responder a situação 3, portanto percebe-se que, quanto à adaptação dos alunos às situações, saltos e obstáculos ocorreram. Brousseau (2008, p.45) afirma que "as variantes de uma situação relativa ao mesmo conhecimento matemático podem apresentar

(83) 3322.3222 contato@epbem.com.br www.epbem.com.br



grandes diferenças de complexidade e, é claro, levar a diferentes estratégias ótimas e também a diferentes formas de conhecer o mesmo saber".

O que significa que a expectativa do professor seria que as equipes procedessem como descrito abaixo.

Pastéis	R\$	
7	15	
X	120	

$$15X = 7 \times 120 \tag{1}$$

$$X = \frac{7 \times 120}{15} \tag{2}$$

$$X = 7 \times 8 = 56 \text{ past\'eis} \tag{3}$$

Mas não é o que se observa na resolução da equipe 3, portanto, é importante perceber que o fato de o professor promover a afirmação de um invariante operatória durante uma aula não significa que o aluno seja capaz de enunciá-lo, e que pode fazê-lo de maneira diferente, que não corresponde à expectativa conceitual do conceito evocado pelo professor (VERGNAUD, 2004).

Portanto, fica claro que um conceito não é uma definição, mas algo mais implícito, algo mais particular para o sujeito em ação e, mesmo se os mesmos conteúdos forem abordados, os conceitos sobre objetos matemáticos podem ser apresentados com diferentes concepções.

6 Considerações

Os projetos de pesquisa de Vergnaud e Brousseau são complementares quando pensamos em atividades de intervenção didática em sala de aula. Com a análise do tema da situação, podemos investigar e compreender melhor a evolução temporal dos sujeitos à medida que aprendem, como também pensar em planejar situações didáticas centradas nas características dos conteúdos que serão estudados.

Uma das vantagens de se trabalhar com a Teoria dos Campos Conceituais no planejamento e na análise de situações de ensino é que essa teoria trata do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem a partir dos conteúdos do conhecimento e da análise conceitual de seu domínio, porque Vergnaud (2004) procura redirecionar o foco piagetiano do sujeito epistêmico para o sujeito-em-situação.



As situações que foram escolhidas para a aula que analisamos trazem aplicações do conceito de proporcionalidade a partir dos conteúdos razão e proporção nas questões alimentares e financeiras. Portanto, são aplicações de situações práticas da vida, uma vez que a apropriação do conceito de proporcionalidade é fundamental para o avanço da aprendizagem em campos fundamentais da matemática, como a álgebra e a geometria.

Os resultados demostraram que os alunos não utilizam conhecimentos algébricos formais, como equações, por exemplo, para resolver os problemas propostos, o que reforça a importância de propor outras situações que os façam aplicar esse conhecimento. Mas, podemos dizer que os alunos recorrem ao seu *milieu* para resolver as situações propostas, já que "o conceito de *milieu* implica em tudo o que atua sobre o aluno e/ou sobre tudo o que o aluno atua" (BROUSSEAU, 2008, p.3); ou seja, o meio é considerado como um fator externo, o meio no qual o aluno está inserido, o que lhe permite aprender por sua própria necessidade e não necessariamente pela necessidade do professor ou da escola.

Portanto, pode-se afirmar que a transmissão do conhecimento matemático depende de vários fatores e que a própria matemática sozinha e isolada não é capaz de transformar esse conhecimento aprendido pelos alunos e precisa da relação existente entre as ciências da educação, da didática da matemática (BROUSSEAU, 1998) e da psicologia da educação matemática (VERGNAUD, 1990)

7 Referencias

BOGDAN, R. e BILKEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos**. Porto – Portugal: Porto Editora, 1994.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. In: BRUN, J. et ali. **Didactique des Mathématiques**. Paris: Delachaux et Niestlé S.A, 1996.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CÂMARA DOS SANTOS, M. **O professor e o tempo**. Tópicos Educacionais. V. 15, nº 1/2, p. 105-116. Recife, 1997.

FIORENTINI, D; e LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Coleção: Formação de Professores. Campinas — SP: Autores Associados, 2006.

FIOREZE, L. A. . **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade**: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais. Tese (Doutorado). UFRGS. Porto Alegre, 2010.



GITIRANA V. e CARVALHO J. In CARVALHO, .In: A Matemática do contexto e o contexto na Matemática. João Bosco Pitombeira Fernandes. Matemática: Ensino Fundamental. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

HUBERMAN, A; MATTHEW, M. **Analyse des donnéss qualitatives**: recueil de nouvellesmethods. Bruxeles: De BoeckUniversité, 1999.

LESH, R.; POST,T.; BEHR, M. *Proportianl reasoning*. In: J. Hiebert & M. Behr (Eds.) **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Restorm VA: Laerence Erlbanum e National Coucil of Teachers of Mathematics, 1998.

MAREN, J. **Métodes de recherchepourl'éducation**. Montréal: Les Presses de l'université de Montréal, 1995.

MARGOLINAS, C. La structuration du milieu et ses apport dans l'analyse a posteriori des situactions. In: MARGOLINAS, C (ed.). Les débats de didactique des mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage éditions, 2002.

MOREIRA, M. A. La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la Enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. Investigacións en Enseñanza de las Ciencias. v. 7, n. 1, Porto Alegre, 2002.

NUNES, T. É hora de ensinar proporção. **Revista Nova Escola**, São Paulo, n. 161, abr. 2003.

OLIVEIRA, Maria Marly de: **Como fazer pesquisa qualitativa** – Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

PIAGET, J. **The equilibration of cognitive structures**. Chicago: The University of Chicago Press. 1996.

VERGNAUD, G. La representación entre el sentido común y el análisis científico. Los lenguajes de las ciencias, p. 25-35, 2004.

_____ *A comprehensive theory of representation for Mathematics Education.* **Journal of Mathematical Behavior**, v. 2, n. 17, p. 167-181, 1998.

La teoría de los campos conceptuales, en **Recherches en Didáctique des Mathématiques**, Vol. 10. 1990.