

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.002

A GEOMETRIA NO LIVRO *RECHENBUCH FÜR DUETSCHESCHULEN IN BRASILLIEN 2° HEFT*, DE MATTHÄUS GRIMM

SILVIO LUIZ MARTINS BRITTO

Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Professor das Faculdades Integradas de Taquara - FACCAT, silviobritto@faccat.br.

MALCUS CASSIANO KUHN

Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul Câmpus Lajeado, malcuskuhn@ifsul.edu.br.

RESUMO

O trabalho discute o ensino de geometria presente no livro *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2° Heft*, de Matthäus Grimm. Como o tema se insere na História da Educação Matemática no Rio Grande do Sul, este estudo qualitativo e documental ampara-se na história cultural para análise do assunto abordado na seção XIII do referido livro. A obra, editada pela livraria Selbach, de Porto Alegre, Rio Grande do Sul, teve sua primeira edição em 1900. O público-alvo era os alunos do 3º, 4º e 5º anos das escolas rurais teuto, unidocentes e mistas. Verificou-se que o autor trabalha os conhecimentos geométricos acerca da área de figuras planas, perímetro e volume de sólidos geométricos, inicialmente, de forma conceitual. No segundo momento, aborda-os de forma prática, associada a situações reais, objetivando que os alunos das escolas paroquiais gaúchas se apropriassem desses conhecimentos matemáticos, de forma prática e útil. As atividades sugeridas, a partir de situações-problema, estão relacionadas a cálculos de área de quadrado, retângulo, losango, trapézio, triângulo e círculo. A seguir, aborda cálculos de volume com prismas e cilindros. Dessa forma, os diferentes conteúdos de geometria trabalhados desenvolvem habilidades para o manejo do cálculo escrito e mental, contemplando o cotidiano dos alunos.

Palavras-chave: História da Educação Matemática, Livro de Aritmética, Ensino da Geometria, Escolas Paroquiais do Rio Grande do Sul.

INTRODUÇÃO

Este capítulo tem o propósito de analisar a seção XIII do livro de Matthäus Grimm, intitulado *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*, que aborda cálculos de área, perímetro e volume para as escolas rurais teuto-brasileiras do Rio Grande do Sul (RS) nas primeiras décadas do século XX. Trata-se de um estudo iniciado durante a elaboração da tese *O ensino da aritmética nas escolas paroquiais católicas e no Ginásio Nossa Senhora da Conceição de São Leopoldo nos séculos XIX e XX sob a ótica dos Jesuítas*, aprofundado durante o estágio Pós-Doutoral, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), do município de Canoas, RS, Brasil.

Os trabalhos desenvolvidos por Matthäus Grimm, professor de escolas de origem germânica no RS, autor de livros didáticos, escritos em alemão gótico para essas escolas, evidenciam o ensino da aritmética e da geometria. Ressalta-se que, nessas comunidades, o ensino da matemática constituía um dos três pilares essenciais para o ensino primário, juntamente com línguas e o ensino religioso.

O livro *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft* foi editado pela editora Selbach, localizada em Porto Alegre, RS, tendo sua primeira edição em 1900. Segundo Rambo (2013), a falta de livros adequados para essas colônias principalmente no que se refere ao ensino da aritmética acarretou a produção de um grande número de materiais específicos para essas comunidades no último decênio do século XIX. Em relação aos livros de Grimm, conforme complementa o autor, esses priorizavam situações práticas relacionadas ao dia a dia das crianças de modo prático e utilitário. Finaliza relatando¹, em entrevista concedida a estes pesquisadores, que Grimm era o homem da Matemática nas colônias de ascendência alemã do Rio Grande do Sul, pois, segundo ele, uma fatia considerável de escolas paroquiais utilizavam seus manuais para o ensino da aritmética.

Como o tema desta investigação se insere na História da Educação Matemática no RS, o aporte metodológico está fundamentado na história cultural, a partir da perspectiva de Chartier (1990). Para investigar o livro *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*, foram realizadas visitas ao Instituto Anchietano de

1 Entrevista concedida aos pesquisadores, abril de 2013, São Leopoldo (Instituto Anchietano de Pesquisa).

Pesquisa (Unisinos), em São Leopoldo/RS, onde se encontram as diferentes edições da referida obra. Ao pesquisar o segundo caderno, compilaram-se os excertos relacionados a questões direcionadas ao ensino da geometria (cálculo de perímetro, áreas e volumes) presente na seção XIII, para posterior análise à luz do referencial teórico-metodológico.

No estudo da geometria presente no material analisado, além do referencial teórico-metodológico, é apresentada a seção em estudo e como são trabalhadas as questões relacionadas a cálculo de área, perímetro e volume de forma prática e útil para a formação dos alunos das comunidades rurais teuto-brasileiras no RS.

HISTÓRIA CULTURAL COMO APORTE TEÓRICO-METODOLÓGICO

A história cultural (*Kulturgeschichte*) ocupa-se da pesquisa e da representação de determinada cultura em dado período e lugar, implicando relações familiares, língua, tradições, religião, arte e algumas ciências. Segundo Chartier (1990), uma questão desafiadora para a história cultural é o uso que as pessoas fazem dos objetos que lhes são distribuídos ou dos modelos que lhes são impostos, uma vez que há sempre uma prática diferenciada na apropriação dos objetos colocados em circulação. Nessa perspectiva, pode-se dizer que a imprensa pedagógica, aqui representada pelo *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*, foi um veículo para circulação de ideias que traduziam valores e comportamentos que se desejavam ensinar, a partir de uma proposta pedagógica de forma prática e útil junto aos imigrantes alemães no RS.

Conforme Chartier (1990), as noções complementares de práticas e representações são úteis para examinar os objetos culturais produzidos, os sujeitos produtores e receptores de cultura, os processos que envolvem a produção e a difusão cultural, os sistemas que dão suporte a esses processos e sujeitos e as normas a que se conformam as sociedades por meio da consolidação de seus costumes. Para a produção do *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*, foram movimentadas determinadas práticas culturais e também representações, sem contar que próprio livro, depois de produzido, difundia novas representações e contribuía para a produção de novas práticas.

Tomando como referência Chartier (1990), pode-se dizer que as práticas culturais que aparecem no livro descrito são tanto de ordem autoral (modos de

escrever, pensar ou expor o que será escrito), como editoriais (reunir o que foi escrito para torná-lo material de estudos), ou ainda artesanais (a elaboração do livro na sua materialidade). Da mesma forma, quando um autor se põe a escrever um livro, ele se conforma a determinadas representações do que deve ser um livro, a certas representações concernentes aos temas que ele irá abordar. Esse autor também poderá tornar-se criador de novas representações, que encontrarão, no devido tempo, uma ressonância maior ou menor no circuito do leitor (alunos) ou na sociedade (pelos resultados alcançados). A resolução das atividades propostas geram práticas criadoras, podendo produzir concomitantemente práticas sociais. Essas atividades propostas poderão ser realizadas de modo individual ou coletiva, e o seu conteúdo poderá ser imposto ou rediscutido. A partir do desenvolvimento das atividades e difusão do livro, poderão ser geradas inúmeras representações novas sobre o tema, aqui evidenciando o ensino da geometria, que poderá passar a fazer parte das representações coletivas. De acordo com Chartier (1990, p. 17), a história cultural tem por principal objeto identificar o modo como “em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade cultural é construída, pensada, dada a ler, por diferentes grupos sociais”, o que está fortemente relacionado à noção de representação.

Segundo Valente (2007), pensar os saberes escolares como elementos da cultura escolar e realizar o estudo histórico da matemática escolar exigem que se considerem os produtos dessa cultura no ensino de Matemática, os quais deixaram traços que permitem o seu estudo, como *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*, principal fonte documental desta investigação.

ANÁLISES DA SEÇÃO XIII DO LIVRO RECHENBUCH FÜR DEUTSCHE SCHULEN IN BRASILLIEN 2º HEFT

Desde que chegou ao RS, em 1895, em companhia de um padre Jesuíta, Grimm, de imediato iniciou suas atividades docentes como diretor da Escola Paroquial da Igreja São Miguel, em Dois Irmãos. Permaneceu na educação por mais de quatro décadas, exercendo a função de professor, autor de livros, além de deixar importantes contribuições no campo da música. Segundo Rambo (1996), foi o primeiro presidente da associação de professores *Lehrverein*, editor do *Lehrzeitung* (Jornal dos Professores), contribuindo diretamente na elaboração desses jornais, tendo esses a finalidade de troca de experiências pedagógicas e didáticas, publicação de

programas e currículos e convocação dos mestres, tornando-se um instrumento de atualização e formação dos professores. Isso explica, conforme Rambo (2013), a relação intensa de Grimm com os jesuítas no projeto de restauração católica nas colônias de imigrantes alemães nesse estado da nação. Nas palavras do referido autor (2013, s/p):

Era professor em Dois Irmãos. Esse é o homem da Matemática, dava orientações como deveriam ser executadas as aulas de Matemática, nas reuniões ele aparece seguido. Seus livros eram utilizados nas escolas, não usei o dele, nós usávamos outro. Ele era um professor leigo das escolas comunitárias, era o mentor da Matemática. O material dele ia até onde ia o ensino da Matemática nas escolas comunitárias, o que seria o Ensino Fundamental.

Além de professor e autor de livros didáticos de Aritmética, ressalta-se a atuação na formação de professores por meio de palestras, além de ministrar cursos para professores. Britto (2016, p. 105) complementa:

No que se refere ao aperfeiçoamento docente ocorriam reuniões com aulas demonstrativas, cabendo aos professores mais experientes ministrar aulas sobre os diferentes assuntos. Após, todos discutiam os aspectos didáticos e pedagógicos, tecendo críticas. Essa prática servia para estimular os mestres em sua missão.

É importante destacar que isso não se limitava somente à teoria. Toda a técnica nova deveria ser demonstrada na prática aos demais colegas. Posteriormente, estimulavam-se discussões referentes ao que foi apresentado.

Outra prática comum na época, de acordo com os autores, era os chamados cursos de férias e semanas de estudos. O objetivo primordial desses encontros era sempre o mesmo: atualização troca de experiência e informações.

Diante disso, em relação ao ensino de matemática, Britto (2016, p.115) destaca que, inicialmente, os livros didáticos utilizados nas aulas elementares haviam sido trazidos pelos imigrantes ou importados da Alemanha. Com o passar do tempo, esses eram considerados inadequados, já que eram elaborados para um contexto completamente diferente dos teutos brasileiros. Essa mesma constatação era destacada por Grimm, pois, segundo ele, não raro, observavam-se manuais com conteúdos desnecessários para a realidade teuto no RS. Já Mauro (2005) evidencia que até mesmo a metodologia empregada, muitas vezes de modo abstrata, não

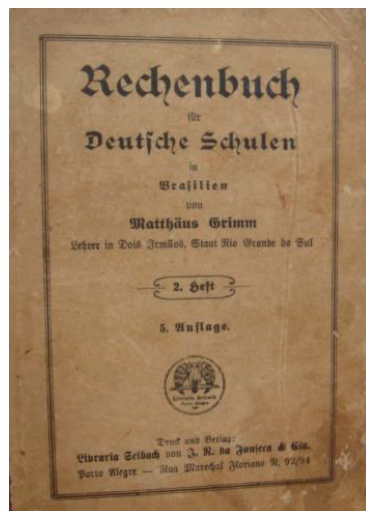
contemplava o cotidiano do aluno, que acabava não aplicando o que aprendera em sala de aula. Conclui a autora apontando a necessidade de tornar os conteúdos mais significativos, apresentando-os de forma prática, com sentido para o aluno. Portanto, em seus livros, em particular no livro analisado, identifica-se claramente a tendência de Grimm para o método intuitivo, característico desse período e tendência na Alemanha, onde o autor teve sua formação.

Essa tendência, segundo Britto (2016), fica evidenciada quando o autor, no seu primeiro livro (*Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 1º Heft*), introduz a ideia dos primeiros números, partindo do concreto, do visual, para o abstrato, além de primar por atividades práticas e úteis para essa realidade, como se verifica na seção XIII do livro analisado. Nessa seção, apresentam-se situações-problema que envolve os conceitos de perímetro, área e volume a partir de situações cotidianas, práticas e úteis para o futuro dos alunos.

Nessa seção, apresentam-se situações problema que vão ao encontro do contexto em que vivem os alunos ao qual o livro se destina, envolvendo os conceitos de perímetro, área e volume de modo concreto e significativo para aquela realidade.

Neste artigo, investiga-se a contextualização do conhecimento matemático no *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*, baseando-se no referencial teórico-metodológico da pesquisa histórica e da história cultural. Na Figura 1, apresenta-se a capa do livro investigado.

Figura 1 – Capa do livro de Matthäus Grimm



Fonte: Grimm (1905).

A edição analisada tem 131 páginas, divididas em quatorze seções, escritas em alemão gótico. Observou-se um grande número de exercícios, o que leva a concluir que o processo de repetição em sua resolução era a estratégia de ensino utilizada pelo autor para que os alunos fixassem os conteúdos estudados. Além disso, também se exige o cálculo mental, a partir de situações-problema práticas do dia a dia dos alunos, caracterizando-se a metodologia de ensino empregada. Segundo Dynnikov (2015), o livro destinava-se ao terceiro, quarto e quinto anos, iniciando com os conteúdos de frações e encerrando com cálculo de câmbio.

No Quadro 1, apresentam-se os assuntos trabalhados em cada uma das quatorze seções do livro.

Quadro 1 – Conteúdos trabalhados no *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasilien 2º Heft*

Seções	Conteúdos trabalhados
I	Ensino de fração.
II	Números métricos e não-métricos.
III	As quatro espécies de frações decimais com números nomeados e com números não nomeados.
IV	As quatro espécies com números métricos e não-métricos em exemplos aplicados.
V	Consolidação dos nomes antigos e sua transformação em massa métrica.
VI	Faturas finais.
VII	Regra de três.
VIII	Cálculos de porcentagem, cálculos de desconto e cálculos de juros.
IX	Cálculos de ganhos e de perdas.
X	Cálculos de média e cálculos mistos.
XI	Cálculos de divisão e cálculos de sociedade.
XII	Cálculos de economia doméstica e rural.
XIII	Geometria.
XIV	Cálculos de câmbio.

Fonte: Grimm (1905).

A seção XIII tem doze páginas (112 – 123), dividida em três unidades, constituída de situações-problema. A Unidade 1, conta com cálculos preliminares – perímetro. Em seguida, a Unidade 2 traz o conceito de área, focando separadamente

os polígonos: quadrado, retângulo, losango (deltoide), trapézio, triângulo, finalizando com a circunferência e área do círculo, seguindo de situações-problema práticas e contextualizadas, evidenciando o dia a dia dos alunos. Já na unidade 3 (volume) utiliza da mesma sistemática para cálculos de volume de prismas, cubos e cilindros (barril), contextualizado com a embalagem muito utilizada pela comunidade teuto-rio-grandense para comercializar líquidos.

Inicialmente, o autor sugere cálculos preliminares, esclarecendo o que são linhas retas, linhas em curva, direção horizontal, direção vertical, direção oblíqua. Em seguida, aborda linhas paralelas, dimensão da linha (comprimento), ficando evidenciada a ideia de introduzir o conceito de perímetro e sua aplicação, cabendo à sistematização dessas atividades, além das estratégias utilizadas para introduzir o conteúdo, ao professor. Segundo Mauro (2005), para Grümme, não basta o professor trabalhar apenas o que o livro apresenta. Isso pode tornar os conteúdos desinteressantes, pois o livro se constitui de uma estrutura morta e ganha vida e interesse por meio da aula do professor, do sentido que é dado aos conteúdos.

Após os conceitos preliminares, o autor traz sete situações-problema utilizando o conceito de perímetro, sua aplicação, evidenciando a proposta da seção, o ensino da geometria. O Quadro 2 traz quatro situações-problema que exemplificam o conteúdo trabalhado.

Quadro 2 – Problemas envolvendo medidas de comprimento

1. Em uma linha férrea de A para B, há 950 postes de telégrafo com 37,80 m de distância um do outro. De quanto é a distância do trecho?
2. Qual comprimento tem uma cerca de jardim, de 4 lados iguais, medindo cada um 16,30 m? Quanto custa a obra, se um metro é calculado a 3\$200?
3. Um marceneiro compra 180 tábuas de 4,5 m de comprimento, custando 400 Rs o metro. Quanto ele pagou?
4. Qual o peso dos trilhos de bitola simples, da linha férrea, de Novo Hamburgo para Taquara do Mundo Novo (45km e 760m), se um trilho tem 6,5 m de comprimento e pesa 175 kg?

Fonte: Grimm (1905, p. 112).

Os problemas apresentados no Quadro 2 contemplam, respectivamente, as operações de multiplicação com decimais com soma de parcelas iguais (problemas 1, 2 e 3) e da divisão associada à multiplicação, ideia de repartir seguida da multiplicação (problema 4). Ressalta-se que o autor se utiliza da estratégia da resolução de problemas, observando-se que esses contemplam o cotidiano dos alunos,

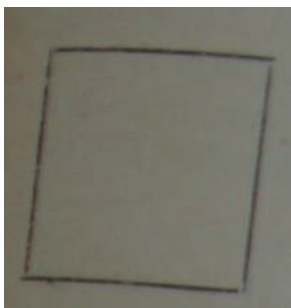
permitindo que se apropriassem desses conhecimentos matemáticos. As unidades de medida mais exploradas na obra analisada são: metro, quilômetro, quilograma e o sistema monetário da época, além das unidades antigas brasileiras. De acordo com Rambo (1994), a familiaridade com os diversos sistemas métricos significava um pré-requisito insubstituível para preparar as gerações de colonos para suas tarefas cotidianas.

Na unidade 2, trabalham-se cálculos de área. Inicialmente, o professor esclarece as expressões: ângulo, ângulo reto, ângulo agudo, ângulo obtuso. Em seguida, aborda área (dimensão de área: comprimento, largura), paralelogramo (quadrado, retângulo, losango, deltoide, triângulo), trapézio, polígono, circunferência. Observou-se que o autor trabalha a área de cada figura separadamente. Essa mesma sistemática, segundo Britto (2016), é utilizada no livro 1 de Grimm, quando para introduzir as operações fundamentais trabalha-se separadamente, acreditando o autor que essas sistemáticas irão auxiliar os alunos na compreensão e no entendimento dos alunos, não os confundindo.

Em nenhum momento, verifica-se o uso de fórmulas para calcular as áreas, cabendo ao professor explicar os conceitos, pois, segundo Grimm, o sucesso das atividades propostas depende muito do professor, da metodologia utilizada, “[...] trazendo com isso mais vida para o ensino da aritmética, pois aquele professor que só repete exatamente como está no livro, e expõe secamente, não é um bom professor” (DINNIKOV, 2015, p. 31).

Inicialmente, calcula-se a área do quadrado. Apresenta-se a Figura 2 e, segundo o autor, “A área de um quadrado é calculada, quando se multiplica o comprimento de um lado por ele mesmo” (GRIMM, 1905, p. 113).

Figura 2 - Quadrado



Fonte: Grimm (1905, p. 113).

A Figura 2 traz a imagem de um quadrado, porém em nenhum momento faz referência à fórmula, apenas conceitua. Fica evidenciado que o autor exemplifica e contextualiza a partir de situações-problema práticas. O autor recorre à estratégia da repetição para fixar o conceito da área de um quadrado, sugerindo que os alunos calculem a área de um quadrado cujo lado mede: “a) 5,6 m, b) 9,70 m, c) 12,34 m, d) 25,90 m, e) 0,05 m, f) 0,60 m” (GRIMM, 1905, p.113). Acredita-se que, nesse momento, o autor recorre ao cálculo mental para a sua resolução. O Quadro 3 apresenta duas situações-problema sugeridas pelo autor, contextualizando o conceito trabalhado.

Quadro 3 – Problemas envolvendo área de quadrado

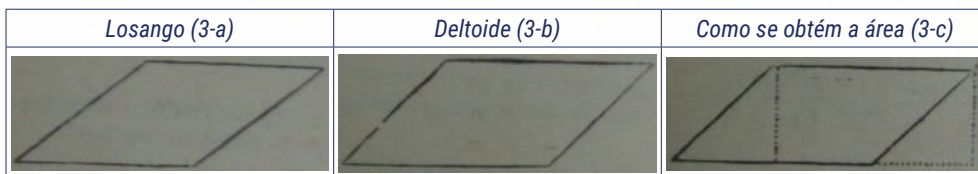
1. Quão grande é a área de uma horta com formato de um quadrado, cujos 4 lados cercados têm um comprimento de 73,20 m?
2. Um chão de um quarto quadrado de 4,5 m de comprimento deve ser revestido com ladrilhos; quanto custa o trabalho, se é pago 1\$700 por m²?

Fonte: Grimm (1905, p. 113).

O Quadro 3 mostra a estratégia do autor para a representação da área de um quadrado e a sistematização do conteúdo por meio de situações cotidianas, possibilitando ao aluno uma melhor compreensão do conteúdo matemático, estimando o custo de uma obra (problema 2). De acordo com Rambo (1994), tudo era direcionado para que o futuro colono soubesse controlar com certa exatidão suas receitas e despesas, pois precisaria fazer previsões mais ou menos confiáveis para administrar corretamente o orçamento familiar.

Em relação ao retângulo, o autor utiliza a mesma sistemática, ou seja, conceitua e apresenta situações-problema, contextualizando o conteúdo trabalhado. Segundo ele, “Encontra-se a área de um retângulo quando se multiplica o comprimento com a largura (base com a altura)” (GRIMM, 1905, p.113). A palavra *Höhe* (altura) justifica o *h* utilizado na expressão algébrica $A=b \cdot h$ para definir a área de um retângulo, cálculo empregado no dia a dia.

No estudo dos losangos (Figura 3-a), o autor introduz a ideia de um quadrado inclinado e, a seguir, o deltoide (Figura 3-b), que, segundo ele, trata-se de um retângulo inclinado. Encontra-se a área quando se multiplica a base pela altura vertical (Figura 3-c).

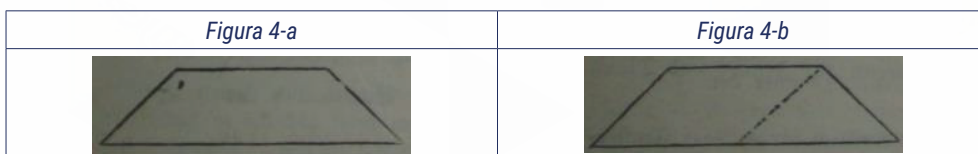
Figura 3 - Losango e o deltoide


Fonte: Grimm (1905, p. 114).

Os excertos da Figura 3 ilustram a ideia do losango definido pelo autor. Observa-se que não faz uso de suas diagonais para o cálculo de sua área. O que se pode concluir é que esse a define pelo conceito da área de um paralelogramo. Observou-se que, quando se refere à altura vertical, não faz referência ao fato de que essa deve ser perpendicular à sua base. Fica evidenciado que isso fica a cargo do professor, pois, no início da unidade 2, esse conceitua ângulo reto. Em relação ao deltoide (também conhecido por pipa), acredita-se haver um erro conceitual, pois se trata de um quadrilátero com dois pares de lados adjacentes congruentes, ao contrário do paralelogramo, cujos lados congruentes são opostos.

O autor sugere duas atividades referentes à área de losangos e deltoide, respectivamente, 1ª primeira de forma direta informando a medida da base e da altura, fixando o conceito, “Calcule a área dos seguintes paralelogramos oblíquos, se a base e a altura vertical são: a) 7m e 5,20m, b) 10,80m e 7,30m, c) 29,90m e 18,37m” (GRIMM, 1905, p. 114). Já na 2ª, contextualiza a área com uma situação real. “Um pátio na forma de um deltoide, base 12,30 m, altura oblíqua 17,80 m, deve ser pavimentado. Quão caro é o trabalho, se o custa 2\$200?” (GRIMM, 1905, p. 114).

Nessa seção, identificou-se, na sequência, cálculo da área de um trapézio (Figura 3-a). Segundo o autor, “O trapézio é um quadrilátero com somente 2 lados paralelos. Encontra-se a área, quando se multiplica a metade da soma dos lados paralelos pela altura”. (GRIMM, 1905, p.114). Na Figura 4, o autor ilustra a ideia de um trapézio.

Figura 4 – Área de um trapézio


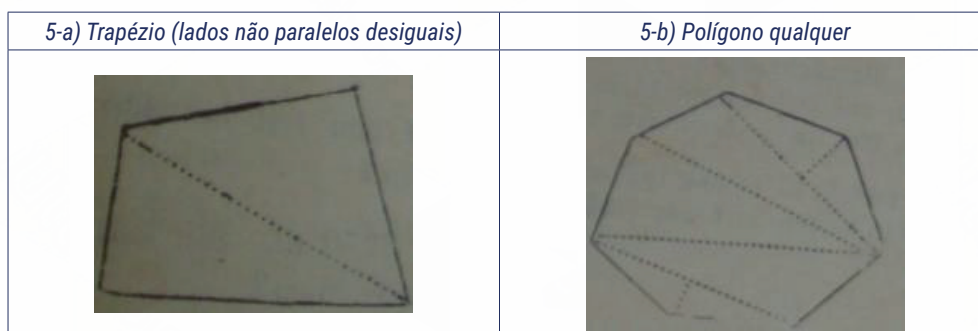
Fonte: Grimm (1905, p. 114).

Os excertos descritos na Figura 4 revelam que o autor conceitua a área de um trapézio, porém não especifica como se obtém a medida de sua altura, ficando subentendido que esse é obtido partindo-se da altura do triângulo descrito na Figura 4-b. Nas três situações-problema sugeridas pelo autor, observou-se a aplicação do conceito previamente estabelecido, definindo suas dimensões, sem fazer destacar como calcular a altura. Destaca-se o terceiro problema sugerido pelo autor: “Um jardinzinho com 2 lados paralelos de 14,75 m e 19,5 m de comprimento e 8,33 m de margem perpendicular entre ambos é vendido a 175\$. Quão caro é o m^2 ?” (GRIMM, 1905, p.114). Aqui, fica entendido que o autor define a altura como sendo perpendicular às duas bases.

Quando trabalha a área de um triângulo, o autor destaca que essa é encontrada quando se multiplica a base pela altura, e a esse produto divide-se por 2. Segundo ele, a altura é a distância vertical da base ao ângulo oposto. Na sequência, traz três situações-problema contextualizadas, objetivando fixar esse conceito.

Registram-se ainda cálculos de área de um trapézio (denominado escaleno). Segundo o autor, trata-se de um quadrilátero, cujo lado corre paralelo com o outro, o que não se verifica na Figura 5-a. Segundo ele, obtém-se a área do trapézio (Figura 5-a) quando se marca uma diagonal, dividindo-o em 2 triângulos, e adiciona-se a área de ambos os triângulos. Em relação a um polígono qualquer, o autor sugere dividi-los em triângulos e calcula-se separadamente a área de cada um (Figura 5-b). A soma de todos os triângulos é a área do polígono.

Figura 5 – Área de trapézio (escaleno) e polígono qualquer



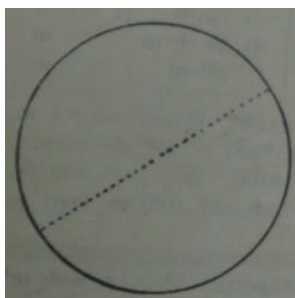
Fonte: Grimm (1905, p. 115-116).

Os excertos mostrados na Figura 5 revelam a falta de conteúdos necessários para obtermos as respectivas áreas dos polígonos, principalmente quando se trata da medida da altura de triângulos. Em nenhum momento, o autor revela como isso pode ser obtido e novamente se acredita que isso fica a critério do professor. O exemplo a seguir revela a aplicação dos conceitos, calcular a área partindo de triângulos: “Um pedaço de terra forma um quadrilátero irregular (trapézio). Quanto mede área, se a diagonal mede 246 m, e os lados verticais medem 120 m e o outro 135,5 m?” (GRIMM, 1905, p. 116). Ressalta-se, novamente, a falta de informações para a obtermos a respectiva área, o que nos leva a concluir que isso se verificava de forma prática. Rambo (1994) reforça que tudo que era trabalhado em sala de aula ilustrava-se a partir de exemplos práticos da vida cotidiana dos colonos.

Lidando com a terra, o aluno era obrigado a saber fazer cálculos aproximados de superfície. Esse fato obrigava a assimilar noções básicas de geometria, além de conhecimentos corretos do sistema métrico. A familiaridade com os diversos sistemas métricos significava um pré-requisito insubstituível. Um dos aspectos mais positivos no aprendizado do cálculo consistia na sua natureza eminentemente prática (RAMBO, 1994, p. 155).

O autor finaliza a unidade com cálculo de perímetro e área do círculo. Segundo ele, o comprimento ou perímetro de uma circunferência está para proporção 1 para 3 1/7 de uma circunferência (1 para 3,14, exatamente 3,14159). Na Figura 6, ilustra-se a ideia de uma circunferência.

Figura 6 - Circunferência



Fonte: Grimm (1905, p. 117).

A Figura 6 revela a ideia de conceituar e, posteriormente, definir algumas medidas a partir da ilustração, tais como a medida (diâmetro), que, segundo o autor,

assinala-se com a letra D, já a metade do diâmetro (raio) com R e finaliza com o número 3,14 com a letra grega π (fala-se “pi”). Aqui, novamente fica evidenciado que cabe ao professor explicar os conceitos. “Encontra-se o perímetro de uma circunferência, quando se multiplica o diâmetro por $3 \frac{1}{7}$ (3,14). Fórmula: $D \cdot \pi$ (Lê-se: diâmetro vezes pi).” (GRIMM, 1905, p. 117). Observa-se que o autor utiliza o π com duas casas decimais, além de, pela primeira vez, recorrer à fórmula para obtenção do perímetro da circunferência, mesmo tendo definindo que o perímetro é obtido pelo produto do diâmetro pelo π .

Na sequência, conceitua a área do círculo. Segundo Grimm, “A área de um círculo calcula-se, quando se multiplica o raio (R) por si mesmo e a esse produto multiplica-se por $3 \frac{1}{7}$. Fórmula: $R^2 \cdot \pi$ (Lê-se: raio ao quadrado vezes pi)” (GRIMM, 1905, p. 117). Novamente, observa-se a presença de uma fórmula para calcular a área de um círculo. Em nenhum momento, observou-se uma demonstração mais criteriosa quanto a sua obtenção, ficando mais uma vez a critério do professor defini-la.

Após conceituar área e perímetro, o autor sugere situações-problema práticas, contextualizando os conceitos trabalhados, como se verifica no Quadro 4:

Quadro 4 – Problemas com perímetro da circunferência e área do círculo

1. Uma roda de carreta tem um diâmetro de 1,40 m. Quão longo precisa ser a medida do aro de ferro?
2. Uma roda de carreta tem diâmetro de 1,40 m. Qual distância essa mesma percorre dando 200 voltas?
3. Qual área tem um tampo de mesa de forma arredondada de 1,50 m de diâmetro?

Fonte: Grimm (1905, p. 117).

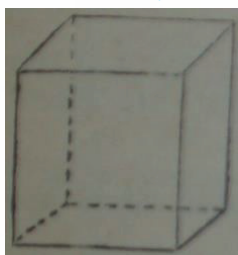
Os problemas descritos no Quadro 4, referem-se à aplicação de perímetro e área trabalhados, relacionando com a realidade dos alunos e associando a operações de multiplicação com duas casas decimais. Diante disso, Rambo (1994), acrescenta:

[...] numa época em que as calculadoras nem na imaginação existiam, em que as régua do cálculo eram artigos de luxo, o simples colono do interior resolvia seus problemas com rapidez e correção, utilizando conhecimentos e técnicas de cálculo mental muito simples, porém, eficientes (RAMBO, 1994, p. 156).

O autor ainda acrescenta, em entrevista concedida a esse pesquisador, que a metodologia utilizada por Grimm, em seus livros didáticos, vem ao encontro da realidade dos alunos dessas escolas. O cálculo torna-se uma ferramenta indispensável, prática é útil para os futuros colonos, pois os problemas sugeridos contextualizam a realidade dessas comunidades.

A terceira unidade dessa seção Grimm reserva para cálculos de volume, denominando-os de “cálculo de corpo”. Iniciam-se as atividades esclarecendo as expressões: corpo (nas generalidades prisma, cubo, prisma de 3, 4 ou mais lados, cilindro, tonel ou barril). Inicialmente, conceitua que: “Um corpo tem 3 dimensões: comprimento, largura, altura. No *Würfel*, também chamado de cubo (Figura 7), essas dimensões são de tamanhos iguais e a sua base é um quadrado” (GRIMM, 1905, p. 117).

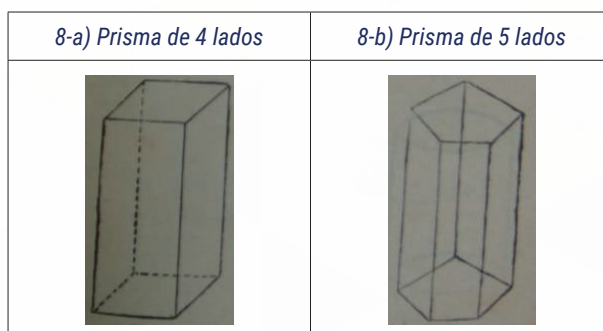
Figura 7 – Representação de um cubo



Fonte: Grimm (1905, p. 117).

Além do cubo, o autor faz referência a outros “corpos” que denomina de prismas com 4, 5 ou mais lados (Figura 8). Segundo ele, encontra-se o volume de um prisma, quando se multiplica a base pela altura.

Figura 8 – Prismas de 4 e 5 lados



Fonte: Grimm (1905, p. 117).

Os excertos mostrados na Figura 8 revelam diferentes tipos de prismas. Faz-se referência à Figura 8-b quando o autor exemplifica um prisma de base pentagonal. Em nenhum momento o autor traz uma situação que exemplifique como se calcula a base e, a seguir, como se obter o respectivo volume. Além disso, nas atividades propostas não se verifica a presença de situações-problema nas quais se trabalha com prismas com tal característica. Acredita-se que o autor apenas exemplifica de forma ilustrativa outros tipos de primas cuja base difere quanto ao número de lados, sem calcular a medida do volume.

O Quadro 5 revela algumas situações-problema sugeridas pelo autor, visando fixar o conceito de volume de um prisma.

Quadro 5 – Situações-problema contextualizando volume de prismas

1. Uma caixa impermeável em forma de cubo cheia de água mede 1,4 m de comprimento. Quantos quilos pesa a caixa com água, se a mesma vazia pesa 20 kg? ($1\text{dm}^3 = 1\text{ l}$ de água = 1 kg).
2. Um canal deve ser cavado tendo 240 m de comprimento, 3,8 m de largura e 1,8 m de profundidade. O trabalho de escavação custa por m^3 R\$300. Quanto custará toda a obra?
3. Qual o volume de uma sala de aula, que tem 9 m de comprimento, 5,2 m de largura e 3,6 m de altura? Qual é a área do chão, do teto e das paredes juntas?
4. Um muro de cemitério, de 230 m de comprimento, 2 m de altura e 1,2 m de espessura, deve ser construído com pedra de paralelepípedo. Quantos metros cúbicos de arenito são necessários?

Fonte: Grimm (1905, p. 118-119).

Os quatro problemas descritos no Quadro 5 envolvem cálculos de volume de cubo e prismas com base retangular. Observa-se que, no problema 1, além de trabalhar o volume, o mesmo conceitua o dm^3 equivalente a 1 litro e a densidade da água, onde 1 litro corresponde a 1 quilograma. Nos problemas 2 e 4, associa o volume ao custo de uma obra. Já no problema 3, associa o volume seguido do cálculo da área dos retângulos que constituem as paredes e o chão. Observa-se que o autor, ao introduzir novos conceitos, faz associações com conceitos trabalhados.

Além do prisma, o autor trabalha o volume de um cilindro, fazendo associação a um barril. Segundo o autor, “[...] a base de um cilindro é um círculo, e calcula-se o volume quando a base é multiplicada pela altura. Como se calcula a superfície?” (GRIMM, 1905, p. 118). De modo provocativo, o autor sugere que os alunos conceituem como se calcula o volume do sólido. A seguir, trabalha situações-problema contextualizando o cilindro e o seu respectivo volume, exemplificado na situação problema a seguir: “Um poço circular de 40,5 m de profundidade e 2,4 m de diâmetro

é cavado a um custo de 2\$200 por metro cúbico. Quanto custa a obra no total?” (GRIMM, 1905, p. 118).

Chartier (1990) destaca que para o aluno possa resolver um problema sugerido, necessita recorrer a conceitos abordados em unidades anteriores, tais como cálculos de área e o conceito de volume, finalizando com a associação ao contexto, oportunizando aos alunos se apropriarem dos conhecimentos matemáticos trabalhados.

Grimm finaliza a seção XIII com 35 situações-problema contemplando as três unidades trabalhadas. As situações-problema são apresentadas em diferentes contextos reais, envolvendo conhecimentos de geometria com ênfase nos cálculos de perímetro, área e volume, associados a transformações de unidades de medida atuais e medidas antigas brasileiras, além de operações comerciais, impostos, entre outros.

No Quadro 6, apresentam-se três problemas propostos relacionados com os conhecimentos geométricos trabalhados nessas unidades.

Quadro 6 – Problemas mistos sobre perímetro, área e volume

1. Em um jardim, que tem a forma de um retângulo, medindo 36 m de comprimento e 20 m de largura, há um caminho de 1 m de largura. a) Quanto de área toma o caminho e quanto pode ser utilizado para o plantio? b) Pretende-se plantar árvores frutíferas junto ao caminho deste jardim. Começa-se por um canto, plantando as árvores 1 m distantes do caminho e com 8 m de distância umas das outras. Quantas árvores frutíferas consegue-se plantar?
2. Um tronco de árvore tem um diâmetro maior medindo 90 cm e um diâmetro menor medindo 40 cm. a) Quanto mede o diâmetro médio? b) Quanto é o perímetro em cada um dos três diâmetros?
3. Um tronco de madeira tem como diâmetro maior 0,70 m, como diâmetro menor 0,30 m e tem 12,4 m de comprimento. Quanto custa o tronco, se por m^3 paga-se 12\$?

Fonte: Grimm (1905, p. 120-123).

Os excertos descritos no Quadro 6 revelam, no primeiro problema, que os conhecimentos geométricos fazem relação com cálculos de área associados com perímetro, exigindo a realização de cálculos de subtração, multiplicação e divisão. A proposta de estudo instrumentaliza os alunos para realização de cálculos com áreas e medidas de comprimento de forma prática e contextualizada.

No problema 2, faz-se referência ao diâmetro médio, contextualizando com o tronco de uma árvore. A sua solução geralmente era obtida somando as medidas dos diâmetros e dividia-se por dois, uma vez que essa média aritmética simples fornecia a medida desejada. Já para calcular o volume do tronco, conforme sugerido

no problema três, utiliza-se esse mesmo procedimento, seguido da aplicação do cálculo do volume de um cilindro.

Observa-se que o livro não apresenta esses procedimentos de resolução. Acredita-se que isso ficava a cargo do professor trazer esses conceitos. Ressalta Rambo (2013) que isso se verificava de forma prática, sem uso de relações algébricas, possibilitando que o aluno aplicasse esse conhecimento em situações concretas na colônia. Ainda, tratando-se de cálculo de volume com madeira, Rambo (2013, s/p) destaca:

Na escola comunitária, os alunos sabiam fazer todos os cálculos necessários para a vida, à vida de colono. Por exemplo, cálculos de volumes, isso era meio prático. Tenho um irmão bem mais velho do que eu, ele derrubava a árvore no mato, depois media aquele tronco, pegava um cipó e com a mão ele o media, fazendo uma circunferência, depois ele fazia cálculos e definia mais ou menos quantos metros cúbicos havia. Então era uma maneira muito prática, encarnada no meio e adaptada às circunstâncias e necessidades locais.

Esclarece o autor que o trabalho com madeira nas colônias só poderia ser confiável com o domínio dos rudimentos do cálculo volumétrico nas suas mais diversas formas. Todos esses cálculos eram feitos mentalmente, pois, na rotina dessas colônias, as pessoas teriam que realizá-los, de modo prático, sem o uso de papel e lápis.

Tratando-se das unidades de medidas trabalhadas, tais como quilômetro, metro, centímetro, milímetro, o livro faz referências a antigas unidades de comprimento brasileiras, como a braça, colônia de terra, pés, polegada, palmo, entre outras. Além de possibilitar o conhecimento das unidades de medida de comprimento, explora-se o conteúdo geométrico, utilizando-se dessas unidades e aplicando-as em problemas do cotidiano dos alunos e sua utilização prática. Outro exemplo dessa aplicação pode ser observado pelo enunciado da seguinte situação-problema: "Uma tábua deve ter 16 pés de comprimento e 1 pé de largura. Quão caro é o pé quadrado, se a dúzia de tábuas custa 22\$? (Observação. Muitas vezes os carpinteiros calculam 200 pés quadrados para 1 dúzia de tábuas)" (GRIMM, 1905, p.119). Pela situação-problema apresentada, constata-se que essas unidades ainda faziam parte do cotidiano dessas comunidades, de modo utilitário para os futuros colonos, especialmente com atividades relacionadas à agricultura, à economia e à comercialização de seus produtos. Ressalta-se que essas unidades e suas

conversões já foram trabalhadas em outra unidade do livro, porém aqui se observou a sua aplicação.

O autor finaliza a seção com exemplos envolvendo cálculos de impostos sobre as propriedades e os critérios utilizados para calcular os valores a serem pagos.

O imposto sobre a propriedade imobiliária sustenta-se sobre os 3 pilares seguintes: 1.) Imposto sobre a área = 30 Rs. por hectare (Fração de um hectare deve ser arredondado, por exemplo em vez de 32,3 ha são 33 à tributar). 2.) Imposto sobre valores = $\frac{1}{4}$ por cento do valor. 3.) Imposto Adicional = 5 % sobre os impostos 1 e 2 (GRIMM, 1905, p. 119).

Segundo Rambo (1994), a familiaridade com diferentes operações financeiras, tais como cálculos de juros, regra de três, porcentagem, transações comerciais, além dos conhecimentos de geometria e aritmética, constituía uma ferramenta indispensável para solucionar muitos problemas do dia a dia das gerações de colonos, dentre eles como calcular os impostos cobrados pelo governo em relação às propriedades rurais. No Quadro 7, o autor sugere uma situação-problema seguindo os critérios estabelecidos.

Quadro 7 – Impostos cobrados nas propriedades

1. Minha propriedade tem $14 \frac{1}{2}$ braças de largura e 700 braças de comprimento. O valor está estimado em 2:500\$. Quanto eu pago de imposto?
2. Deixe seu pai especificar a extensão e o valor de suas terras e depois calcule o imposto sobre a propriedade.

Fonte: Grimm (1905, p. 118-119).

Os excertos descritos no Quadro 7 revelam duas situações envolvendo impostos. Na primeira, mediante ao cálculo da área territorial e o seu valor de venda, caberia ao aluno, mediante as regras estabelecidas, calcular os impostos a serem pagos. Ressalta-se a utilização de unidades de medidas antigas (braça) e sua conversão para a unidade estipuladas para a cobrança dos impostos (hectare), além dos critérios de arredondamentos de fração de áreas e porcentagem. No segundo caso, o autor sugere a socialização com o pai dos conhecimentos adquiridos, calculando os impostos a serem pagos pela propriedade da família.

Ressalta-se que os problemas propostos no livro, de modo particular na seção XIII, associam-se à realidade dos alunos das escolas paroquiais gaúchas da época. O autor apresenta as diferentes situações-problema focando o ensino da geometria de forma prática, associada a situações reais, para que os alunos se apropriassem desses conhecimentos matemáticos, e no futuro, tornarem-se úteis para a administração correta quanto ao gerenciamento da sua propriedade rural.

AGRADECIMENTO

Ao apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do referencial da história cultural, investigou-se o livro *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*, de Matthäus Grimm, editada em 1905 pela editora Selbach, localizada em Porto Alegre, RS, tendo sua primeira edição em 1900. Delimitou-se a análise à seção XII, que trata de cálculos de perímetro, área e volume, contando com 12 páginas (112 a 123), dividindo-se em três unidades: cálculos de perímetro, área e volume, a partir de situações-problema. Na investigação, analisou-se a 2ª edição, datada de 1905. O público-alvo eram os alunos das escolas elementares teuto-sul-rio-grandenses para o 3º, 4º e 5º ano do ensino elementar.

Observou-se, a partir do material analisado, que os conteúdos trabalhados são abordados de modo prático e útil, evidenciando o contexto dos alunos. Segundo Rambo (2013), os livros elaborados por Grimm foram amplamente utilizados nessas comunidades. Esse fato é explicado pela didática utilizada pelo autor. Ainda complementa que Grimm era o homem da matemática junto a essas comunidades, devido aos trabalhos desenvolvidos junto a professores e alunos, por meio da produção de livros e de palestras de formação. A proposta de Grimm consistia em inserir algo prático, útil, observando-se que a obra analisada está em consonância com o público a que se destina.

Com a investigação realizada, constatou-se que o autor aborda de modo separado cálculos de perímetro, área e volume, não recorrendo ao uso de fórmulas. No primeiro momento, conceitua, constrói a ideia e, na etapa seguinte, começa a operar com essas ideias e conceitos. Finaliza, após os conceitos estruturados, com

situações-problema mistas, contemplando as três unidades trabalhadas, recorrendo a situações concretas a partir de associações com a rotina rural do público a que se destinava a obra. Os discentes não faziam somente o cálculo pelo cálculo, mas havia todo um contexto que se pretendia alcançar, tendo em vista os objetivos que estavam por trás dessa seção, quais conceitos deveriam ser desenvolvidos nos alunos para a sua vida.

Observou-se que o autor, em raros momentos, recorre a fórmulas para trabalhar os conteúdos, utilizando-se de conceitos, ficando a sua demonstração a cargo do professor, pois, segundo ele, é o professor que dá sentido aos conteúdos e não apenas reproduz o que está nos livros. Cabe a ele relacionar o novo conceito, articulando-o com situações concretas, úteis e práticas.

Constatou-se que o conhecimento das unidades de medidas (novas e antigas unidades de medidas brasileiras) e suas transformações estavam associados às situações-problema apresentadas. Isso porque o manejo e a sua utilização eram algo primordial na rotina diária dessas comunidades.

Enfim, com as estratégias de abordagem do ensino da Geometria de forma prática e útil empregadas pelo autor do *Rechenbuch Für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft*, esperava-se que os alunos das escolas paroquiais gaúchas do século passado se apropriassem desses conhecimentos matemáticos, permitindo um adentramento na cultura escolar, em um lugar e em um tempo determinados, contribuindo assim para a História da Educação Matemática. Aponta-se a possibilidade de pesquisas que explorem as contribuições desse livro, em especial a seção XIII, tratando de cálculos de perímetro, área e volume, tema tão presente e indispensável na formação do conhecimento geométrico dos discentes.

REFERÊNCIAS

BRITTO, S. L. M. **O ensino da aritmética nas escolas paroquiais católicas e no ginásio N^a S^a da Conceição de São Leopoldo nos séculos XIX e XX sob a óptica dos jesuítas**. Tese de Doutorado, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016.

CHARTIER, R. **A História Cultural: entre práticas e representações**. Lisboa: Difel, 1990.

DYNNIKOV, C. M. S. **A Aritmética de Mathäus Grümm no boletim informativo da associação de professores católicos da imigração alemã no Rio Grande do Sul.** XII Seminário Temático Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890 - 1970): o que dizem as revistas pedagógicas? (1890 – 1970). Abril de 2015.

GRIMM, M. **Rechenbuch für Deutsche Schulen in Brasillien 2º Heft.** Porto Alegre: Selbach, 1905.

MAURO, S. **Uma história da matemática escolar desenvolvida por comunidades de origem alemã no Rio Grande do Sul no final do século XIX e início do século XX.** Tese Doutorado. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

RAMBO, A B. **A escola comunitária teuto-brasileira católica.** São Leopoldo, RS: Unisinos, 1994.

_____. **A escola comunitária teuto-brasileira:** a associação dos professores e escola normal. São Leopoldo, RS: Unisinos, 1996.

_____. **A Escola Paroquial e as escolas dos Jesuítas no sul do Brasil.** São Leopoldo, 15 de abril de 2013. Entrevista concedida a Silvio Luiz Martins Britto.

VALENTE, W R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, UFSC, v. 2.2, p. 28-49, 2007..