

ESTUDANDO A EQUAÇÃO DA RETA POR MEIO DO SOFTWARE GEOGEBRA: AÇÕES DIDÁTICAS DO PROGRAMA DE RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA

PROF.^a CRISTIANE FERNANDES DE SOUZA

Professora Doutora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/campus IV, cristianesouza@dcx.ufpb.br;

GEANE DE SOUZA OLIVEIRA

Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/campus IV, geane.souza@academico.ufpb.br;

JOSÉ LUIZ DO NASCIMENTO LIMA

Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/campus IV, joseluizbt232@gmail.com;

LARISSA NÓBREGA LOPES

Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB/campus IV, larissa.nobrega@academico.ufpb.br

RESUMO

Diante de uma pandemia, ocasionada pelo Covid-19, que implicou em um ensino no formato remoto em todas as escolas no país, e mundo todo, a busca por ferramentas digitais que ajudassem o professor em suas ações de ensino aumentou. Pesquisas têm mostrado a importância da utilização dessas ferramentas digitais no processo de ensino-aprendizagem. O *software* GeoGebra é um exemplo desse tipo de ferramenta, tendo em vista que ele pode ser utilizado como um recurso didático nas aulas de Matemática. Este trabalho aborda um estudo realizado numa 3ª série do Ensino Médio, da E.E.E.F.M Frederico Lundgren, situada no município de Rio Tinto - PB, no contexto do Programa de Residência Pedagógica (PRP), núcleo de Matemática – UFPB/campus IV, com uma abordagem para o objeto de conhecimento relativo à Equação da Reta, com o uso do *software* GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem. Esse estudo teve por objetivo principal apresentar a experiência vivenciada e, através dela, verificar as contribuições do GeoGebra nesse processo.

Palavras-chave: Matemática, Equação da Reta, Geogebra, Ensino remoto.

INTRODUÇÃO

O tema da investigação realizada refere-se ao uso do GeoGebra no estudo da Equação da Reta, em específico, a análise da reta considerando o papel do coeficiente angular e linear no seu comportamento. O estudo foi desenvolvido no âmbito do Programa de Residência Pedagógica (PRP), núcleo Matemática - UFPB/*campus IV*, no qual nos permitiu realizar as nossas ações na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Frederico Lundgren, localizada no município de Rio Tinto - PB. A pesquisa em questão foi desenvolvida com base nas aulas realizadas nos dias 06, 13 e 20 de setembro de 2021, na turma “A” da 3ª série do Ensino Médio, no formato de ensino remoto.

A Matemática escolar tem encontrado diversas barreiras em seu processo de ensino-aprendizagem, um deles é a falta dos recursos didáticos nas escolas públicas. Essa ausência, pode ocasionar impactos duradouros no aprendizado do aluno. Já sabemos que os métodos tradicionais (aulas focadas em definições, fórmulas, seguindo de aplicação em exemplos práticos e exercícios) é algo que está se tornando ultrapassado devido aos avanços tecnológicos. Segundo Moran (2012, p. 8), os modelos de ensino e aprendizagem atuais são “engessados, padronizados, repetitivos, monótonos, previsíveis e asfixiantes”. Mediante a isso, o professor precisa atualizar suas práticas docentes, principalmente com o crescente aumento do uso de tecnologias digitais para o ensino de Matemática.

Para Modeslki, Giraffa e Casartelli (2019), os constantes avanços tecnológicos exigem uma formação docente voltada à articulação das necessidades atuais às práticas pedagógicas. Ou seja, as competências docentes devem estar articuladas com o uso das tecnologias digitais. Isso implica na necessidade de construção de novos conhecimentos pelo professor, de modo a se apoderar das tecnologias e integrá-las aos conteúdos curriculares (LOBO DA COSTA; PRADO, 2015). Ao nos voltarmos para esses recursos tecnológicos, surgem inseguranças, indagações resultantes da saída da nossa “zona de conforto” (BORBA; PENTEADO, 2001 *apud* LOBO DA COSTA; PRADO, 2015).

Uma das principais dificuldades em relação à utilização de recursos tecnológicos está na sua execução, pois muitas vezes, o professor apenas transfere aquilo que habitualmente fazia na “lousa”. Para Lobo da Costa e Prado (2015), ao fazer isso, o professor “passa a limpo” a mesma aula usando a tecnologia digital. Para os autores, muitas vezes, os professores utilizam

os recursos tecnológicos de maneira pontual, ou seja, apenas como complemento em sua aula, ao invés de utilizar as potencialidades do recurso de forma integrada aos objetivos da(s) aula(s).

Os *softwares*, por tratar-se de um recurso tecnológico, são recursos que podem ser utilizados no âmbito educacional, através dos mais diversos meios tecnológicos como computadores e dispositivos móveis, como *smartphone*, *tablet* e *notebook*. Segundo Pacheco e Barros (2013) os *softwares* podem se constituir uma importante ferramenta pedagógica, pois, por meio destes, o aluno poderá fazer uma ponte entre os conceitos matemáticos estudados e o mundo prático. Porém, os métodos de ensino e a escolha dos *softwares* dependerão dos objetivos que os professores desejam alcançar com a aprendizagem de seus alunos.

A partir da necessidade de se repensar a sua prática de ensino e, pensando nas realidades em que os jovens estão inseridos e no ensino da Geometria, realizamos o nosso estudo com a finalidade de explorar a utilização de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no ensino e aprendizagem da Matemática. Dessa forma, utilizamos o *software* GeoGebra como ferramenta metodológica para promover a compreensão do conteúdo estudado pelos alunos, visando uma aprendizagem mais significativa mediada pelas TDIC.

O GeoGebra é um *software* matemático que pode ser utilizado em qualquer formato de ensino, sendo este presencial ou remoto. De acordo com o seu manual, o GeoGebra foi desenvolvido por Markus Horenwater para ser empregado na aprendizagem e ensino de Matemática nas escolas. Este *software* reúne Geometria, Álgebra, Cálculo e Estatística. O GeoGebra possui as características de um *software* de Geometria Dinâmica, permitindo a possibilidade da criação de vários objetos como pontos, retas, os quais podem, depois, ser modificados dinamicamente. Também, com este intuito, podemos fazer uso de ferramentas como o controle deslizante, de forma que pode-se especificar um intervalo e adicionar incrementos, possibilitando animações provocadas pelas variações em objetos (de forma manual ou automática). Com estas ferramentas, sendo utilizadas, por exemplo, em uma aula de Geometria, as movimentações possibilitadas pelo *software* poderiam levar os alunos a acompanhar visualmente o comportamento da reta ponto a ponto. A partir do GeoGebra também podemos explorar as representações algébricas, no qual é possível introduzir equações e coordenadas, digitando-se diretamente na caixa de entrada. Isso permite a representação dinâmica dos objetos, pois a sua representação se ajusta e se adapta automaticamente às

mudanças realizadas, conservando as propriedades particulares dos objetos (figuras). Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar e, ao mesmo tempo, representar de diferentes formas as interações realizadas no objeto em estudo. O *software* está disponível em português, e por ser uma multiplataforma, ele pode ser baixado e instalado em computadores com Windows, Linux e Mac OS.

Assim, o foco da nossa investigação incide no estudo das potencialidades do GeoGebra no ensino da Equação da Reta, no qual apresentamos as nossas impressões acerca desse *software* e dos possíveis fatores que contribuem para o ensino-aprendizagem do referido objeto de conhecimento e sua utilização com os alunos da 3ª série do Ensino Médio. Para isso, utilizamos o *software* GeoGebra inspirado no material “Atividade 3” (GUEDES, 2013) referente a inserção de retas no plano cartesiano e no estudo da posição relativa entre retas, do qual, nos detivemos ao estudo das retas paralelas. A nossa proposta teve como finalidade proporcionar aos alunos um ensino-aprendizagem de forma mais significativa mediada pelas TDIC, de modo que eles pudessem compreender o conteúdo estudado, assimilar as principais propriedades de pontos e retas, e o papel do coeficiente angular na posição relativa entre as retas e, em principal, na condição de paralelismo entre retas a partir das potencialidades didáticas do *software* GeoGebra no ensino da Equação da Reta.

REFERENCIAL TEÓRICO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), reconhece o potencial didático das tecnologias digitais como instrumentos facilitadores para a construção do conhecimento, e isto está explícito na competência geral 5:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Essa competência, em especial, coloca em destaque as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) como um fator preponderante na educação, tendo em vista a aplicabilidade (pessoal, social e profissional)

que a era digital trouxe consigo. Em relação a isso, o documento traz reflexões acerca da cultura digital, das relações humanas mediadas por tecnologias e comunicações por meios digitais, ressaltando que

[...] a cultura digital tem promovido mudanças sociais significativas nas sociedades contemporâneas. Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, *tablets* e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores. Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil (BRASIL, 2018, p. 61).

Para a BNCC, as tecnologias e os recursos digitais devem estar presentes no cotidiano das escolas. Porém, não basta que as tecnologias sejam inseridas nas escolas, mas, sim, incorporadas às práticas docentes. Há, portanto, necessidade de avançar nas ações de formação docente para além da simples instrumentalização dessas tecnologias e recursos digitais: “a formação precisa ocorrer em nível didático expresso em práticas” (CASARTELLI; GIRAFFA; MODELSKI. 2019, p. 14). Para esses autores, o uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) é fundamental para os programas de formação docente, pois, o uso destas tecnologias desenvolve competências em relação ao uso destes recursos no processo de ensino-aprendizagem.

Em relação a essas competências, Casartelli, Giraffa e Modeslki (2019) destacam a competência da fluência digital. Para os referidos autores, essa competência se refere à utilização de recursos tecnológicos de modo integrado, utilizando e produzindo conteúdo a partir desses recursos de forma crítica, reflexiva e criativa. Em resumo, para os autores os professores devem: possuir conhecimentos teóricos e tecnológicos sobre as ferramentas; as habilidades de explorar, buscar, selecionar, produzir e adaptar esses conhecimentos; e ter a iniciativa para buscar inovações e se manter atualizado.

Assim, para a Base Nacional Comum de Formação Inicial de Professores (BNC Formação), em suas competências gerais, temos uma descrição da competência 5, a ser desenvolvida pelo professor, para utilizar metodologias que façam uso de recursos tecnológicos no processo de ensino-aprendizagem:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas docentes, como recurso pedagógico e como ferramenta de formação, para comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e potencializar as aprendizagens (BRASIL, 2019, p. 17.)

A discussão acerca do uso das TDIC e de suas potencialidades no ensino da Matemática possui grande relevância para o contexto atual, como um apoio a ação didática do professor, trazido pelas TDIC, e nas situações que envolvam a visualização de objetos. Costa (2000) é um dos autores que valoriza os aspectos visuais para o ensino da Geometria. Neste sentido, a tecnologia mostra-se uma aliada ao ensino da Matemática, permitindo a sua exploração e investigação a partir dos conceitos e formas, ampliando as possibilidades de visualização, neste quesito, os *softwares* dinâmicos ganham destaque.

Então, centrando-se nas discussões sobre o ensino da Geometria, em particular, nas tecnologias que propiciam uma visualização dos objetos estudados, temos com destaque o *software* GeoGebra.

Para Lobo da Costa e Prado (2015), o uso de tecnologias como o Wingeon, SketchUp e o GeoGebra, sob uma perspectiva integradora, possibilita aos alunos a construção de conceitos a partir do levantar, testar e exteriorizar suas conjecturas. Levando isto em consideração, podemos utilizar o GeoGebra em prol da resolução de problemas e da compreensão de conceitos.

No final da década de 1990, Valente (1999 *apud* GUEDES, 2013), já destacava que as tecnologias, quando utilizadas de forma questionadora, poderiam ser uma poderosa ferramenta para auxiliar os alunos na aprendizagem da Matemática.

A possibilidade que o computador oferece como ferramenta para ajudar o aprendiz a construir o conhecimento e a compreender o que faz, constitui uma verdadeira revolução do processo de aprendizagem. (VALENTE, 1999, p. 107 *apud* Guedes, 2013, p. 16).

Outra contribuição interessante, que reforça o uso dos *softwares* matemáticos no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, é

mencionada por Fanchi (2007 *apud* GUEDES, 2013), na segunda metade dos anos 2000:

A informática facilita as visualizações, possibilita testar mudanças relacionadas a características algébricas de conceitos matemáticos e observar as variações resultantes no aspecto gráfico e acrescenta que a comparação entre as representações gráficas, algébricas e numéricas, a observação e a reflexão sobre o observado podem levar à elaboração de conjecturas (FANCHI, 2007, p. 184 *apud* GUEDES, 2013, p. 16).

Esses argumentos já reforçavam que o uso das tecnologias digitais para o ensino de objetos de conhecimento da Matemática podem ser recursos importantes para a aprendizagem, por parte dos alunos, desses objetos de conhecimento, promovendo, assim, o desenvolvimento de habilidades específicas do pensamento matemático.

PERCURSO METODOLÓGICO

Esse estudo possui uma abordagem de caráter qualitativo, tendo em vista que nosso olhar está voltado para as potencialidades didáticas do software GeoGebra. Assim, de acordo com Gil (2010) esse tipo de abordagem suscita a interpretação dos fenômenos por meio da observação, análise e reflexão.

No tocante ao objetivo, a pesquisa caracteriza-se como exploratória, pois nossas ações foram realizadas durante a ministração de aulas no âmbito do Programa de Residência Pedagógica (PRP). A pesquisa exploratória tem como propósito “[...] proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses” (GIL, 2010, p. 41), o que se adequa à nossa investigação.

Quanto aos procedimentos técnicos, nossa pesquisa utilizou a observação sistemática. De acordo com Gil (2011), os dados coletados são descrições precisas dos fenômenos ou teste de hipóteses. Assim, entendemos que nossa pesquisa se enquadra a esse procedimento, pois as etapas executadas foram planejadas detalhadamente, nesse caso, as observações foram fixadas em função das atividades realizadas no *software* GeoGebra.

A investigação foi realizada na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Frederico Lundgren, no município de Rio Tinto-PB, com os alunos da 3ª série do Ensino Médio, turma A. Nossas aulas foram realizadas no

formato de ensino remoto, ao longo de três dias, 6, 13 e 20 de setembro de 2021, com a duração média de 1 hora por dia, totalizando 3 horas de aula.

Nossa pesquisa foi dividida em três etapas. Na primeira etapa, foi feito um levantamento bibliográfico existente sobre o assunto abordado, no qual o tema abordado foi estudado através de artigos científicos e dissertações sobre uso do *software* GeoGebra e das TDIC para o ensino e aprendizagem da Matemática. Na segunda etapa, adaptamos os materiais estudados e elaboramos questionamentos relacionados à obtenção da Equação da Reta e ao comportamento do gráfico a partir da variação dos coeficientes. E por fim, na terceira etapa, sistematizamos as nossas conjecturas e construímos uma lei de formação para a obtenção de retas paralelas a determinada reta r dada.

Os momentos das aulas ocorreram da seguinte forma: primeiro, estudo sobre o alinhamento dos pontos, no qual buscamos por “coincidências” entre os pontos colineares entre si, “coincidências” estas, frutos da correlação entre as coordenadas desses pontos; segundo momento, análise de padrões gráficos das equações lineares, no qual analisamos graficamente o padrão encontrado nas retas; e por fim, o terceiro momento, analisamos o papel do coeficiente angular na posição relativa entre retas, explorando as situações que envolviam retas paralelas. Durante todos esses momentos, fizemos uso do *software* GeoGebra para criar as construções que foram discutidas no decorrer das aulas.

Nos inspiramos e seguimos o material exposto na dissertação de Guedes (2013); também, fizemos uso de algumas ferramentas em conjunto com o GeoGebra, tais como o Paint e Openboard, que proporcionaram, a partir de desenhos e rascunhos, a leitura visual para as nossas discussões em sala.

Antes de discutirmos os resultados das aulas, apresentaremos algumas características do *software* GeoGebra, para uma melhor compreensão dos episódios. Como mencionado, o *software* possui diversos recursos que podem ser utilizados para o estudo da Geometria e de outras áreas da Matemática. Porém, iremos descrever apenas alguns recursos que foram necessários para a realização das aulas.

Ao abrir o software online, podemos observar a barra de ferramentas e as zonas de operações (Figura 1).

Figura 1 – Barra de Ferramentas e as Zonas de operação



Fonte: Autoria própria.

Para as nossas aulas fizemos uso de duas diferentes formas de visualização: a zona algébrica e a zona gráfica. A zona gráfica permite mostrar os objetos no plano como, por exemplo, pontos, segmentos, vetores e retas; e no espaço, como por exemplo, cônicas. A zona algébrica exibe as coordenadas de pontos, equações etc. Há também o campo de texto (ou entrada de comandos) que é utilizado para inserir comandos, equações, coordenadas e funções diretamente através do teclado.

Dentro do *software*, visualizamos cada um dos recursos utilizados em nossas aulas. Ao acessamos a Barra de Ferramentas, encontrada na margem superior do ambiente, localizamos as ferramentas que auxiliam a construção dos objetos. A Barra de Ferramentas está dividida em 12 janelas (Figura 2), na qual cada uma delas possui várias outras ferramentas, que para visualizarmos, basta clicar sobre a seta no canto inferior direito do ícone. Ao fazer isso irá aparecer as opções referentes a esta janela.

Figura 2 – Barra de Ferramentas



Fonte: GeoGebra

Nesse momento, descreveremos as 7 ferramentas, das 12, que foram utilizadas nas aulas, mediante a ordem esquerda-direita, da Barra de Ferramentas que aparece na figura 2.

Mover (1ª janela): Essa ferramenta nos possibilita mover e arrastar os objetos livremente. Ao selecionar um objeto, podemos apagá-lo clicando no botão Mover e, em seguida, apertando a tecla *Delete* do teclado; ou, podemos mover este objeto, usando o mouse ou as teclas do teclado. Também é possível a partir dessa ferramenta identificar o objeto construído.

Ponto (2ª janela): Para criar um ponto, podemos selecionar essa ferramenta e em seguida, clicar na janela de visualização. Ao clicar nesse botão em um objeto, criamos um ponto nesse objeto (segmento de reta, reta, parábola, etc). Ao clicarmos em uma interseção de duas retas criamos um ponto de interseção dessas duas retas. Na ferramenta Interseção de dois pontos, podem ser criados selecionando dois objetos, assim todos os pontos de interseção entre esses dois objetos serão criados; ou então, clicando-se diretamente sobre a interseção entre duas retas, assim apenas um ponto de interseção será criado.

Reta (3ª janela): Para criar uma reta podemos selecionar dois pontos ou duas posições. A reta criada terá contida em si os pontos selecionados.

Polígono (5ª janela): Com esta ferramenta, pode-se construir polígonos. Para isso, selecionamos sucessivamente pelo menos três pontos, os quais serão os vértices do polígono, e depois clicamos no ponto inicial para fechar o polígono.

Ângulo (8ª janela): Através dessa ferramenta, podemos determinar um ângulo selecionando três pontos ou duas retas. Para determinar o ângulo entre os objetos selecionados, deve-se selecioná-los em ordem, no sentido horário. Dentro dessa janela temos a ferramenta Inclinação, ela fornece o declive de uma reta. Essa ferramenta mostra um triângulo retângulo cuja razão entre a medida dos catetos vertical e horizontal é o valor absoluto da declividade da respectiva reta.

Controle deslizante (10ª janela): Para criar um controle deslizante, basta ativar a ferramenta clicando sobre o local desejado na janela de visualização. Feito isto, aparecerá uma janela onde podemos determinar o valor

do objeto em si. Esse valor poderá ser configurado especificando um valor mínimo, máximo, uma velocidade de variação e a forma como o mesmo varia. Essa ferramenta possibilita causar variações no objeto, assumindo o papel de uma variável.

Mover janela de visualização (11ª janela): Com esta ferramenta, podemos mover o conteúdo exibido na janela de visualização, permitindo percorrer a visualização do ambiente. Mediante a ferramenta Ampliar, presente nessa janela, podemos ampliar a janela de visualização, ampliando consequentemente os objetos contidos na mesma. Também é possível acessá-lo através da tecla de atalho (*Ctrl +*) no teclado. E a ferramenta Reduzir (também presente nesta janela), podemos reduzir a janela de visualização, reduzindo consequentemente os objetos contidos na mesma. Também é possível acessá-la através da tecla de atalho (*Ctrl -*) no teclado.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

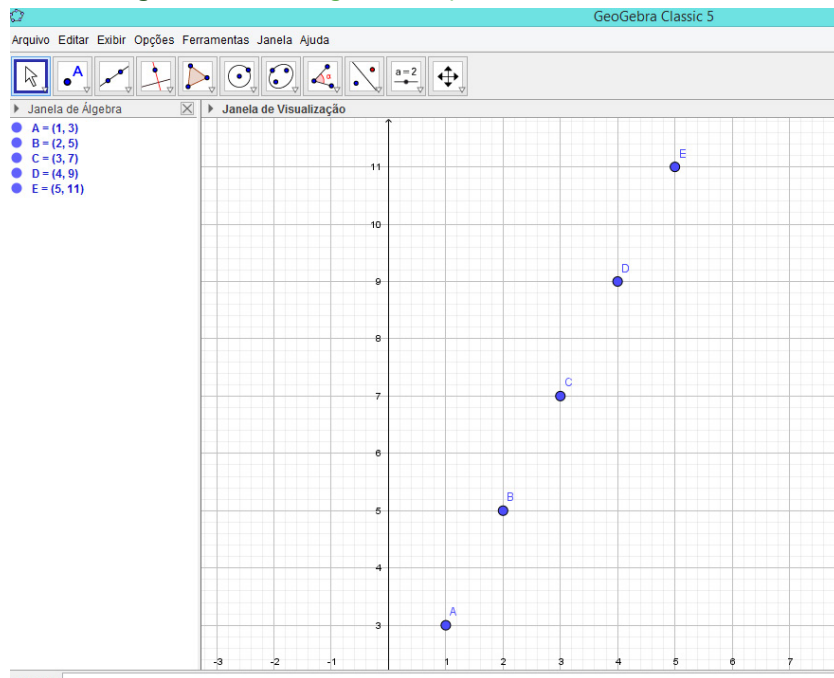
O estudo do papel do coeficiente angular foi relevante em nossas discussões, pois, a noção gráfica de cada comportamento dos objetos foi fundamental, como por exemplo, saber o que se diferencia no gráfico quando se altera cada termo da equação da reta; também foram explicados alguns comandos do *software* que se necessitava para esboçar os gráficos no GeoGebra. Assim, os alunos foram conhecendo as potencialidades do GeoGebra, como a criação de objetos, seguindo as instruções para criá-los, de acordo com as propriedades do próprio objeto.

Quando planejamos nossas aulas, tínhamos os seguintes objetivos didáticos: Compreender e obter a equação geral da reta a partir da condição de alinhamento entre seus pontos; Identificar o coeficiente angular e coeficiente linear a partir da equação da reta representada no GeoGebra; Compreender que as retas paralelas possuem o mesmo coeficiente angular e coeficientes lineares diferentes, a partir das retas estudadas no GeoGebra; Determinar retas paralelas entre si a partir da generalização da condição de paralelismo entre as retas dadas suas equações gerais. Com isso, o foco da nossa proposta foi a habilidade EM13MAT301, descrita como:

Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 544)

Durante a primeira aula, solicitamos aos alunos para que observassem a reta plotada no plano (Figura 3).

Figura 3 – Análise gráfica de pontos alinhados entre si



Fonte: Autoria própria

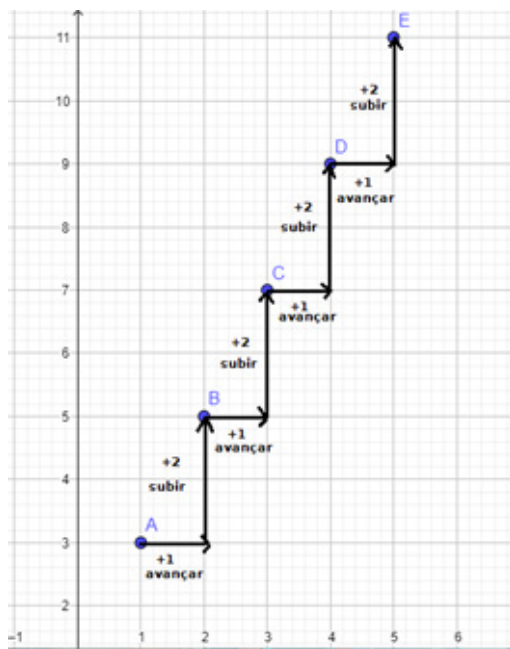
Na figura 3 vemos os pontos (pares ordenados) indicados na zona algébrica e seu gráfico correspondente na zona gráfica. Essa situação se mostrou como uma problemática evidenciada através do questionamento lançado aos estudantes: “*como podemos comprovar matematicamente que esses pontos estão contidos em uma só reta?*”. Os alunos encontraram dificuldade em utilizar o método da condição de alinhamento de três pontos, pois diferente dos casos anteriores, não há apenas três pontos, mas, sim, cinco pontos. Notando isso, pedimos para que eles relatasse essas dificuldades encontradas ao se tentar obter a condição de alinhamento dos cinco pontos dispostos no ambiente do GeoGebra. Em decorrência da falta de interação dos alunos, não tivemos dados suficientes sobre suas dúvidas em relação a essa questão. Devido a isso, demos um enfoque maior ao padrão numérico e ao gráfico.

Ao selecionarmos a ferramenta Reta e clicarmos em quaisquer dois pontos dentre os pontos A, B, C, D e E, temos a seguinte equação $r: y = 2x + 1$. Começamos a analisar graficamente a situação a partir do questionamento

“como o software consegue traçar essa reta? Qual é a relação matemática que está por trás?”. Iniciamos a discussão a partir do padrão existente entre as coordenadas de x dos pontos (uma unidade maior do que a coordenada do ponto anterior), assim como nas coordenadas de y (duas unidades maior do que a coordenada do ponto anterior). Nesse momento, observamos que os alunos possuíam dificuldades quanto à Geometria, pois mesmo que eles já soubessem determinar o alinhamento entre três pontos, utilizando o cálculo do determinante, e que esses três pontos estavam contidos em uma mesma reta, eles não associavam essa condição de alinhamento com a particularidade de que as coordenadas x e y, ao serem substituídas na equação dessa reta, sempre se verificaria a igualdade. Ou seja, que as coordenadas x e y dos pontos $A = (1, 3)$, $B = (2, 5)$, $C = (3, 7)$, $D = (4, 9)$ e $E = (5, 11)$ são soluções para a equação reduzida da reta $y = 2x - 1$. Devido a isto, realizamos os cálculos algébricos e obtivemos a validação da equação acima para esses pontos. A partir disso, os alunos concluíram que as coordenadas referentes a x e a y dos pontos mencionados são soluções para a equação da reta.

Após identificarmos essa dificuldade, decidimos explorar o padrão numérico dos gráficos, conforme pode ser visto na figura 4.

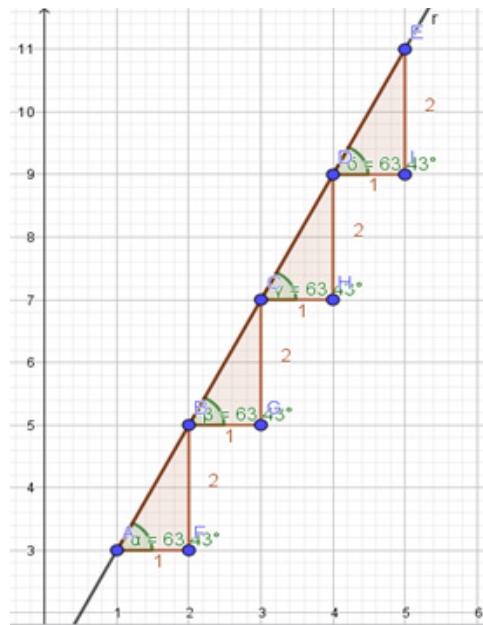
Figura 4 – Análise gráfica dos pontos a partir dos deslocamentos avançar e subir



Fonte: Autoria própria

Fizemos uso de deslocamentos a partir do gráfico (os deslocamentos foram previamente feitos no Paint), os alunos puderam visualizar outro padrão “se x aumenta uma unidade, y aumenta duas vezes o x mais um”. Além disso, os alunos puderam identificar outros pontos contidos na reta, como o ponto $F = (6, 13)$. A partir do deslocamento presente na figura 4, foi possível traçar alguns triângulos retângulos (Figura 5).

Figura 5 – Triângulos retângulos e a razão entre os catetos



Fonte: Autoria própria

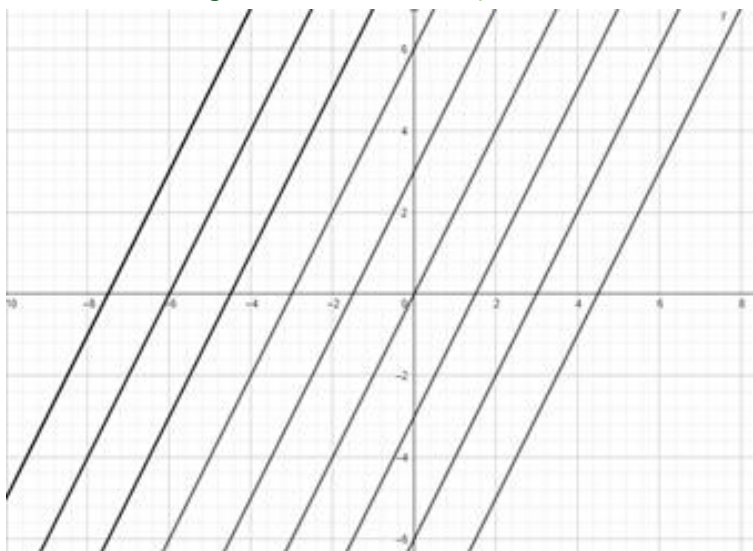
Na figura 5, relacionamos o padrão numérico presente nas coordenadas dos pontos aos catetos dos triângulos retângulos. E ao selecionarmos a ferramenta ângulo e clicarmos nos vértices do polígono de modo que foi exibido na figura 5, os ângulos obtidos são todos congruentes entre si. A partir disso, conseguimos observar que a razão entre os catetos desses triângulos é a mesma, tendo em vista que os catetos possuem a mesma medida. E, como a tangente de um ângulo se dá mediante a razão dos catetos, denotamos o coeficiente angular m como sendo:

$$m = \operatorname{tg} \alpha \text{ ou } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Na discussão sobre isso, relembramos aos alunos de como realizamos a distância entre dois contidos em uma reta inclinada, contidos em uma reta vertical e contidos em uma reta horizontal, que tinha sido um conteúdo recentemente abordado. Em seguida, desenhemos um trajeto utilizando o OpenBoard e pedimos que os alunos imaginassem um carro andando em linha reta, e que para permanecer em um trajeto retilíneo, seria necessário não girar o volante. Após esse exemplo, os alunos concluíram que o coeficiente angular da reta deve se manter constante, ou seja, o ângulo de inclinação da reta em relação ao eixo OX se mantém o mesmo. Para verificarmos isso, trouxemos a equação reduzida da reta: $y = mx + b$, tomando diferentes valores do coeficiente angular e a consequência dessas alterações no comportamento do gráfico.

Em relação às análises dessas figuras, os alunos inicialmente apresentaram dificuldades em entender e identificar o coeficiente angular a partir dos triângulos retângulos. Então, fizemos uso de dois triângulos retângulos desenhados no Openboard e pedimos que associassem os triângulos a ladeiras, a partir da ideia de que há ladeiras mais íngremes do que outras, haveria também, retas mais inclinadas do que outras. Com isso, os alunos concluíram que as retas com inclinações diferentes possuem coeficientes angulares diferentes. Para analisarmos essa situação, trouxemos uma imagem (figura 6) que envolve o paralelismo entre retas.

Figura 6 – Feixe de retas paralelas



Fonte: autoria própria

Para finalizar, generalizamos e sistematizamos os nossos achados sobre as retas encontradas, e em seguida, utilizamos o feixe de retas paralelas para analisarmos as condições dos coeficientes angulares a partir das várias retas paralelas a reta r geradas. Considerando apenas duas retas (r e s), realizamos o seguinte questionamento: “*pela observação dos gráficos, o que vocês podem concluir acerca das retas r e s ?*”. Analisando suas equações, os alunos puderam perceber que estas possuem coeficientes angulares iguais. A partir disso, começamos a gerar novas retas paralelas e se foi percebendo a mesma condição entre elas. Por fim, ao questionarmos: “A partir do que você observou e analisou no item anterior, o que *você pode concluir acerca das condições para que duas retas sejam paralelas?*” A partir disso, concluímos que as retas geradas são da forma $m(a_0x + b_0y) + n(c_0) = 0$, com $m \in \mathbb{R}^*$ e $n \in \mathbb{R}$. Ou seja, as equações das retas paralelas possuem coeficientes angulares iguais e coeficientes lineares diferentes.

A partir da nossa abordagem, observamos que o *software* GeoGebra tem grande potencial para o Ensino da Geometria Analítica. Considerando, principalmente, a visualização gráfica das posições relativas dos objetos estudados. Também acreditamos que foi possível observar o comportamento algébrico à luz das caracterizações tanto dos pontos como das retas estudadas, permitindo que os estudantes pudessem visualizar as propriedades desses objetos, como também formalizar conceitos acerca da condição de paralelismo e do comportamento da reta em função dos diferentes coeficientes angular e linear assumidos. Outro ponto positivo em relação ao *software* é acerca do seu uso. A sua utilização não exigiu dos licenciandos-residentes conhecimentos avançados em linguagem de programação, ou algum domínio específico em uma área relacionada.

Apesar das potencialidades das ferramentas do GeoGebra, ficaram evidentes algumas limitações do *software* ao tratarmos dos ângulos dos triângulos retângulos criados. Como foi apontado por Lobo da Costa e Prado (2015, p. 18), é necessário que os professores “analisem a forma como cada conceito pode ser abordado neles [os *softwares*], entre vendo possibilidades e limitações”. Nesse sentido, ressaltamos algumas limitações didáticas da utilização do *software* ocorridas durante nossas aulas.

Como já indicado na descrição das ferramentas, para selecionarmos a ferramenta ângulo e obtermos o ângulo do objeto criado, temos duas possibilidades de marcar o ângulo a ser medido: três pontos ou duas retas. Então, ao medirmos o ângulo de uma reta em relação ao eixo OX do plano cartesiano, podemos fazê-lo dos dois modos, porém, há alguns cuidados

que o professor deve possuir durante esses procedimentos. Por exemplo, de ambos os modos o professor deve sempre clicar sobre os pontos (ou retas) no sentido horário (ou sentido positivo), caso contrário o programa exibirá o ângulo no sentido anti-horário (ou sentido negativo); além disso, em muitos momentos tivemos que desativar os pontos por acharmos que havia muita informação no ambiente do *software*. Uma complicação que isso poderia acarretar seria ao criar duas retas concorrentes entre si, e após isso selecionamos a ferramenta “ângulos” para obter o valor dos quatro ângulos formados. Para obtermos esses ângulos utilizando o *software* seria necessário marcar os pontos nos lados dos ângulos para utilizar a opção três pontos e, em seguida, clicar nesses pontos no sentido horário, de modo que o segundo ponto sempre seja o vértice. Se quisermos obter a equação dessas duas retas a partir de suas inclinações, teremos que fazer todo esse procedimento, caso contrário, o *software* pode considerar apenas dois ângulos dos quatro ângulos formados.

Em relação às nossas aulas, percebemos que uma parte dos alunos não interagiu, seja verbalmente ou pelo *chat* de conversa, até mesmo quando questionados. Logo, tivemos que buscar por algumas atividades elaboradas dentro do próprio GeoGebra, como, por exemplo, a inclinação da reta, o comportamento da reta de acordo com as variações de suas incógnitas. Essas foram algumas das ferramentas trazidas para auxiliar esses alunos na resposta para os nossos questionamentos. Em alguns momentos trouxemos outras formas de representação além da fornecida pelo GeoGebra, como foi o caso do uso de cubículos de madeira para evidenciarmos um padrão encontrado nos pontos. Nesse padrão, os alunos deveriam observar o padrão existente entre os pontos A (1,3), B (2,5), C (3,7), D (4,9) e E (5,11). Transportamos esse padrão observado nos pontos plotados no GeoGebra em uma imagem de cubículos, onde para a coordenada x se referia a etapa e a coordenada y se referia aos cubículos. A nossa ideia foi estender o padrão encontrado entre as coordenadas dos pontos para objetos mais familiares ao contexto dos alunos.

Em relação às análises gráficas, os alunos apresentaram dificuldades em entender e identificar o coeficiente angular a partir dos triângulos retângulos. Então, utilizamos o *software* Openboard para desenhar objetos que possuíam alguma inclinação, como foi o caso relatado em que utilizamos a ideia de ladeiras mais íngremes do que outras, para chegarmos que existem retas mais inclinadas do que outras.

Por fim, acreditamos que as nossas aulas proporcionaram uma experiência desafiadora aos alunos. Além disso, a utilização do *software* permitiu inovar em nossas aulas, estabelecendo relações entre a Geometria Analítica e seus elementos algébricos. Nesse sentido, acreditamos que conseguimos explorar parcialmente as potencialidades do GeoGebra no estudo de Equação da Reta. E, também, podemos ter instigado os alunos a estudarem mais sobre o objeto apresentado, tendo em vista que eles podem buscar no *software* algum auxílio para um determinado problema matemático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que nossas aulas foram relevantes no sentido de que podem vir a contribuir para o processo de aprendizagem de conteúdos da própria Geometria Analítica, como de outros objetos de conhecimento de outros ramos específicos da Matemática.

Outro ponto importante foi o papel dos licenciandos-residentes durante esse processo. Em nossas aulas não podemos afirmar efetivamente que recurso didático tecnológico do *software* GeoGebra foi mediador na construção do conhecimento, pois os alunos não manusearam diretamente o *software*, somente interagiram verbalmente, em alguns momentos, a partir dos nossos questionamentos e das situações propostas.

Em relação ao alcance dos objetivos didáticos das nossas aulas, como também da sua finalidade, acreditamos que foram parcialmente alcançados. Em relação às dificuldades apresentadas, sabemos que, apesar do GeoGebra proporcionar condições que permitam a elaboração de situações que ajudem a construção de conhecimentos, o professor ou futuro professor deve estar preparado para as mais diversas causalidades frente a execução de suas propostas. Para nós, licenciandos-residentes, ao iniciarmos esta pesquisa, nos servimos de uma fundamentação teórica que nos proporcionou uma melhor compreensão acerca do uso das TDIC no ensino da Matemática, o que nos proporcionou um olhar mais reflexivo a respeito da utilização desse tipo de recurso em sala de aula.

As ações realizadas na abordagem na sala de aula virtual exploraram algumas construções, manipulações e visualizações, mas, estamos certos de que faltou domínio dos recursos do *software* por nossa parte em alguns momentos, isto é, não exploramos todo o potencial dos recursos utilizados e isto deve tomado como aprendizagem, para que possamos mostrar aos

nostros futuros alunos de forma mais segura e clara a estrutura das ideias por trás do uso didático desses *softwares*.

Em relação a temática do nosso estudo, após refletirmos sobre os resultados dessa pesquisa, é impossível não considerar a miríade de possibilidades que esse *software* oferece para o trabalho da Geometria Analítica. Além disso, este trabalho nos deu abertura para sua utilização em outros conteúdos como também em torno de outros *softwares* educativos, semelhantes, para o ensino de Matemática.

Esperamos que, a partir das nossas conclusões, possamos contribuir com as futuras pesquisas que tratem da aplicação das TDIC e das experiências que esses recursos digitais e tecnológicos proporcionaram em sala de aula. Com isso, buscamos agregar mais conhecimentos a comunidade científica, em especial, a comunidade voltada para a Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. **Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília: MEC/Conselho Nacional de Educação, 2019.

CASARTELLI, A. O.; GIRAFFA, L.; MODELSKI, D. Tecnologias Digitais, formação docente e práticas pedagógicas. **Educação e Pesquisa**, n. 45, São Paulo, 2019.

COSTA, C. Visualização, veículo para a educação em geometria. Seção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, **Anais do encontro**, Fundão: Portugal, 2000. p. 157-184.

GEOGEBRA. Versão 5.0.663.0. Linz: Markus Hohenwarter *et al.* 2021. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/>>. Acesso em: 27 de agosto de 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. 4. reimpr. São Paulo: Atlas, 2011.

GUEDES, P. C. C. **Algumas Aplicações do software GeoGebra no Ensino da Geometria Analítica**. 2013. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática) -- Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2013.

LOBO DA COSTA, N. M.; PRADO, M.E.B.B. A Integração das Tecnologias Digitais ao Ensino de Matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, UFMS, v. 8, n. 16, 2015.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. Campinas: Papirus, 2012.

PACHECO, J. A.; BARROS, J. O uso de softwares educativos no ensino de matemática. **Diálogos**. Revista de Estudos Culturais e da Contemporaneidade, Garanhuns, n. 8, 2013.

VALENTE, J. A. Análise dos diferentes tipos de softwares usados na Educação. In: VALENTE, J. A. (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/ NIED, 1999. p. 89-99.