DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.010

ATITUDES MATEMÁTICAS: APRENDIZAGEM PARA ALÉM DO BINARISMO CERTO OU ERRADO

ANA CRISTINA GOMES DE JESUS
Mestre do Curso de Educação em Ciência e Matemática da Universidade Federal de Goiás - UFG, ana.jesus@ifg.edu.br;

JULIANA MORENO OLIVEIRA
Graduada pelo Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Goiás - IFG, julianamoreno.oliveira@gmail.com

MARINA LONGHI FRANÇA
Graduada pelo Curso de Bacharelado em Ciências Sociais da Universidade Federal de São Carlos - UFSCAR cientistasocialmatematica@gmail.com

RESUMO

Para muitos, ter sucesso em matemática implica em chegar a resposta certa o mais rápido possível, consequentemente, na maioria das salas de aula acredita-se que um aluno aprendeu o conteúdo se ele acertar o resultado de um exercício. Dessa forma muitos alunos não se reconhecem como seres matemáticos. Porém, o fazer matemático vai além das respostas certas, ele envolve busca de padrões, estabelecimento de conexões entre os conteúdos, desenvolvimento de estratégias, experimentação, e análises dos erros. Assim, o objetivo desse trabalho é contribuir com a construção e aplicação de uma práxis pedagógica que fortaleça a identidade matemática nos alunos e promova a equidade. Para tal, reunimos as práticas matemáticas do ***Common Core*** (as diretrizes curriculares da educação básica nos Estados Unidos), estudos de neurociência e educação matemática publicados por Zaretta Hammond e Jo Boaler e a metodologia de pesquisa ***Improvement Science***. Este trabalho anuncia um sistema de classificação de níveis de aprendizagem em matemática, explanando as oito atitudes matemáticas que estão presentes no que consideramos o fazer matemático, assim, propondo um ***framework***. Baseado na Taxonomia de Bloom, o sistema de classificação de níveis é constituído por quatro grandes etapas iniciando em busca por padrões, passando pelo desenvolvimento do senso numérico, a expansão do pensamento algébrico e finalizando na generalização. O ***framework*** traz possibilidades para que docentes possam trabalhar a aprendizagem matemática para além de respostas certas e erradas, ou seja, focando no processo. Além do framework, trazemos sugestões de atividades e possibilidades de adaptação de tarefas para desenvolver as atitudes matemáticas com intencionalidade. Notamos que ao vivenciar atividades que desenvolvem as atitudes matemáticas, consciente dos níveis de aprendizagem, respeitando ritmo, vivências, dificuldades e reconhecendo a capacidade de cada indivíduo, os alunos se reconhecem como seres matemáticos, fortalecem a identidade matemática e têm uma relação positiva com essa ciência.

Palavras-chave: Atitudes matemáticas, Identidade matemática, Senso numérico, Neurociência, Aprendizagem matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

INTRODUÇÃO

Normalmente, no fundo da sala de aula sentam aqueles estudantes que "dão trabalho". Apelidada de "a galera do fundão", esse grupo é famoso pelas conversas paralelas, por não prestarem atenção no ou na docente, por não fazerem as atividades e/ou por dormirem durante a aula. Gabriel é do fundão, calado, quieto, isolado, disperso, sentava sempre no mesmo lugar, usava um blusão de moletom laranja, raramente fazia as atividades e costumava dormir durante a aula. As notas estavam baixas e ele foi convidado a participar das aulas de reforço de matemática.

Nas aulas de reforço, porém, ele era interessado e engajado. Durante a atividade denominada "os quatro quatros", ele se mostrou motivado e disposto a encontrar as respostas do desafio proposto. A atividade consiste em escrever os números de 0 a 20 por meio de expressões numéricas usando exatamente quatro quatros e quaisquer operações matemáticas. Ele estava concentrado, em busca dos resultados e, cada vez que encontrava uma expressão ele comentava "consegui o número 6... consegui o 10", até que chegou no 11. Ele não estava encontrando o resultado para o 11 e perguntou "professora, como faço para encontrar uma expressão para o 11 com essas operações matemáticas?", a professora respondeu que seria possível usando uma operação chamada fatorial, que ele aprenderia no oitavo ano. Ansioso, ele retruca "por que você não ensina pra gente agora?", e foi assim que essa turma de reforço aprendeu fatorial no sexto ano.

Uma aluna da turma, impressionada com Gabriel, questionou "Gabriel, por que nas aulas normais você não faz nada e aqui no reforço você vira um gênio?". Eis um questionamento interessante: o que acontece nessa sala de aula que promove, inclusive, o engajamento de um aluno "do fundão" que está de recuperação?

Podemos citar alguns fatores como o tipo de atividade, o ambiente, o conteúdo, a didática, a metodologia, enfim, a prática pedagógica.

Infelizmente, o caso do Gabriel não se trata de uma exceção, mas sim da regra quando falamos de educação matemática. De acordo com o Anuário Brasileiro da Educação Básica (2021), a cada 100 crianças que concluem a primeira etapa do Ensino Fundamental apenas 48 têm o nível adequado de aprendizagem matemática. Conforme avançamos os níveis de escolarização, vemos que esse número cai pela metade ao final dos Anos Finais do EF (apenas 24 estudantes) e no Ensino Médio apenas 10 estudantes demonstram dominar os conceitos matemáticos que

ISBN: 978-85-61702-77-9

têm o direito de conhecer. Ou seja, admitimos ano após ano que mais de 90% das e dos estudantes brasileiros têm o seu direito constitucional à aprendizagem violado. Se colocarmos o recorte de raça, gênero e classe esse cenário fica ainda mais assustador.

Por meio deste trabalho queremos contribuir com o debate acerca das possibilidades de transformar essa realidade. Partindo das evidências da neurociência dos últimos 40 anos, temos como primeira premissa tanto da nossa pesquisa, quanto da nossa prática pedagógica que todo mundo é capaz de aprender qualquer coisa se tiver as condições adequadas para tal. Juntamos às evidências da neurociência a teoria socioculturalista da educação, por meio da qual se constatou: 1. o contexto sociocultural da e do educando (e da e do educador) são de suma relevância para o processo de aprendizagem; 2. nos fazemos como seres humanos ao passo que produzimos o mundo à nossa volta (MARX, 1867) o que é indissociável do processo de aprendizagem. A educação só pode ser efetiva e alcançar o máximo de pessoas possível se for uma prática na qual toda a comunidade de aprendizagem[1] for reconhecida como sujeito desse processo. No recorte do presente trabalho, da educação matemática, teremos como principal, mas não única, as pesquisas da Professora Jo Boaler organizadora da abordagem Mentalidades Matemáticas.

Para trazer refletir sobre a nossa prática docente e na elaboração dessa pesquisa, tivemos como referencial de ***Improvement Science*** metodologia de pesquisa que teve sua origem no desenvolvimento das ciências médicas, mas que têm sido cada vez mais presente nas pesquisas sobre educação.

Dessa maneira, este e-book está organizado da seguinte maneira: 1. esta introdução, na qual expomos nossa questão central: todo mundo é capaz de aprender matemática providas as condições adequadas, a neurociência já comprovou isso, realizando um recorte da prática de sala de aula, como podemos criar as condições adequadas para tal? 2. no item Metodologia vamos expor às e aos leitores quais são os nossos referenciais teóricos e metodológicos para, então, justificar nossas escolhas ao longo dessa pesquisa. 3. Apresentaremos os resultados de nossa pesquisa e as discussões pertinentes organizadas em três subitens (neuroplasticidade

1 Dados o recorte do atual trabalho não vamos nos debruçar sobre o tema da comunidade de aprendizagem. Para se aprofundar no tema sugerimos Linda Darling-Hammond,Janaína Oliveira Chaves; e bell hooks.

ISBN: 978-85-61702-77-9

e capacidade de aprendizagem, atitudes matemáticas[2] e desenvolvimento de habilidades de complexidade cognitiva; e práticas docentes para desenvolver o fazer matemático). 4. por fim nossas considerações finais.

METODOLOGIA

> [...]cheio de "soldaduras" e "ligaduras" de velhas e puras "adivinhações" a que meu novo saber emergindo de forma crítica deu sentido, eu "li" a razão de ser ou algumas delas, as tramas de livros já escritos e que eu não lera ainda e de livros que ainda seriam escritos e que viriam a iluminar a memória viva que me marcava. Marx, Lukács, Fromm, Gramsci, Fanon,[...] Sartre, Kosik, [...]. (FREIRE, 2005, p. 19)

Como Freire, o nosso referencial teórico não poderia ser outro que não uma abordagem crítica sociológica e da educação. A partir do materialismo histórico, compreendendo o movimento do real de forma dialética, daí se dá análise da sociedade na qual vivemos e da educação como produto e estruturador da mesma. Assim, entendemos a educação dentro do sociometabolismo do capital. A educação moderna, calcada na instituição escolar, está intimamente ligada à produção capitalista (FRANÇA, 2016). Na sociedade sobre a égide do capital as mediações de segunda ordem se sobrepõem às mediações de primeira ordem de maneira que a produção da mercadoria se torna o objetivo maior e absoluto. Produção essa que é alienada, uma vez que a mercadoria é colocada acima de seus produtores de forma que só se reconhece o produto final e não o processo para produzi-lo. Ou seja, a ontologia do ser social, o trabalho produtor das mercadorias e de todo o mundo à nossa volta, por sua vez é alienado ficando subsuprido pelo fetichismo da mercadoria.

Pode parecer que a produção capitalista em nada tem a ver com a educação em sua forma da escola moderna, porém se olharmos com atenção para essa instituição veremos que a educação escolar também é uma educação alienada dentro

2 5 No documento Common Core, uma espécie de BNCC dos EUA, o termo usado é "Math Practices" que em português seria "práticas matemáticas". Todavia, na abordagem MM, pensando em práticas docentes, Jo Boaler desenvolveu cinco Práticas de Mentalidades Matemáticas (PMMs): cultura de mentalidade de crescimento, natureza da matemática, desafio e esforço, conexões e colaborações, e avaliação, daí optamos por traduzir math practices como "atitudes matemáticas" que se tratam de atitudes que as e os estudantes passam a ter nas aulas de matemática.

ISBN: 978-85-61702-77-9

deste sociometabolismo (MÉSZÁROS, 2005). A escola moderna se converte no espaço das respostas para perguntas que nunca foram feitas, bem como o foco não está mais no processo, na ontocriatividade humana (KOSIK, 1976), mas sim apenas nas respostas ditas certas, "produtos finais" do conhecimento construído e acumulado historicamente pela humanidade, agora totalmente vazios de sentido e significado. Não é de se estranhar que num sistema assim a imensa maioria das e dos estudantes não tenham interesse ou não veja sentido na escola.

Também não podemos esquecer que há outros atravessamentos da nossa sociedade desigual na escola. A classe dominante, que tem raça e gênero (DAVIS, 2016) também usa da escola moderna para tentar naturalizar seus privilégios de maneira que como pontua Darcy Ribeiro o fracasso da educação pública no Brasil (e não seria exagero dizer, na maior parte do mundo) é um projeto.

Para pensar em alternativas para aumentar o engajamento das e dos estudantes nas aulas de matemáticas (o que pode por sua vez aumentar a aprendizagem matemática, que pode aumentar a autoestima das e dos estudantes e até mesmo gerar uma maior aprendizagem em outras disciplinas) se faz mister lançar mão de ferramentas de análise ***Improvement Science***. Usamos essa ferramenta como uma espécie de microscópio que nos permite analisar em detalhe as micropráticas pedagógicas da sala de aula.

Com esse instrumento podemos dissecar as questões ligadas à prática docente e pensar em alternativas. Usamos os seguintes princípios dessa abordagem organizados pela Fundação Carnegie para o advento do ensino: 1- ter um problema/ questão específica a ser tratada- para nós, a falta de engajamento das e dos estudantes; 2- entendemos o contexto como o coração dessa questão uma vez que o que nos interessa mais é entender para ***quem*** funciona as propostas de alteração de micropráticas e em ***quais*** condições elas funcionam; 3- ter a consciência e convicção que trabalhando em comunidade teremos melhores e mais efetivos resultados.

Para embasar a análise das práticas docentes temos como referencial pesquisas no campo da abordagem sociocultural.

> Algumas idéias centrais caracterizam a abordagem sociocultural, destacando-se que tais idéias estão presentes, em sua origem, nas formulações teóricas de L. S. Vygotsky (1987, 1991). Segundo Rogoff e Chavajay (1995), podem-se citar alguns princípios desta abordagem, tais como: a escolha da atividade como unidade de análise, o conceito de mediação, a consideração de diferentes planos de análise, a pluralidade

ISBN: 978-85-61702-77-9

> metodológica e a noção de que a própria atividade de pesquisa é uma construção social. (RIBAS, 2006 p.130)

Com base nessa abordagem, que tem grande influência da teoria marxista, entendemos o trabalho como ontologia do ser social, ou seja, nós seres humanos criamos o mundo a nossa volta a partir da nossa interação com o outro e com a natureza e nesse processo fazemos a nós mesmos. Assim, a escola só terá sentido quando ela trouxer à tona a nossa ontologia criativa, ou seja, quando se calcar em projetos de exploração e investigação do mundo.

Entendemos que dentro da educação matemática algumas teorias e abordagens seguem essa perspectiva, mas dados os limites desse trabalho vamos nos limitar à abordagem Mentalidades Matemáticas organizada pela professora Jo Boaler a qual tem os seguintes princípios com base nas pesquisas da neurociência: todo mundo é capaz de aprender matemática em altos níveis, erros são valiosos, perguntas são importantes, as aulas de matemática devem ser espaços de aprendizagem e não apenas de desempenho, a matemática é uma ciência criativa, de conexões e de colaborações e profundidade é mais importante que velocidade.

Para reforçar a capacidade de todo mundo (e não apenas uma classe, um gênero e uma raça) de aprender matemática, temos também como referencial as pesquisas da neurociência de Zaretta Hammond.

O que as pesquisas da neurociência sobre o desenvolvimento do cérebro têm mostrado é que não há pessoas que nascem com um cérebro mais ou menos propício para a matemática, mas sim que a única coisa que todos os cérebros já nascem prontos é para aprender.

A partir de tais evidências da neurociência, a educação matemática também está em transformação. abordagens como Mentalidades Matemáticas de Jo Boaler mostram que é urgente resignificar o que entendemos por matemática, pelo fazer matemático bem como o ensino e aprendizagem de matemática.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

NEUROPLASTICIDADE E CAPACIDADE DE APRENDIZAGEM

Em 1957, enquanto cursava o equivalente à antiga primeira série, a canadense Bárbara Arrowsmith Young foi diagnosticada com um bloqueio mental. Ela não entendia lógica, conceitos e relações, tinha dislexia, não compreendia filosofia,

ISBN: 978-85-61702-77-9

fração, conceitos abstratos, piadas e ironia. Além disso, era como se o lado esquerdo do corpo fosse desconectado, a percepção cinestésica desse lado era alterada, deixava cair as coisas que pegava com a mão esquerda, por exemplo, não conseguia criar mapas e tinha dificuldade com a terceira dimensão (geometria era um pesadelo). Seu raciocínio espacial era comprometido, calculava mal as distâncias e se acidentava com frequência, perdia os objetos (chaves, brinquedos, pertences pessoais etc) e se perdia constantemente. Eram tantas limitações que chegou a pensar que não conseguiria cursar o ensino médio e, ao final da antiga oitava série, tentou suicídio. Culpada por não conseguir atingir seu objetivo a fim de acabar com seu sofrimento, só lhe restou continuar lutando.

Em 1977, conheceu a história de alguém semelhante a ela: o russo Lyova Zazetsky que teve a mente danificada por um tiro. Foi assim que descobriu que seu problema era o hemisfério esquerdo do seu cérebro, que não funcionava. Mas ainda não sabia como "se curar". Mais tarde, ela conheceu o trabalho de Mark Rosenzweig com ratos, em que ratos estimulados tinham cérebros modificados e mais desenvolvidos. Young acreditou que seu cérebro também podia ser modificado e começou a criar exercícios para estimulá-lo e provocar as mudanças que tanto desejava. Começou com relógios de ponteiros, que representavam sua maior fraqueza: relacionar os símbolos. Quando conseguiu entender a relação entre o ponteiro das horas e dos minutos, acrescentou o ponteiro dos segundos, depois acrescentou mais um ponteiro e, em menos de seis meses, com trabalho árduo, notou que seu cérebro estava diferente, afinal, agora ela conseguia ler várias páginas de livros de filosofia e compreender o que estava escrito.

Contente e motivada com seu progresso, Young criou mais exercícios para seu cérebro desenvolver outras limitações como as dificuldades espaciais e a cinestesia do lado esquerdo, comprovando, portanto, que o cérebro humano se modifica a partir de estímulos adequados.

Histórias como a de Young e de tantas outras pessoas que desafiaram a medicina com seus relatos de superação após ter parte do cérebro danificada,

> Mostraram que, a cada atividade realizada, o cérebro muda a própria estrutura, aperfeiçoando seus circuitos de modo que fique mais apto à tarefa proposta. Caso alguns "componentes" venham a falhar, às vezes outros podem assumir o controle. A metáfora do cérebro máquina, um órgão com componentes especializados, não podia explicar totalmente as mudanças observadas pelos cientistas. Eles começaram a

ISBN: 978-85-61702-77-9

> chamar esta propriedade fundamental do cérebro de “neuroplasticidade”. (DOIDGE, 2016, p. 12)

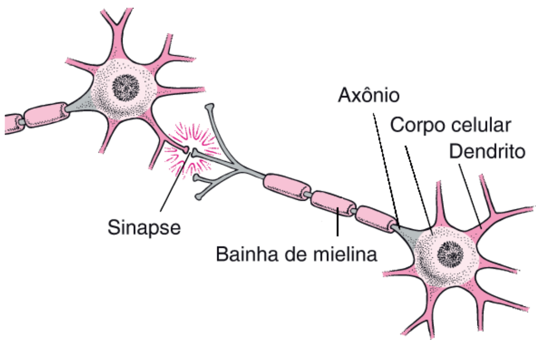
Vale ressaltar que o sistema nervoso é dividido em duas partes: sistema nervoso central e sistema nervoso periférico. O sistema nervoso central é formado pelo cérebro, cerebelo, tronco encefálico e a medula espinhal, é esse sistema que controla o nosso corpo. Nervos e gânglios nervosos constituem o sistema nervoso periférico, cuja função principal é conduzir as informações entre os órgãos receptores de estímulos, o sistema nervoso central e os músculos. Segundo Doidge (2016), durante muito tempo, acreditava-se que não havia plasticidade no sistema nervoso central, diferentemente do sistema periférico o qual já era reconhecido como plástico, pois ao cortar um nervo do dedo, por exemplo, ele é capaz de se regenerar sozinho.

Os estudos de Santiago Ramón y Cajal, médico, espanhol, “pai” da neurociência e ganhador do Prêmio Nobel em 1906 evidenciam a plasticidade cerebral. Cajal investigou as células presentes no cérebro, descobriu como elas são formadas e como elas se conectam umas com as outras, ou seja, ele compreendeu como o cérebro aprende. Esse desenvolvimento cerebral está diretamente relacionado com o processo de aprendizagem como um todo, portanto, entender essa dinâmica é fundamental para a construção de uma prática pedagógica equitativa.

Como ilustra Stanislas, cada célula nervosa, chamada de neurônio, “tem uma enorme árvore, composta de alguns milhares de ramificações, cada uma menor que a seguinte, chamadas de ‘dendritos’” (2022, p.126) e uma longa cauda ramificada chamada de axônio. O axônio (transmissor) de um neurônio se conecta ao dendrito (receptor) de outro neurônio para transmitir mensagens conforme ilustra a figura 1, logo, quanto mais interações o indivíduo tem com o ambiente, mais o cérebro aprende, mais conexões (sinapses) são realizadas e mais complexa se torna essa rede neural.

ISBN: 978-85-61702-77-9

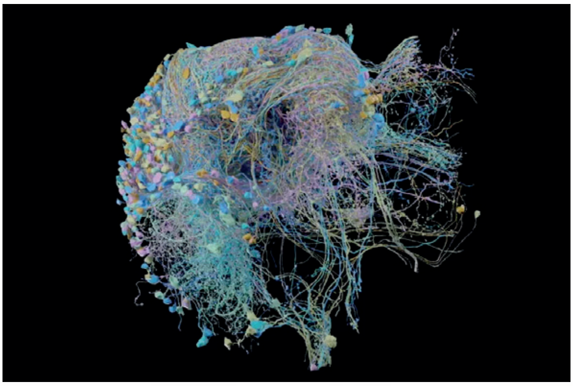
Figura 1 – Conexão entre dois neurônios (sinapse)



Fonte: Página Manual MSD[3].

Como os neurônios estão constantemente se associando uns com os outros, em uma visão macro, a rede neural parecia uma estrutura fixa e estática, como mostra a figura 2, um registro de 25 mil neurônios realizando 20 milhões de sinapses. Porém, com os estudos de Cajal, concluiu-se que essa estrutura é dinâmica, as conexões são feitas e desfeitas conforme o indivíduo vai aprendendo, isso quer dizer que se fizesse um registro desse mesmo cérebro em outro momento, a imagem seria diferente. E é justamente essa estrutura dinâmica que torna o cérebro plástico.

Figura 2 - Mapa de atividade cerebral



Fonte: Página da revista Superinteressante[4].

3 Disponível em: https://www.msdmanuals.com/pt/casa/multimedia/figure/estrutura-t%C3%ADpica-de-um-neur%C3%B4nio

4 Disponível em: https://super.abril.com.br/saude/25-mil-neuronios-esta-imagem-e-o-melhor-mapa-ja-feito-de-um-cerebro

ISBN: 978-85-61702-77-9

Cientistas também perceberam que, segundo Hammond (2015), à medida em que há novos desafios cognitivos, há resoluções de problemas e há o aumento de atividade física, os neurônios desenvolvem mais dendritos a fim de otimizar o processamento de informações. E quando um dendrito não é mais utilizado, ele desaparece, pois o cérebro entende que não é necessário manter aquela informação já que a atividade que o fez crescer não foi revisitada. Por isso a prática é tão importante, se ficar muito tempo sem tocar violão, por exemplo, é provável que esqueça algumas notas musicais. Por outro lado, quanto mais revisitamos uma ideia ou atividade, mais fortalecemos essas conexões.

Consoante a Hammond, Boaler conclui:

> Os pesquisadores agora sabem que quando aprendemos alguma coisa, desenvolvemos o cérebro de três maneiras. A primeira é a formação de uma nova rota. Inicialmente ela é frágil e tênue, mas quanto mais profundamente você aprende, mais forte ela fica. A segunda é o fortalecimento de uma rota que já está presente, e a terceira é a formação de uma conexão entre duas rotas antes desconectadas.
>
> Essas três formas de crescimento cerebral ocorrem quando aprendemos, e os processos pelos quais as rotas se formam e se fortalecem nos permitem ter êxito em nossos esforços matemáticos, científicos, artísticos, musicais e de outros tipos. (2020, p. 15-16)

Conseguinte, o fascinante mecanismo de desenvolvimento cerebral indica que todo mundo é capaz de aprender com esforço, persistência e condições adequadas. Ou seja, ninguém nasce sabendo matemática, mas, salvo raríssimas exceções, todos nascem com um cérebro plástico pronto para se desenvolver e aprender essa ciência. Independente de classe social, raça e gênero, a matemática é para todos.

Ao discutir um ensino culturalmente responsável, além da neuroplasticidade, Zaretta Hammond traz outras contribuições da neurociência para a educação. Ela evidencia o impacto da cultura e do ambiente na aprendizagem.

Conforme a Teoria do Cérebro Trinu, desenvolvida em 1970 por Paul D. MacLaren, Hammond discorre sobre as três camadas do cérebro, que estão sobrepostas, uma em cima da outra: cérebro reptiliano, região límbica e neocórtex.

A primeira camada é o cérebro reptiliano (formado pelo tronco cerebral e o cerebelo) cuja função principal é garantir a sobrevivência, ele não pensa, ele não descansa. É ele quem controla as nossas funções vitais automáticas como respiração, controle da temperatura corporal e batimentos cardíacos. Ele monitora nosso

ISBN: 978-85-61702-77-9

corpo incessantemente em busca de qualquer e toda informação que possa representar uma ameaça, sempre em estado de alerta e atenção. Quando estamos em situação de ameaça, é ele que dispara a frequência cardíaca. E também é ele que nos acorda quando há algum barulho alto e estranho indicando perigo.

A segunda camada é a região límbica conhecida como cérebro emocional, responsável pela aprendizagem, pelas emoções e pela memória.

Acima da segunda camada está o neocórtex, a região racional, responsável pelo planejamento, pensamento abstrato, organização e autorregulação. É nessa região que mora a nossa capacidade intelectual.

Em se tratando da aprendizagem, ocorre que, quando as e os estudantes frequentam uma sala de aula hostil, o cérebro reptiliano capta essa informação e interpreta que esse ambiente não é seguro, consequentemente, ele envia sinais de perigo para o cérebro o qual começa a produzir hormônios de estresse e compromete a aprendizagem, paralisando todas as funções cognitivas. Ainda que esse ambiente não seja hostil, o simples fato de não ser acolhedor gera ansiedade e afeta a aprendizagem.

Logo, quando falamos que todos são capazes de aprender com condições adequadas, pensando em uma sala de aula de matemática que busca promover a equidade, é essencial criar um ambiente seguro de aprendizagem. O Gabriel do sexto ano era calado e quieto nas aulas regulares e tradicionais de matemática, mas nas aulas de reforço ele se expressava, compartilhava seu progresso e também suas dificuldades, ele estava aprendendo, seu cérebro estava criando e/ou fortalecendo conexões, ele e seus colegas estavam reconhecendo-o como ser matemático ao perceber sua "genialidade", mesmo quando suas notas estavam abaixo da média. Percebe-se que a nota obtida pelas provas que avaliam apenas o resultado certo ou errado não é um parâmetro confiável quando se fala em aprendizagem, Gabriel estava aprendendo. Sendo assim, como coletar evidências de aprendizagem nesse contexto? Se a nota não é confiável, para onde devemos olhar? É aqui que entram as atitudes matemáticas que serão abordadas com mais detalhes na sessão a seguir.

ATITUDES MATEMÁTICAS E DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES DE COMPLEXIDADE COGNITIVA

É bastante comum quando falamos de atitudes matemáticas, ou seja, o ***fazer matemático*** as pessoas o resumirem a fazer contas e saber a "tabuada de cor". Além disso, acredita-se muito comumente que a velocidade é um indicador de conhecimento matemático. Nada poderia estar mais longe da verdade.

ISBN: 978-85-61702-77-9

De acordo com pessoas que estudam a matemática como Keith Devlin (2014), a matemática é a ciência dos padrões. Foi por meio da matemática (entre outras ciências) que a humanidade organizou os padrões que primeiramente via na natureza e no mundo social. Assim, ela não pode ser limitada à memorização de procedimentos, regras e fatos pré-estabelecidos, ela é uma forma de expressão da criatividade humana.

Com base nos estudos de Jo Boaler entendemos que o *fazer matemático* se dá em quatro dimensões sendo elas: 1. busca por padrões, 2. senso numérico, 3. pensamento algébrico e 4. generalização.

- **BUSCA POR PADRÕES:** Entendemos que as ciências matemáticas (geometria, álgebra, etc) são a busca por padrões nos números, formas, medidas, espaços, etc. Por isso, uma dimensão do *fazer matemático* é a busca por padrões. Na busca por padrões podemos expressar nossa criatividade uma vez que existem diversas possibilidades de enxergar um padrão. E aqui reside um importante entendimento sobre a matemática: essa área do conhecimento humano é muito mais do que a simples memorização de procedimentos, que muitas vezes parecem sem sentido. Ela é a busca pelo reconhecimento de padrões nas diversas esferas da vida humana.
- **SENSO NUMÉRICO:** Chamamos de senso numérico um tipo de "intuição" desenvolvida sobre os números ou uma quantidade. Com um senso numérico apurado, prontamente é possível enxergar diversas relações entre os números e, assim, pensar flexivelmente sobre eles, o que permite exercitar ainda mais o pensamento criativo e a resolução de problemas complexos.
- **PENSAMENTO ALGÉBRICO:** O pensamento algébrico pode ser definido como "um processo no qual generalizamos ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade"[5].

5 Texto de Marcia Aguiar e Flávio Ulhoa Coelho https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?lang=pt#

ISBN: 978-85-61702-77-9

- **GENERALIZAÇÃO:** Dado um conjunto de elementos que possuem um padrão em comum, o processo de generalização envolve a transcrição de um padrão reconhecido e sistematizado usando uma linguagem matemática de tal maneira que essa generalização seja aplicável a todos os elementos do conjunto. Esse processo está alinhado com o desenvolvimento do pensamento algébrico e envolve o levantamento de hipóteses, testes, elaboração de conjecturas, bem como sua análise rigorosa para validá-las ou refutá-las. Essa etapa de avaliação e análise das conjecturas é essencial para o profundo pensar matemático.

Essas quatro dimensões se realizam por meio das atitudes matemáticas presentes no ***Common Core***, bem como no Currículo de Matemática do Estado da Califórnia. Abaixo organizamos as oito atitudes matemáticas que compõe o fazer matemático:

Quadro 1 - Atitudes Matemáticas Currículo da Califórnia

ATITUDE	DESCRIÇÃO
Entender um problema e perseverar na resolução deles	• identificar as informações chave num problema • lembrar fatos, conceitos ou procedimentos matemáticos. • analisar dados, restrições, relacionamentos e objetivos • criar conjecturas sobre a forma e o significado da solução. • planejar um caminho para a solução, em vez de simplesmente saltar para uma tentativa de solução • relacionar problemas análogos. • testar casos especiais e formas mais simples do problema original a fim de obter uma inspiração sobre sua solução • avaliar seu progresso e realizar alterações de estratégia, quando necessário.
Raciocinar abstrata e quantitativamente	• entender as quantidades e seus relacionamentos em situações problemáticas. • representar um padrão/situação simbolicamente • criar uma representação coerente do problema em questão • compreender o significado das quantidades, não apenas como calculá-las • conhecer e usar de forma flexível diferentes propriedades de operações e objetos.

ISBN: 978-85-61702-77-9

ATITUDE	DESCRIÇÃO
Construir argumentos válidos e criticar o raciocínio dos demais	• lembrar definições e resultados previamente estabelecidos na construção de argumentos. • comparar suposições, definições e resultados previamente estabelecidos na construção de argumentos • elaborar conjecturas • organizar uma progressão lógica de declarações para explorar a verdade de suas conjecturas • justificar suas conclusões, as comunicar aos outros • criticar os argumentos dos outros. • elaborar argumentos plausíveis que levam os dados utilizados em considera-ção bem como o contexto no qual os dados foram coletados. • distinguir a lógica ou o raciocínio correto do que é falho, explicando suas falhas
Modelar com matemática	• lembrar conceitos, fatos e procedimentos matemáticos que já conhecem • aplicar a matemática que conhecem para resolver problemas que surgem na vida cotidiana, na sociedade e no local de trabalho. • criar suposições e aproximações para simplificar uma situação mais com-plexa • revisar métodos e estratégias • comparar informações por meio de ferramentas como diagramas, tabelas bidirecionais, gráficos, fluxogramas e fórmulas • analisar as relações matematicamente existentes para chegar a conclusões • interpretar resultados matemáticos no contexto da situação investigada • avaliar se os resultados alcançados fazem sentido • aprimorar um modelo se ele não tiver servido ao seu propósito.
Usar as ferramentas apropriadas estrategicamente	• mapear e avaliar as ferramentas disponíveis para resolução de um problema matemático, como, por exemplo: lápis e papel, uma régua, um sistema de computação algébrica, um pacote estatístico ou software de geometria dinâ-mica. • avaliar quando cada uma das ferramentas pode ser útil, reconhecendo tanto as possibilidades de ganhos quanto as limitações dessas ferramentas.
Ter precisão	• comunicar precisamente com os outros • lembrar e usar definições claras nas discussões com os outros e em seu próprio raciocínio. • entender o significado dos símbolos que escolhem, incluindo o uso do sinal de igual de forma consistente e adequada • especificar unidades de medida e rotular eixos para esclarecer a correspon-dência com as quantidades em um problema • elaborar respostas numéricas com um grau de precisão apropriado para o contexto do problema.
Buscar e fazer uso de estrutura	• discernir um padrão ou estrutura • criar estrutura ou generalização

ISBN: 978-85-61702-77-9

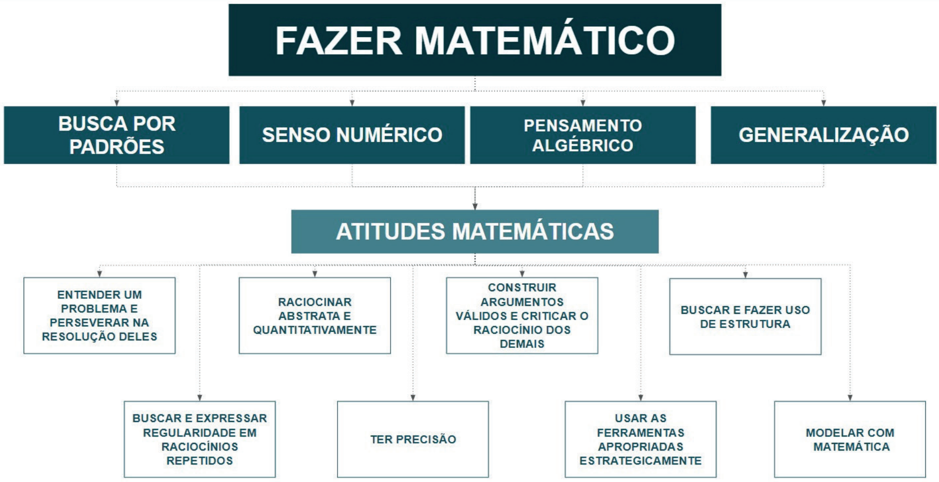
ATITUDE	DESCRIÇÃO
Buscar e expressar regularidade em raciocínios repetidos	• reconhecer quando os cálculos são repetidos • lembrar métodos gerais e atalhos • criar métodos gerais e atalhos • entender generalizações • criar generalizações • avaliar o seu próprio raciocínio e escolhas, enquanto cuidam dos detalhes • avaliar continuamente a razoabilidade de seus resultados intermediários.

Fonte: acervo das autoras

Aqui está um framework que pode ajudar os docentes, para que saibam o que observar ao acompanhar a aprendizagem de suas e seus estudantes. Aqui não propomos que as e os estudantes "cumpram" todos os itens listados, mas que cada item seja uma "pista" do progresso e das potencialidades de cada uma e cada um. Mudamos nosso olhar do "o que não se sabe" para "o que já se sabe" e como podemos aprender mais e mais com o que sabemos. Não vemos mais como ***não saber***, mas sim o que precisamos descobrir, investigar e até mesmo criar para ir além das fronteiras do que já nos é sabido. Não olhamos para a falta como algo negativo, mas observamos na falta o que podemos vir a ser. Nós e nossas e nossos estudos não são "vazios" estáticos, mas sim seres repletos de potencialidades.

O esquema abaixo ilustra como se relacionam as dimensões do fazer matemático com as atitudes matemáticas:

Figura 3 - **O fazer matemático**



Fonte: acervo das autoras

ISBN: 978-85-61702-77-9

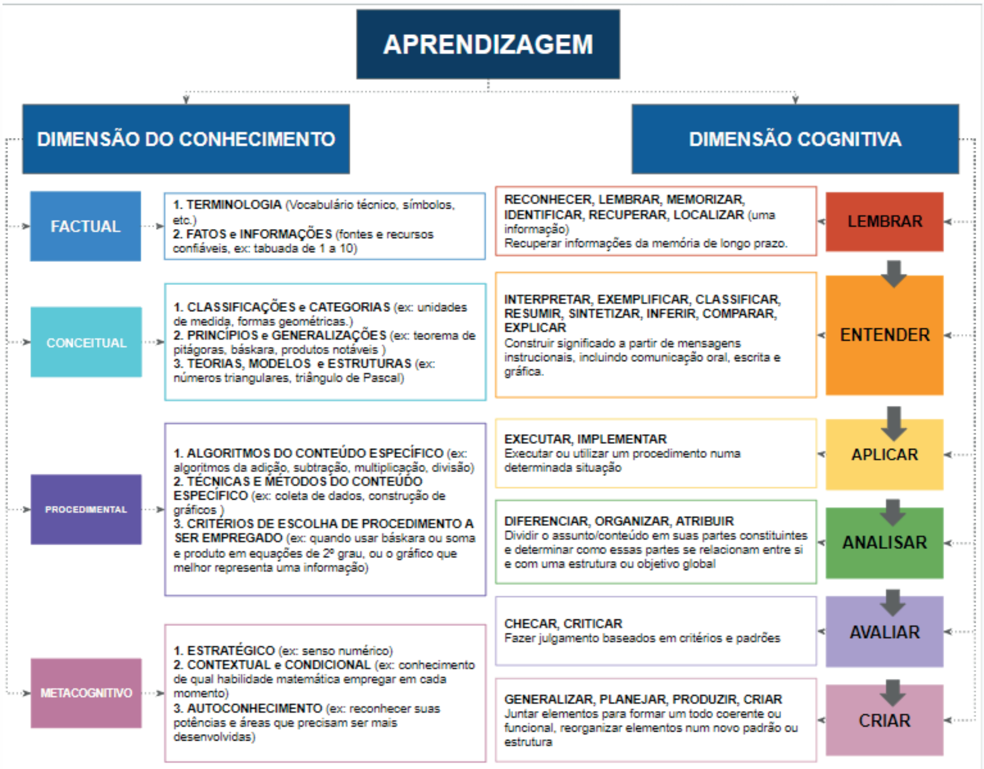
Ao analisar a tabela acima vemos que as atitudes matemáticas envolvem competências e habilidades muito além do calcular e ter precisão. Elas são bem mais complexas e relacionam diretamente com a proposta da Taxonomia de Bloom (ANDERSON, 2001). Sobre a taxonomia Anderson a define da seguinte forma:

> O que os professores podem fazer quando confrontados com o que consideram ser um número excessivamente elevado de objetivos vagos [de aprendizagem]? Para lidar com o vasto número de objetivos, é necessário organizá-los de uma certa forma. Para lidar com o problema de vagueza, precisamos tornar os objetivos mais precisos. Em suma, estes professores precisam de uma estrutura de organização que aumente a precisão e, mais importante, promova a compreensão [sobre os objetivos de aprendizagem].
>
> Como é que uma estrutura pode ajudar os professores a dar sentido a tais declarações de objetivos? Essa estrutura é constituída por um conjunto de categorias relacionadas com um único fenômeno (por exemplo, minerais, ficção). As categorias são uma coleção de "compartimentos" em que podem ser colocados objetos, experiências e ideias. Objetos, experiências e ideias que partilham características comuns são colocados no mesmo "compartimento". Os critérios que são relevantes no processo de classificação são determinados por um conjunto de princípios organizadores que são usados para diferenciar as categorias.
>
> Uma vez classificadas, as características de cada categoria, bem como as características das outras categorias da estrutura, ajudam os professores a compreender melhor o que é colocado na categoria. (ANDERSON, 2001 p. 4)

Com base nisso a seguinte organização da taxonomia de bloom: os primeiros dois campos maiores são ***Dimensões do Conhecimento*** e ***Dimensão do Processo Cognitivo***. Na primeira dimensão, do conhecimento, pode ser organizado em 4 critérios: factual, conceitual, procedimental e metacognitivo. Já na segunda dimensão, do processo cognitivo, há a seguinte classificação de níveis: lembrar, entender, aplicar, analisar, avaliar e criar. Veja no esquema abaixo como se dá essa organização.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 4 - Taxonomia de Bloom



Fonte: acervo das autoras

Ao analisar as ***atitudes matemáticas*** notamos que em sua imensa maioria as habilidades que elas exigem estão ligadas muito mais às dimensões conceituais e metacognitivas do conhecimento, bem como a ações de alta complexidade cognitiva relacionadas a analisar, avaliar e criar.

Nesse item vimos como o fazer matemático é muito mais complexo do que o entendimento ainda muito presente nas salas de aulas e na “boca do povo” de que ser matemático é fazer contas rápido com previsão e decorar procedimentos que muitas vezes não fazem sentido algum. Também apresentamos um framework para que as e os docentes possam acompanhar a aprendizagem de todo mundo que faz parte da sua comunidade de aprendizagem. No próximo item vamos explorar atividades e pequenas mudanças na prática docente que ajudarão as e os estudantes a devolver atitudes matemáticas não só na escola, mas em suas vidas.

ISBN: 978-85-61702-77-9

PRÁTICAS DOCENTES PARA DESENVOLVER O FAZER MATEMÁTICO

Esperar uma mudança significativa no processo de aprendizagem dos e das estudantes sem que haja uma mudança na postura do professor e/ou na dinâmica da sala de aula é esperar um milagre sem fazer oração. Os professores são de suma importância nesse contexto, pois são eles que criam um ambiente estimulante, respeitoso, seguro, através de mensagens positivas e atividades desafiadoras, que despertam a criatividade e evidenciam o fazer matemático com a presença das atitudes matemáticas. Como afirma Boaler "quando as tarefas de matemática são abertas para diferentes maneiras de ver, para métodos e rotas distintas e para representações variadas, tudo muda" (2018, p.76).

Existem várias [6]criadas a partir da abordagem Mentalidades Matemáticas da Boaler que trazem na sua essência a criatividade, o aspecto visual e a equidade. Atividades que propiciam a prática das atitudes matemáticas e levam em consideração a aprendizagem do cérebro. A atividade que motivou Gabriel, dos quatro quatros, é uma delas: é uma atividade aberta, pois existem várias expressões numéricas para representar cada um dos números de 0 a 20 (por exemplo, o número 1 pode ser representado por $4 \div 4 + 4 - 4$ ou $(4 \div 4) \times (4 \div 4)$ ou $(\sqrt{4} + \sqrt{4}) \div (\sqrt{4} + \sqrt{4})$ ou $44/44$); criativa, pois podem criar as expressões usando quaisquer operações matemáticas; desafiadora, pois alguns números, como o 13 e o 19, requererem o acesso a um conhecimento mais profundo das operações matemáticas; e promove a equidade já que todos e todas estudantes conseguem começar a tarefa, têm liberdade para exporem as suas ideias e aprenderem uns com os outros. Além disso, pode-se acrescentar um componente visual ao solicitar que as e os estudantes utilizem a codificação de cores para destacar as conexões entre as expressões encontradas.

Na turma de Gabriel, enquanto as e os estudantes estavam testando as operações, agrupando os quatros e criando as expressões, estavam entendendo o problema e perseverando na resolução dele. Ao resolver as expressões para conferir o resultado, estavam buscando precisão. Quando não conseguiam encontrar expressão para algum número, eles discutiam juntos, levantavam hipóteses, argumentavam, lembravam conceitos, ou seja, eles construíam argumentos válidos e

6 Atividades como a dos quatro quatros podem ser encontradas no site www.youcubed.org/pt-br.

ISBN: 978-85-61702-77-9

criticavam o raciocínio dos demais. Isto é, as atitudes estavam presentes, os e as estudantes estavam disparando sinapses, portanto, estavam aprendendo.

Todavia a abordagem Mentalidades Matemáticas, assim como qualquer abordagem de ensino, não se resume às atividades, ela trata acima de tudo da prática docente. Assim, como traz Paulo Freire (2019) teoria sem prática não passa de falatório sem sentido, bem como prática sem teoria não passa de ativismo sem sentido. É por isso que é preciso uma práxis pedagógica coerente.

A práxis emancipatória busca práticas de mediação de sala de aula que reconheçam as e os estudantes como produtores de conhecimento e não apenas folhas em branco a serem preenchidas. Podemos sim ter essa prática mesmo quando somos obrigadas e obrigadas a utilizar materiais que são escolhidos pelas escolas.

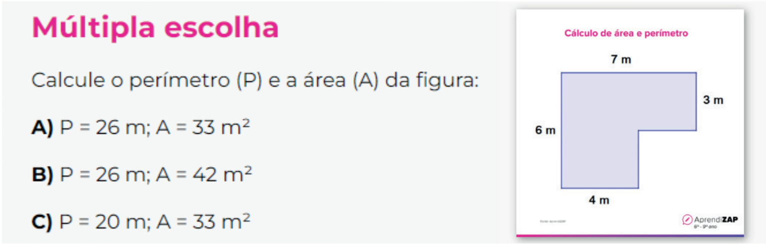
Por exemplo, ouvimos muito: Ah, mas, a criança está no 5º ano e não decorou a tabuada! E fica a pergunta, é preciso decorar todos os resultados das multiplicações dos números de 1 a 10? Vamos, pensar... Quanto aos múltiplos de 7, será que é preciso decorá-los ou se eu souber os múltiplos de 2, eu posso fazer qualquer número (X) vezes dois, somar três vezes esse resultado e depois somar com mais uma parcela desse mesmo número, ou seja 2x+2x+2x+x ? Mas também posso fazer 2x+2x+3x, ou 5x+2x, ou 3x+4x, ou mesmo 10x - 3x. As possibilidades são infinitas e "mmzar" a nossa prática no sentido de desenvolver as atitudes matemáticas passa por não se limitar aos resultados finais, mas explorar possibilidades. Propomos adotar três perguntas poderosas: e se... (outro cenário)? Será que podemos fazer de outro jeito? Por que será que isso acontece?

Voltando ao estudo dos múltiplos de 1 a 10, ao invés de pedir que as e os estudantes memorizem resultados sem entender a relação entre eles e as conexões entre as áreas da matemática, podemos mudar a abordagem e explorar esse conteúdo de maneira a buscar padrões e conexões. Como quais resultados são repetidos, por que são e qual a relação entre eles. Abrindo para investigação teremos mais interação e participação das e dos estudantes.

Vejamos mais um exemplo. Geralmente vemos tarefas como essa da figura 5 a seguir.

ISBN: 978-85-61702-77-9

Figura 5 - **Modelo de tarefa fechada**



Fonte: Aprendizap, 2023

Essas são tarefas que chamamos de tarefas fechadas, uma vez que não dão muito espaço para pensar em diferentes possibilidades de resolução. Elas exigem apenas que as e os estudantes decorem um procedimento e apliquem as informações contidas para chegar à resposta certa. Não admira que as e os estudantes não se engajem em tarefas desse tipo. Elas são apenas mecânicas. Não há possibilidades de argumentação matemática nelas.

Agora vamos fazer algumas alterações no enunciado, podemos abrir a tarefa e torná-la mais propícia à argumentação matemática. E se "escondermos" as medidas, apresentarmos apenas a imagem às e aos estudantes e perguntarmos: o que vocês veem? Quais perguntas vocês se fazem? Quais informações nos faltam para responder nossas perguntas?

Quando fizemos isso numa aula ouvimos das e dos estudantes conjeturas como: acredito que todos os ângulos da figura medem 90º. Outro estudantes respondeu: eu acredito que um deles mede 270º. Ao que uma estudante indagou: como podemos nomear os ângulos da figura? E se usássemos letras para identificar os vértices? Outra: ou podemos usar letras para nomeá-los (os ângulos)? E as perguntas continuaram: será que em qualquer caso a área dessa figura será maior que o perímetro? E seguiram com as perguntas. Então combinamos que a turma se organizaria em grupos de 4 pessoas[7] e elencariam pelo menos 4 conjecturas elaboradas com base na figura para testar e depois apresentar seus processos de testagem para os demais grupos.

Acima temos um exemplo de tarefa aberta. Entendemos por tarefas abertas aquelas que mesmo bastante simples são matematicamente desafiadoras, exigem e estimulam a argumentação matemática e provocam a criatividade, a colaboração

7 Vide Lotan, 2018 para saber mais sobre trabalhos em grupos colaborativos e complex instruction.

ISBN: 978-85-61702-77-9

e conexões entre os conteúdos matemáticos uma vez que não podem ser resolvidas pelo mero emprego de procedimentos fechados. Elas são caracterizadas pelas múltiplas possibilidades de resolução. Na maioria das vezes são atividades que lançam mão de recursos visuais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho buscamos não só criar um framework a partir do qual docentes podem se inspirar para buscar evidências do que suas e seus estudantes estão aprendendo, mas também explicar quais foram as nossas bases teóricas para tal. Também exploramos alterações de práticas e possíveis atividades para ajudar a aflorar a capacidade inata de aprendizagem de todos os membros da nossa comunidade de aprendizagem. Antes de encerrar esse trabalho também gostaríamos de fazer algumas ressalvas a seguir.

No livro ***How we learn***, Stanislas Dehaene afirma:

> No, learning does not occur passively through simple exposure to data or lectures: on the contrary, cognitive psychology and brain imaging show us that children are budding scientists, constantly generating new hypotheses, and that the brain is an ever-alert organ that learns by testing the models it projects onto the outside world. (DEHAENE, 2021, p.236).[8]

Aqui encontramos um ingrediente importante para aumentar o engajamento em sala de aula: tirar as e os estudantes do papel passivo. A ideia de protagonismo da e do aprendiz não é nova, porém em muitos momentos nos falta conseguir qualificar o que é aprender de forma ativa. Jo Boaler defende que:

> Os professores são o recurso mais importante dos estudantes. São eles que podem criar ambientes matemáticos estimulantes , passar aos estudantes as mensagens positivas de que precisam e fazer qualquer tarefa matemática despertar a curiosidade e o interesse dos alunos. (BOALER, 2018 p. 51)

8 Não, a aprendizagem não ocorre passivamente através da simples exposição a dados ou palestras: pelo contrário, a psicologia cognitiva e as imagens cerebrais nos mostram que as crianças são cientistas iniciantes, constantemente gerando novas hipóteses, e que o cérebro é um órgão sempre alerta que aprende testando os modelos que projeta no mundo exterior. (Tradução das autoras)

ISBN: 978-85-61702-77-9

Embora saibamos que a responsabilidade pela melhoria da educação não é exclusiva das e dos docentes e que as condições de trabalho da nossa categoria estão cada vez mais precarizadas, e justamente por isso, é urgente ressaltar que somos nós o recurso mais valioso na sala de aula (e deveria ser reconhecido como tal).

Sim, a questão da melhoria da educação é muito complexa e está intimamente ligada à forma como nos organizamos socialmente para produzir e reproduzir a vida. Embora saibamos que numa sociedade estruturada sobre o fetichismo da mercadoria e o trabalho alienado é impossível que o trabalho retorne a sua forma ontológica de expressão da criatividade e de todo potencial humano na sua interação com a natureza, como os demais seres humanos e consigo mesmo, ainda é possível que criemos experiências de ilhas de resistência enquanto acumulamos as condições necessárias para findar com o sociometabolismo do capital (MÉSZÁROS, 2005). E o recurso mais valioso que temos somos nós, educadoras e educadores.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, Lorin W. et. al. **A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing**: a revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. Pearson Longman, 2001.

BOALER, Jo. **Mentalidades matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução de Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018. Título original: Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching.

BOALER, Jo. **Mentes sem barreiras:** as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem. Tradução de Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2020. Título original: Limitless: learn, lead, and live without barriers.

CRUZ, P.; MONTEIRO, L. (Org.). **Anuário Brasileiro da Educação Básica**. São Paulo: Moderna, 2021. Disponível em: <https://todospelaeducacao.org.br/wordpress/wp-content/uploads/2021/07/Anuario_21final.pdf>. Acesso em: 09 dez. 2023.

DAVIS, Angela. **Mulheres, classe e raça**. São Paulo: Boitempo, 2016.

ISBN: 978-85-61702-77-9

DEHAENE, Stanislas. **How We Learn:** Why Brains Learn Better Than Any Machine ... for Now. Nova Iorque: Penguin, 2020.

DEHAENE, Stanislas. **É assim que aprendemos**: por que o cérebro funciona melhor do que qualquer máquina (ainda...). Tradução de Rodolfo Ilari. São Paulo: Contexto, 2022. Título original: How we learn: why brains learn better than any machine... for now.

DEVLIN, Keith. **O instinto matemático**. Tradução de Michelle Dysman. 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2014. Título original: The math instinct.

DOIDGE, Norman. **O cérebro que se transforma**. Tradução: Ryta Vinagre. 1. ed. Rio de Janeiro: **Record**, 2016. Título original: The brain that changes itself.

FRANÇA, Marina. **Da fábrica para a escola**: trabalho, educação e luta de classes. São Paulo: 2016. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/bitstream/handle/27454/1/MARINA%20LONGHI%20DE%20FRAN%C3%87A.pdf > Acesso em: 09 dez. 2023.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 74. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2019.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da esperança**: um reencontro com a pedagogia do oprimido. 16. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

HAMMOND, Zaretta. **Culturally responsive teaching and the brain**: promoting authentic engagement and rigor among culturally and linguistically diverse students. Thousand Oaks: CORWIN, 2015.

KOSIK, Karel. **Dialética do concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

MÉSZÁROS, István. **A educação para além do capital**. São Paulo: Boitempo, 2005.

RIBAS, Adriana F. P.; MOURA, Maria L. S. **Abordagem sociocultural**: algumas vertentes e autores. **Psicologia em estudo**, Maringá, v. 11, n. 1, p.129 - 138, abril, 2006. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pe/a/fSdQmSWhQqH7dgScTgx3Qyt/?lang=pt>. Acesso em 09 dez. 2023.

ISBN: 978-85-61702-77-9