



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS SEGUNDO GEORGE POLYA: UMA ABORDAGEM METODOLÓGICA PARA SOLUCIONAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Lidiane Alves de Lima Melo; Flavio de Oliveira Feitosa Paz; Carlos Bino de Souza

*Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco – Campus Pesqueira;
lide.alvesdelima@gmail.com; flavi0.1005@hotmail.com; bino.souza@pesqueira.ifpe.edu.br*

Resumo: O presente texto é fruto de um minicurso realizado através do Clube de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco – IFPE Campus Pesqueira. A princípio, o minicurso teve a intenção de atingir como público alvo professores e estudantes que atuam na área da matemática, porém, outros estudantes também participaram, e eram estudantes do Ensino Médio e de Licenciatura em Física. Para contribuir com as aulas de matemática e o desenvolvimento do estudante para resolver questões, o objetivo principal foi de mostrar a Resolução de Problemas em quatro etapas segundo George Polya como uma ferramenta que facilite o desenvolvimento em resolver problemas matemáticos através de conteúdos já abordados.

Palavras-chave: Resolução de Problemas, OBMEP, George Polya.

JUSTIFICATIVA

A matemática é vista como uma ciência complexa e de difícil compreensão. A mesma possui um paradigma metodológico de ensino que em parte intimida os estudantes e professores dessa área do conhecimento. Mesmo com a matemática moderna, o estudo dessa disciplina tornou-se complexo tanto para os alunos, quanto para os educadores, porque passou a preocupar-se mais com a formalização distanciando-se das questões práticas. Fazendo com que os alunos não compreendam todos aqueles enunciados e sua ligação com a matemática, e, o professor por sua vez não se sente seguro do que está transmitindo.

Nas décadas de 1960-1970, o ensino de matemática no Brasil e em outros países do mundo foi influenciado por um movimento de renovação conhecido como Matemática Moderna. [...] Apresentava uma matemática estruturada, apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos.

[...] Nesta reforma o professor falava, porém muitas vezes não seguro daquilo que dizia. O aluno não percebia a ligação que todos aquelas propriedades enunciadas tinham a ver com a matemática usada fora da escola. [...] Esse ensino passou a ter preocupações excessivas com formalização, distanciando-se das questões práticas. (ONUCHIC, p. 202 e 203, 1999)



Quando o professor ensina seu aluno a resolver problemas matemáticos através da Resolução de Problemas, ele está dando ao mesmo um meio de desenvolver sua própria compreensão. Para George Pólya, esta metodologia contribui para que os estudantes desenvolvam estruturas cognitivas de bom nível.

A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. (PÓLYA, p.4, 2006)

Através dessa realidade, foi proposto realizar um minicurso para estudantes de Licenciatura em Matemática sobre A Estratégia de Resolução de Problemas segundo George Polya (2006) usando questões da 1ª e 2ª fase das provas OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática para Escolas Públicas e Particulares), com o objetivo de apresentar estratégias que facilite o desenvolvimento em solucionar problemas matemáticos através de conteúdos já abordados em sala.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo Dante (2003) um problema é qualquer circunstância que exige o indivíduo pensar para resolvê-la. Já um problema matemático não exige apenas o pensar, mas sim conhecimentos e maneiras de raciocinar matematicamente para solucioná-lo. É importante ressaltar que não existe apenas uma forma de representar um problema matemático, pois os mesmos se subdividem em alguns aspectos, como por exemplo: exercícios de reconhecimento e algoritmos, problemas-padrão simples e composto, problemas-processo ou heurísticos, problemas de aplicação e quebra-cabeça, em que cada um desses possui suas especificidades. Para resolver esses problemas, um possível método a ser utilizado é a Resolução de Problemas.

A Resolução de Problemas é fruto de estudos desenvolvidos por George Polya no ano de 1944. Porém seu estudo começou realmente nos anos 60, nos Estados Unidos, limitando-se a solucionar e treinar problemas. Já nos anos 70, a Resolução de Problemas ganhou espaço no mundo todo utilizando a mesma como uma ferramenta de estudo da matemática e também trazendo estratégias para solucionar problemas.



A importância dada a Resolução de Problemas é recente e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de se resolver problemas merecia mais atenção.

[...] Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade. (ONUCHIC, p. 203, 1999)

Onuchic (1999) mostra que a Resolução de Problemas pode ser utilizada como um método para aprender a matemática, em que os professores trabalham um assunto em sala de aula e levam problemas matemáticos para que seus estudantes resolvam. Porém, em alguns casos, esses não são problemas verdadeiros, pois não existe um real desafio ou uma real necessidade de validação do resultado, podendo desmotivar o estudante a solucionar problemas verdadeiros por achar que é uma repetição. Já, Polya em seu livro “A arte de resolver problemas” mostra um método de solucionar problemas através de conteúdos matemáticos já estudados, podendo mostrar ao estudante que seus conceitos estão inter-relacionados nesses problemas.

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, p. 40, 1998)

Polya (2006) aborda quatro etapas para resolver um problema:

1. **Compreensão do problema:** O estudante precisa entender o problema e deve tentar resolvê-lo. Deve também, considerar as partes mais importantes do enunciado sobre vários pontos de vistas, como a incógnita, os dados e a condicionante. Se faltar ao aluno a compreensão do problema proposto, o professor deve ajuda-lo discretamente e naturalmente, indicando os passos ao mesmo. Cabe ao professor escolher um problema nem muito difícil e nem muito fácil.
2. **Estabelecimento de um Plano:** É necessário encontrar uma conexão entre os dados e a incógnita. Se já resolveu um problema parecido, é possível utilizá-lo. Por fim, é preciso chegar a um plano para resolver a questão.



3. **Execução do Plano:** Para conseguir realiza-lo, é preciso utilizar conhecimentos anteriores, ter bons hábitos mentais e se concentrar no seu objetivo. E por fim, paciência para executar o plano.
4. **Verificar solução:** Se o estudante fizer uma retrospectiva da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que os levou até este resultado, eles poderão firmar seu conhecimento e aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas. O professor deve compreender e transmitir a seus alunos o conceito de que problema algum fica completamente esgotado, e deve encorajar os seus alunos a imaginar casos em que eles poderão utilizar o procedimento usando outra vez.

A OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas)

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP foi criada em 2005 como um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas, realizado pelo IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada) e com o apoio da SBM (Sociedade Brasileira de Matemática). Tem por objetivos estimular o estudo da matemática e identificar talentos na área, contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento e contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas.

Os estudantes que participam da OBMEP são do 6º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio.

Ao realizar uma prova da Olimpíada de Matemática, é necessário que o estudante relembra conceitos já estudados em sala de aula e utilize estratégias para solucionar a questão. O mesmo ocorre com certos problemas matemáticos, e é importante que haja um bom entendimento dos estudantes para resolver os problemas propostos. Pais (2002) explica a aprendizagem por adaptação descrita por Brousseau, em que o estudante é desafiado a adaptar seus conhecimentos anteriores para solucionar um problema, e que o mesmo use a criatividade, pois é preciso ultrapassar o seu próprio nível de conhecimento.

METODOLOGIA

O minicurso Estratégia de Resolução de Problemas aconteceu no VII Pluri Pesqueira, em meados de novembro de 2017 no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco – IFPE Campus Pesqueira. Participaram



vinte e três pessoas, sendo estudantes de Licenciatura em Matemática e Física e do Ensino Médio.

Iniciou com duas questões básicas de matemática para que os estudantes se familiarizasse com o que estava sendo proposto antes de falarmos sobre a Resolução de Problemas e para ver o modo como cada um resolvia as questões. Esses exercícios estavam no Datashow e foram elas:

- a) Numa fazenda há galinhas e coelhos, totalizando 80 pés e 25 cabeças. Quantas são as galinhas e coelhos?
- b) Um pintor, trabalhando 8 horas por dia, durante 10 dias, pinta 7.500 telhas. Quantas horas por dia deve trabalhar esse pintor para que ele possa pintar 6.000 telhas em 4 dias?

Após percebermos que todos haviam solucionado as questões, falamos aos participantes que antes de corrigir com eles essas questões, partiríamos para falar sobre resolução de problemas.

Para falar sobre as resoluções de problemas, subdividimos alguns aspectos para abordar de uma melhor maneira na oficina.

Primeiro, mostramos um pouco sobre a história da Resolução de Problemas, dizendo quando e onde surgiu, o que levou a estudá-la, os desafios a princípio. E também, mostramos a Resolução de Problemas de três diferentes métodos: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar a matemática através da resolução de problemas, enfatizando o ensinar a resolver problemas, pois é o que George Polya trata em seu livro.

Segundo, relatamos a vida de Polya, mostrando suas contribuições para a matemática, sua vida acadêmica e obras publicadas.

Terceiro, focamos nas quatro etapas para resolução de problemas, mostrando e exemplificando o método como Polya usa para solucionar questões. Falamos também da importância de lembrar conteúdos já estudados na matemática, pois, mesmo não sabendo como resolver a questão por não saber uma fórmula, podem-se usar as quatro etapas e chegar a um resultado correto.

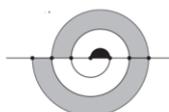
Logo após a explicação, voltamos para os exercícios iniciais e resolvemos usando as quatro etapas para exemplificar e explorar, falamos também que involuntariamente utilizamos o método de Polya para resolver algumas questões. Ao término das soluções dessas questões, entregamos uma ficha com quatro questões da 1ª e 2ª fase da OBMEP, com o objetivo de que os participantes da oficina colocassem em prática o

que foi visto. E, como o público alvo eram estudantes de Licenciatura em Matemática, foram selecionadas questões que tenham certo grau de dificuldade, porém participaram também estudantes do Ensino Médio e de Licenciatura em Física. As imagens abaixo são das questões que foram entregues.

Figura 1 – Atividade

1. (OBMEP/ 1ª fase/ 2010) Na figura ao lado os pontos destacados sobre a reta estão igualmente espaçados. Os arcos que ligam esses pontos são semicircunferências e a região preta tem área igual a 1. Qual é a área da região cinza?

- a) 15
- b) 18
- c) 25
- d) 30
- e) 36



2. (OBMEP/ 2ª fase/ 2006) Uma folha retangular de 20 cm por 30 cm foi cortada ao longo das linhas tracejadas AC e BD em quatro pedaços: dois triângulos iguais e dois polígonos iguais de cinco lados cada um, como na figura I.



Os segmentos AC e BD têm o mesmo comprimento e se encontram no centro do retângulo formando ângulos retos.

- a) Qual é o comprimento do segmento AB?
- b) Qual é a área de um pedaço triangular? E de um pedaço de cinco lados?
- c) Com os quatro pedaços podemos montar um quadrado com um buraco retangular, como na figura II. Qual é a área do buraco?

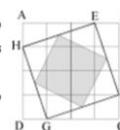
3. (OBMEP/ 1ª fase/ 2017) Com pentágonos regulares com 1 cm de lado, formamos uma sequência de polígonos como na figura. O perímetro do primeiro polígono é 5 cm, o perímetro do segundo é 8 cm, e assim por diante. Quantos pentágonos são necessários para formar um polígono com perímetro igual a 1736 cm?

- a) 570
- b) 572
- c) 574
- d) 576
- e) 578



4. (OBMEP/ 2ª fase/ 2005) O quadrado ABCD da figura está dividido em 16 quadradinhos iguais. O quadrado sombreado tem os vértices sobre os pontos médios do quadrado EFGH.

- a) A área do quadrado EFGH corresponde a que fração da área do quadrado ABCD?
- b) Se o quadrado ABCD tem 80 cm de área, qual é o lado do quadrado sombreado?



Fonte: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>

Enquanto realizavam os exercícios, percebemos as dificuldades de cada participante nas questões propostas, por esse motivo achamos melhor ajuda-los. Em seu livro, Polya relata que é importante que o professor não dê a resposta, mas mostre meios de como os problemas pode ser resolvido através de dicas. Enquanto auxiliávamos os participantes, percebemos a dificuldade de relembrar conteúdos matemáticos que já foram estudados durante a vida deles, principalmente dos licenciandos em matemática. Porém, uma pessoa que conseguiu resolver todas as questões, pois estava familiarizado com as provas da OBMEP.

Notamos também, que alguns preferiam resolver individualmente, outros, acharam melhor se agrupar. Quem se agrupou, teve mais facilidade de resolver as questões. Faltando meia hora para acabar o minicurso, decidimos resolver no quadro as quatro questões e tirar dúvidas que não foram esclarecidas. Antes de liberar os estudantes, pedimos para que cada um fizesse uma avaliação do minicurso, sem precisar se identificar.



RESULTADOS E DISCUSSÃO

A forma que utilizamos para avaliar os estudantes foi através das questões, em que podemos notar o desempenho de cada um e também as suas dificuldades. E, em cada momento das resoluções em grupo, ou quando eram tiradas as dúvidas nas bancas, percebemos que cada um utilizava de forma específica às quatro etapas para Resolver Problemas.

Quanto à avaliação do minicurso e dos palestrantes, foi entregue uma ficha com cinco perguntas, e, participaram dessa avaliação vinte e três pessoas. As perguntas foram:

1. O que você achou da oficina?
2. O que você achou dos ministrantes desta oficina?
3. Quais os aspectos positivos?
4. Quais os aspectos negativos?
5. Sugestões:

Na primeira pergunta, não houve resultado negativo e apenas uma ficou em branco. As respostas em geral foram dadas de maneiras diferentes, as palavras utilizadas foram: interessante, superinteressante, muito boa, muito proveitosa, gostei, legal, excelente, ótima e boa. Já na segunda, um dos participantes notou o nervosismo por um dos ministrantes e utilizou as seguintes palavras “Domínio relevante do conteúdo, porém nervosismo por parte de um dos integrantes”. Mas, em geral as respostas foram positivas, e diziam que acharam interessante a forma como interagimos com a turma, a preocupação em saber se estavam compreendendo o conteúdo, os exercícios que foram resolvidos com clareza, à didática utilizada e a habilidade, porém uma ficou em branco.

Quanto à terceira pergunta “Quais os aspectos positivos?” as respostas foram parecidas com a segunda pergunta, porém, não houve nenhuma questão em branco. Uma resposta que chamou atenção foi “facilitar a resolver problemas matemáticos de forma fácil”, que foi o principal objetivo do minicurso.

Um dos aspectos negativos abordados pelos estudantes foi a falta de tempo para resolver todas as questões sozinho e para o minicurso, e a dificuldade em resolver as questões, e, onze pessoas disseram que não teve aspecto negativos. Em relação às sugestões, cinco não falaram nada, e alguns falaram mais uma vez do tempo, usar questões do dia a dia e colocar questões mais fáceis. Abaixo estão quatro das vinte e três avaliações como exemplificação.

Figura 2

The figure shows four examples of student feedback forms for 'Resolução de Problemas' (Problem Solving). Each form is titled 'Resolução de Problemas - Registro Avaliativo' and contains five questions:

- O que você achou da oficina?
- O que você achou dos ministrantes desta oficina?
- Quais os aspectos positivos?
- Quais os aspectos negativos?
- Sugestões:

The responses are as follows:

- Form 1:**
 - 1. Muito interessante sobre a questão de sempre propor tarefas no aspecto de desenvolvimento e aprendizagem na resolução de problemas.
 - 2. Domínio interessante da conteúdo, pouco desconhecido por parte de uns dos integrantes.
 - 3. Didática excelente, esse interesse e troca de conhecimentos.
 - 4. (Blank)
 - 5. Relaxe!
- Form 2:**
 - 1. Muito interessante. Foi um momento bom.
 - 2. Foram ótimos.
 - 3. Ajuda a entender como resolver problemas matemáticos de forma fácil.
 - 4. Não teve aspectos negativos.
 - 5. Ter mais momentos assim.
- Form 3:**
 - 1. Excelente.
 - 2. A oficina desenvolveu, participou com o conhecimento dos assuntos.
 - 3. A abordagem de casos ajuda para a resolução de problemas.
 - 4. As questões propostas pediram boa de um nível mais fácil ajudando assim o entendimento.
 - 5. Melhorar questões de nível mais fácil.
- Form 4:**
 - 1. Super interessante.
 - 2. Muito bons.
 - 3. Entende e compreende as resoluções feitas no quadro por os ministrantes.
 - 4. Tive dificuldade em resolver algumas as questões.
 - 5. Mais tempo para poder dar mais exemplos.

Fonte: Própria

CONCLUSÃO

Durante a construção do minicurso percebemos a importância da metodologia de Resolução de Problemas para a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. Mostrando a possibilidade de trabalhar em sala de aula com problemas propostos e usar também nas Olimpíadas Brasileira de Matemática.

É importante ressaltar que as questões abordadas tiveram diferentes níveis de interpretação, o que torna verídico a possibilidade de dificuldades entre os alunos, uma vez que o raciocínio individual é heterogêneo. Através disso, podemos perceber o momento em que se encontra a maior dificuldade dos mesmos, e como devemos interagir com o projeto proposto.

Através das questões da OBMEP percebemos as dificuldades dos estudantes de relembrar de conteúdos já estudados, mesmo sendo boa parte dos estudantes do curso de Licenciatura em matemática.



REFERÊNCIAS

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC /SEF, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo, SP. Editora Ática, 2007.

ONUCHIC, L. De La R. *Ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas*. In: Bicudo, M. A. V.(Org.) PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PERSPECTIVAS. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

Disponível em
<http://www.im.ufrj.br/nedir/disciplinasPagina/Lourdes_Onuchic_Resol_Problemas.pdf>

PAIS, Luis Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. G. Polya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo]. – Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

< <http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>> Acesso em: 14 ago 2018.